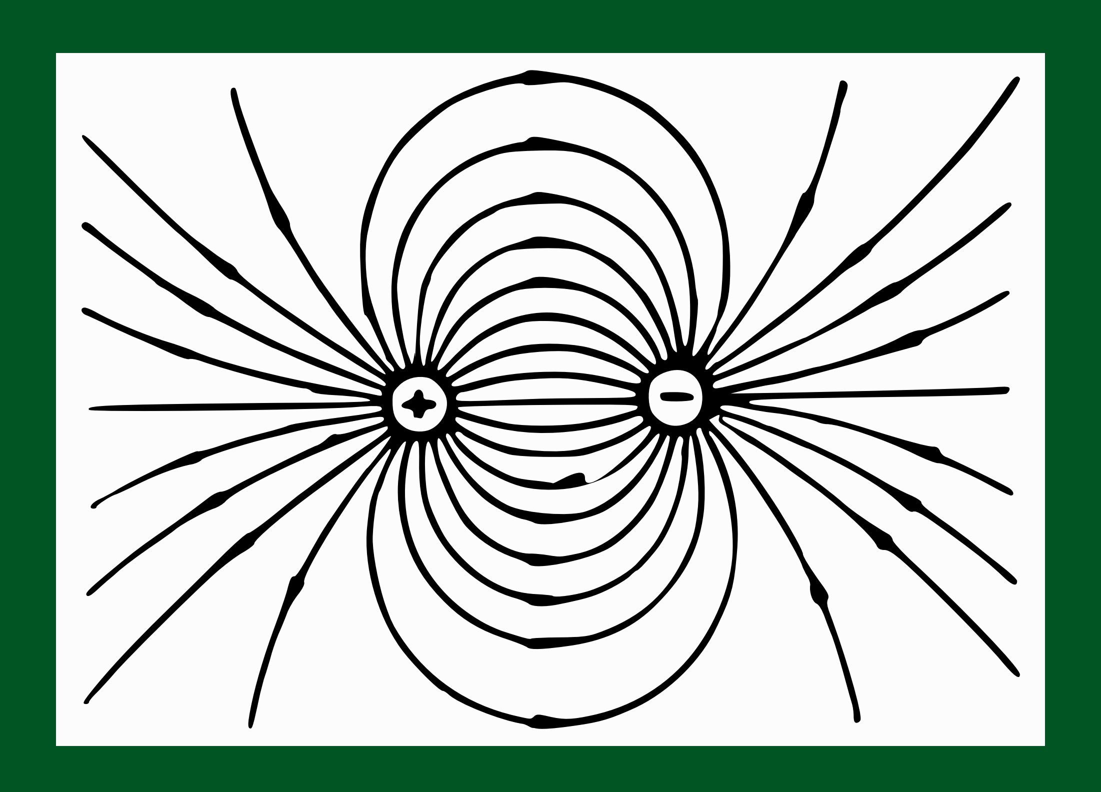
R.G. Guévorkian, V.V. Chépel

COURS DE PHYSIQUE GENERALE



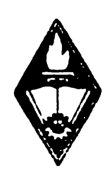
Éditions «Ecole Supérieure» Moscou

R. G. GUÉVORKIAN, V. V. CHÉPEL

COURS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE

Traduit du russe par
Edouard Gloukhian

2-e EDITION



EDITIONS « ÉCOLE SUPÉRIEURE »
Moscou—1967

Le présent livre ne contient que les fondements du cours de physique générale ; le contenu du cours est conforme au programme des établissements d'enseignement supérieur technique.

Afin de réduire le volume, on n'a pas exposé dans le livre la description des appareils et méthodes de mesure dont les étudiants doivent prendre connaissance au cours des travaux pratiques ; on n'a pas décrit non plus les expériences faites pendant les cours.

Nous remercions E. Gloukhian pour ses précieuses suggestions et son grand travail de traduction.

Les auteurs

2-3-1
283a-67

PREMIÈRE PARTIE

FONDEMENTS PHYSIQUES DE LA MÉCANIQUE

Chapitre I

MOUVEMENT D'UN CORPS PONCTUEL

§ 1. Système de référence ; trajectoire d'un corps ponctuel

Pour décrire le mouvement des corps, il faut préalablement choisir un *système de référence* ou *référentiel*, c'est-à-dire un ou plusieurs corps que l'on considérera conventionnellement comme immobiles, auxquels on rapportera un système de coordonnées, rectangulaires par exemple. Notamment, pour décrire les mouvements à la surface de la Terre, la Terre elle-même sert de référentiel. On dirige alors d'ordinaire horizontalement les axes OX et OY du système de coordonnées rectangulaires et l'axe OZ verticalement. Dans d'autres cas, on place l'origine des coordonnées au centre de la Terre et on confond l'un des axes avec l'axe de rotation de la Terre. Pour étudier le mouvement des corps célestes, on édifie le système de coordonnées sur le Soleil ou les étoiles.

Le mouvement des corps est leur déplacement par rapport à un référentiel préalablement choisi.

Nous envisagerons d'abord le mouvement de *corps ponctuels*, c'est-à-dire de corps de dimensions très petites, que l'on convient d'appeler des *points matériels*. Un point matériel en mouvement décrit une certaine courbe qui est appelée sa *trajectoire*. Un corps de dimensions plus importantes peut être considéré comme étant constitué d'un grand nombre de points matériels ; la description du mouvement d'un tel corps sera faite si l'on connaît les trajectoires de ses divers points.

Le déplacement des corps étant un processus continu, on représente le chemin s parcouru par un corps sur sa trajectoire par une fonction continue du temps :

$$s = s(t). \tag{1.1}$$

Dans un système de coordonnées rectangulaires (fig. I. 1) le mouvement d'un point matériel est défini par trois fonctions : $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, qui montrent comment varient les coordonnées

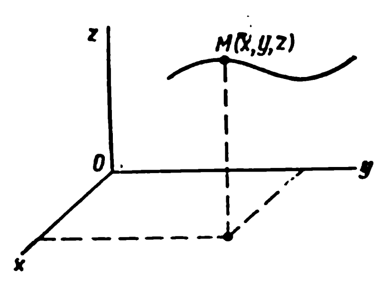


Fig. I. 1.

(x, y, z) de ce point au cours du temps.

Le mouvement d'un corps est dit : 1) de *translation*, si toute droite traversant ce corps reste parallèle à elle-même lors du mouvement (toutes les trajectoires décrites par les points du corps sont alors identiques) et 2) de *rotation*, si tous ses points décrivent des cercles concentriques.

Un mouvement arbitraire peut être considéré comme la superposition de mouvements de translation et de rotation.

§ 2. Vitesse et accélération ; composantes tangentielle et normale de l'accélération

On appelle *vitesse moyenne* d'un corps sur une portion quelconque de sa trajectoire le quotient de la longueur s de cette portion par le temps t de parcours :

$$v=\frac{s}{t}. \tag{1.2}$$

Si ce rapport est le même pour tous les morceaux de trajectoire, alors la vitesse est constante et le mouvement est dit *uniforme*.

Supposons qu'à l'instant t le corps se trouve au point A de sa trajectoire. Dans le petit intervalle de temps Δt le corps parcourt un petit arc Δs. Si l'on prend Δt suffisamment petit, la vitesse du corps ne varie pas sensiblement et on peut admettre que le mouvement est uniforme sur cet arc. Plus Δt est petit, plus est petit Δs, et plus le mouvement peut être considéré comme uniforme sur cet arc. La limite du rapport

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=v; \quad v=\frac{ds}{dt} \tag{1.3}$$

est appelée la vitesse du corps au point considéré de la trajectoire à l'instant t (on l'appelle parfois *vitesse instantanée*) ; c'est la vitesse du corps sur un arc infiniment petit de la trajectoire au voisinage du point A considéré.

Connaissant les vitesses v_1 et v_2 en deux points de la trajectoire et le temps t du déplacement entre ces deux points, on peut définir l'*accélération moyenne* du corps sur l'arc correspondant :

$$a=\frac{v_2-v_1}{t}. \tag{1.4}$$

Si cette accélération est la même en différents lieux de la trajectoire et sur des arcs de longueurs quelconques, le mouvement est dit *uniformément accéléré*.

Le mouvement étant continu, en des intervalles de temps infinitésimaux l'accélération varie infiniment peu. Par conséquent sur des arcs de trajectoire très petits, on pourra admettre avec une très grande précision que l'accélération est constante. Soit Δv la variation de la vitesse $v_2 - v_1$ pendant le temps Δt. La limite du rapport

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = a; \qquad a = \frac{dv}{dt} \tag{1.5}$$

est, par définition, *l'accélération du mouvement au point donné de la trajectoire* ou à l'instant donné t. Si pendant le mouvement du corps la vitesse décroît, la variation de la vitesse $\Delta v = v_2 - v_1$ est négative et il en est de même de l'accélération.

Si l'accélération est constante, la vitesse et le chemin parcouru ont pour expressions :

$$v = v_0 + at;$$
$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}, \tag{1.6}$$

v_0 étant la vitesse à l'instant initial $t=0$.

Si l'accélération du mouvement le long de la trajectoire n'est pas constante, on peut diviser le temps t en intervalles élémentaires Δt_1, Δt_2, ... de sorte que dans chacun de ces intervalles l'accélération soit virtuellement constante.

Connaissant l'expression de l'accélération en fonction du temps $a=a(t)$, on peut trouver la vitesse du corps à l'instant t comme suit :

$$v = v_0 + a_1 \Delta t_1 + a_2 \Delta t_2 + \ldots = v_0 + \Sigma a_i \Delta t_i.$$

Plus les Δt_i sont petits, plus le calcul est précis, aussi les prendra-t-on infiniment petits. Passant à la limite, on représente la somme $\Sigma a_i \cdot \Delta t_i$ par une intégrale :

$$v = v_0 + \int_0^t a(t)\, dt. \tag{1.7}$$

Le chemin parcouru par le corps lorsque son accélération est variable se détermine de la même manière. Ayant déterminé l'expression de la vitesse (1.7) en fonction du temps, soit $v=v(t)$, divisons de nouveau le temps de parcours t en intervalles partiels Δt_1, Δt_2, ... pendant lesquels on peut attribuer à la vitesse les valeurs v_1, v_2 ... . Il vient

$$s = v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + \ldots = \Sigma v_i \Delta t_i;$$
$$s = \int_0^t v(t)\, dt. \tag{1.8}$$

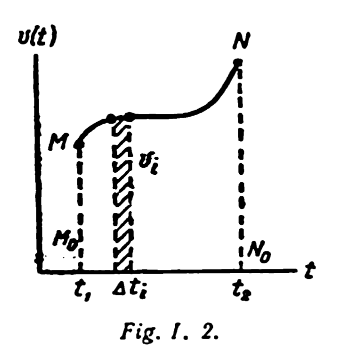


Fig. I. 2.

On a donné sur la fig. I.2 l'explication graphique de ce calcul. La courbe MN montre la variation de la vitesse dans le temps, c'est-à-dire qu'elle représente la fonction $v=v(t)$. L'aire hachurée, égale à $v_i \Delta t_i$, représente, à l'échelle du dessin, le chemin parcouru pendant le temps Δt_i. Faisant la somme de telles aires, on obtient le chemin entier parcouru pendant le temps t_2-t_1. Ce chemin, c'est-à-dire l'intégrale (1.8), est représenté par l'aire du trapèze curviligne M_0MNN_0.

Calculant la vitesse à l'aide de la formule (1.2), on prend alors le chemin parcouru s en valeur absolue, ce qui fait que la vitesse est une grandeur *positive*. Toutefois, bien souvent le déplacement s est défini comme la *différence des coordonnées* du mobile à l'instant final et à l'instant initial (on suppose ici que le mouvement s'effectue le long de l'axe des x).

$$s=x_2-x_1\,; \qquad v=\frac{x_2-x_1}{t}. \tag{1.9}$$

Dans ces conditions, le signe de la vitesse dépend du sens du parcours du corps sur sa trajectoire. S'il se meut dans le sens des x croissants, alors $x_2>x_1$ et la vitesse est positive. Mais si la coordonnée x décroît, $x_2<x_1$ et la vitesse est négative.

Ceci étant, le signe de l'accélération

$$a=\frac{v_2-v_1}{t}$$

est déterminé non seulement par la croissance ou la décroissance de la vitesse en grandeur, mais aussi par le signe de la vitesse elle-même. Pour illustrer ce qui vient d'être dit, considérons les directions des vitesses et des accélérations du mouvement oscillatoire d'un point matériel suspendu à un fil (fig. I.3). Convenons de repérer la

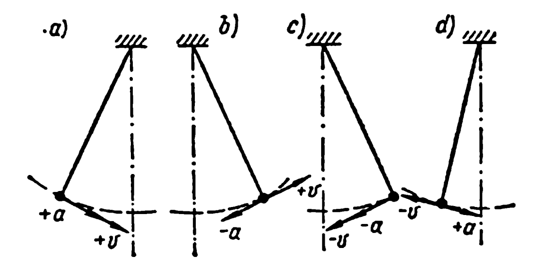


Fig. I. 3.

position du point à partir de 0 ($x=0$). La coordonnée x sera considérée comme positive lorsque le point se trouve à droite de 0 et comme négative à gauche. Ceci étant, la vitesse du point sera positive lorsqu'il se meut vers la droite et négative vers la gauche. On a indiqué sur la fig. I.3 les signes des vitesses et des accélérations à différents instants.

On peut remarquer que la vitesse croît non seulement lorsque le signe de l'accélération est positif (*a*), mais aussi lorsqu'il est négatif (*c*) ; de la même façon, la décroissance de la vitesse est possible aussi bien pour des accélérations négatives (*b*) que positives (*d*). La croissance ou la décroissance de la vitesse est déterminée non seulement par le signe de l'accélération, mais aussi par celui de la vitesse elle-même (voir également fig.I.31).

Considérons le mouvement d'un point matériel sur une trajectoire curviligne, le point passant à l'instant $t=0$ au point A avec la vitesse v (fig.I.4). La vitesse en un point donné se représente par un vecteur tangent à la trajectoire, dirigé dans le sens du mouvement. Prenons un autre point B suffisamment voisin de A pour que l'on puisse envisager la constance de l'accélération sur l'arc $AB=\Delta s$. On a montré sur la fig.I.4 qu'il faut ajouter au vecteur vitesse $\boldsymbol{v}$ au

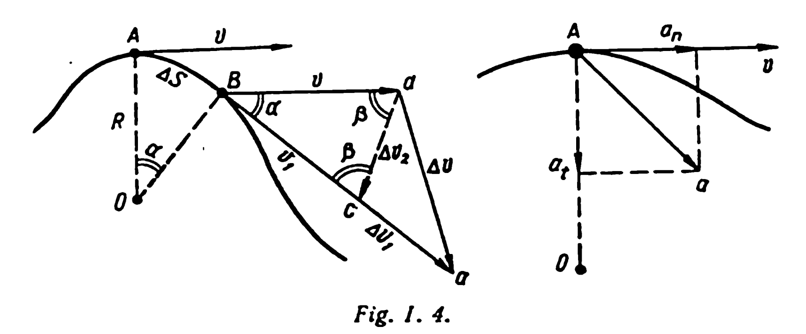


Fig. I. 4.

point A un vecteur $\Delta\boldsymbol{v}$ pour avoir la vitesse $\boldsymbol{v}_1$ du corps au point B. Le rapport $\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$ nous donne en grandeur et en direction l'accélération *moyenne* sur l'arc AB. Réduisant cet arc, on trouve la limite

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\boldsymbol{a}, \qquad (1.10)$$

qui représente le *vecteur accélération* au point considéré de la trajectoire (ou à l'instant donné) ; le vecteur accélération caractérise la variation de la vitesse en grandeur et en direction.

Décomposons $\Delta\boldsymbol{v}$ en deux composantes $\Delta\boldsymbol{v}_1$ et $\Delta\boldsymbol{v}_2$ de sorte que $Bc=Bd=v$. La composante $\Delta v_1=v_1-v$ détermine la variation de la vitesse seulement en grandeur ; si le mouvement est uniforme,

$v_1=v$ et $\Delta v_1=0$. L'autre composante $\Delta \boldsymbol{v}_2$ existe également lorsque le mouvement est uniforme ; il est évident que $\Delta \boldsymbol{v}_2=0$ seulement si le mouvement est rectiligne. Lorsque $\alpha \to 0$, $\beta \to \frac{\pi}{2}$ et le vecteur $\Delta \boldsymbol{v}_2$ est perpendiculaire à la vitesse $\boldsymbol{v}$. Ainsi, le vecteur accélération totale (1.10) peut être représenté comme la somme géométrique de deux vecteurs orthogonaux :

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1+\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n. \quad (1.11)$$

Le vecteur $\boldsymbol{a}_t$, l'*accélération tangentielle*, caractérise la variation de la vitesse seulement en grandeur. Cette accélération est portée par la tangente (selon la vitesse ou dans le sens inverse suivant que le mouvement est accéléré ou retardé) ; on a en grandeur, en vertu de (1.5),

$$a_t=\frac{dv}{dt}.$$

Le vecteur $\boldsymbol{a}_n$, l'*accélération normale* ou *centripète*, caractérise la variation de la vitesse seulement en direction. L'accélération normale est toujours perpendiculaire à la vitesse. Pour la calculer, supposons le point B suffisamment voisin du point A, ce qui permet d'assimiler s à un arc de cercle de rayon R, la longueur de cet arc différant peu de la corde AB. On déduit alors de la similitude des triangles OAB et Bdc

$$\frac{\Delta v_2}{v}=\frac{AB}{R}; \quad a_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_2}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{AB}{\Delta t}\frac{v}{R}=\frac{v^2}{R}. \quad (1.12)$$

On peut considérer une trajectoire curviligne comme constituée de tronçons élémentaires, chacun d'eux pouvant être assimilé à un arc de cercle de rayon R dit *rayon de courbure* de la trajectoire au voisinage du point considéré. En vertu de la formule (1.12), la grandeur de l'accélération normale en chaque point de la trajectoire est déterminée par la vitesse du mouvement et le rayon de courbure de la trajectoire en ce point.

La grandeur de l'accélération totale au point considéré de la trajectoire est

$$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{R}\right)^2}. \quad (1.13)$$

Classons les mouvements en fonction des composantes tangentielles et normales des accélérations :

1) $a_t=0$; $a_n=0$ — mouvement rectiligne uniforme ;

2) $a_t=\pm j$; $a_n=0$ — mouvement rectiligne uniformément accéléré ($+j$) ou retardé ($-j$) ($j=\text{const}$) ;

3) $a_t = f(t)$. $a_n = 0$ — mouvement rectiligne à accélération variable ;

4) $a_t = 0$; $a_n = j_n$ — mouvement circulaire uniforme ; le rayon du cercle est déterminé par la vitesse du mouvement et par a_n conformément à la formule (1.12) ;

5) $a_t = 0$; $a_n = f(t)$ — mouvement curviligne uniforme ;

6) $a_t = \pm j$; $a_n \neq 0$ — mouvement curviligne à accélération tangentielle constante en grandeur (uniformément accéléré ou retardé) ;

7) $a_t = f(t)$; $a_n \neq 0$ — mouvement curviligne à accélération variable.

§ 3. Mouvement d'un point matériel sur un cercle ; vitesse et accélération angulaires

Envisageons un point matériel décrivant une circonférence de rayon R et passant à l'instant initial t_0 au point A (fig. I.5, *a*). En général, la vitesse du point peut être variable ; cependant, il est possible de prendre un petit laps de temps Δt tel que dans l'intervalle compris entre les instants t_0 et $t_0 + \Delta t$ le mouvement soit quasi

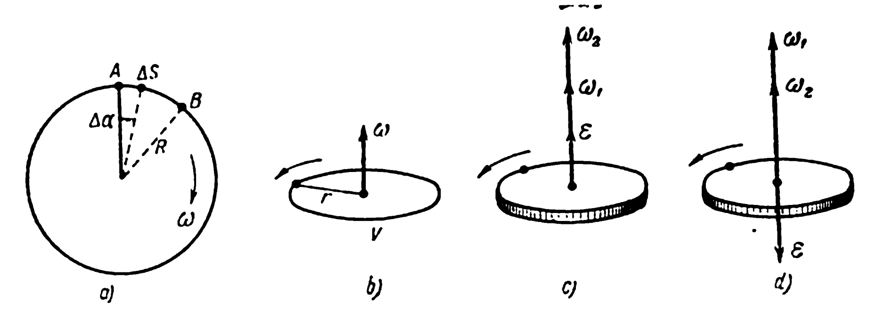


Fig. I. 5.

uniforme. On peut alors calculer le trajet par la formule $\Delta s = v \cdot \Delta t$. On sait que le quotient de la longueur de l'arc par son rayon $\left(\frac{\Delta s}{R} = \Delta\alpha\right)$ représente l'angle au centre en radians. Par conséquent,

$$\Delta s = R\Delta\alpha. \tag{1.14}$$

Divisant (1.14) par le temps Δt, on obtient :

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = R\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}; \quad v = R\omega, \tag{1.15}$$

où $\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$, le quotient de l'angle de rotation du rayon vecteur par le temps écoulé, est la *vitesse angulaire* de rotation.

Pour de grandes valeurs de Δt le rapport $\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$ est la vitesse angulaire moyenne pendant le temps Δt. Réduisant Δt, on peut trouver la limite du rapport

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \omega, \tag{1.16}$$

c'est-à-dire la vitesse angulaire de rotation à l'instant t_0 (plus exactement, à n'importe quel instant compris entre t_0 et $t_0+\Delta t$).

Connaissant les vitesses angulaires ω_1 et ω_2 à deux instants t_1 et t_2 (par exemple aux points A et B, fig. 1.5), on peut calculer l'*accélération angulaire* moyenne pendant le temps $t_2-t_1=t$:

$$\varepsilon = \frac{\omega_2-\omega_1}{t_2-t_1} = \frac{\omega_2-\omega_1}{t}. \tag{1.17}$$

On peut choisir les instants t_2 et t_1 très voisins. Posant alors $\omega_2-\omega_1=\Delta\omega$ et $t_2-t_1=\Delta t$, on trouve la limite du rapport

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \varepsilon, \tag{1.18}$$

qui représente l'accélération angulaire à l'instant considéré. Il existe entre les grandeurs linéaires caractérisant un mouvement circulaire (longueur de l'arc s, vitesse linéaire v, accélération tangentielle a_t) et les grandeurs angulaires correspondantes (angle de rotation α, vitesse angulaire ω et accélération angulaire ε) des relations de proportionnalité ; en vertu de (1.14), (1.15) et (1.17)

$$\left.\begin{aligned} s = R\alpha;\quad v = R\omega \\ a_t = \frac{dv}{dt} = R\,\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \end{aligned}\right\} \tag{1.19}$$

On déduit de (1.6) et (1.19) pour un mouvement circulaire uniformément accéléré

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \varepsilon t, \\ \alpha &= \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \end{aligned} \tag{1.20}$$

Lorsqu'on a un mouvement de rotation uniforme, on donne parfois le nombre de tours à la minute n. On peut alors calculer les vitesses linéaires et angulaires par les formules

$$v = \frac{2\pi Rn}{60} = \frac{\pi Rn}{30}; \qquad \omega = \frac{\pi n}{30}. \tag{1.21}$$

On peut exprimer l'accélération normale (1.12) d'un point décrivant une circonférence de rayon R en fonction de la vitesse angu-

laire :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R. \tag{1.22}$$

La vitesse angulaire de rotation est une grandeur vectorielle ; on mène le vecteur ω du point O perpendiculairement au plan dans lequel tourne le point matériel. Le sens positif du vecteur vitesse est donné par la règle du tire-bouchon : un tire-bouchon se vissant dans le sens du vecteur tournerait dans le même sens que le point matériel (fig. I.5, *b*). L'accélération angulaire est également une grandeur vectorielle

$$\varepsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}. \tag{1.23}$$

Si la vitesse angulaire croît en grandeur, la différence $\omega_2 - \omega_1$ et, par conséquent, l'accélération angulaire seront de même sens que ω_1 et ω_2. Si la vitesse angulaire décroît, la différence $\omega_2 - \omega_1$ et le vecteur accélération angulaire seront de sens contraire au vecteur vitesse angulaire. D'ailleurs la formule (1.23) subsiste lorsque la vitesse angulaire varie dans le temps non seulement en grandeur, mais aussi en direction ; alors le point matériel décrit non pas un cercle, mais une courbe gauche compliquée.

Chapitre II

LOIS FONDAMENTALES DE LA MÉCANIQUE

§ 4. Force et masse ; déformation des corps solides

En mécanquie, on considère deux espèces d'interaction d'un corps avec d'autres corps :

1) la vitesse du corps considéré varie sous l'influence d'autres corps (en grandeur et en direction), c'est-à-dire qu'il subit une *accélération* ;

2) le corps considéré se *déforme* sous l'influence des autres corps, sa forme et ses dimensions varient.

Les deux actions envisagées ci-dessus ont reçu le même nom : on appelle *force* toute action sur un corps se traduisant par une accélération ou par une déformation.

Considérons d'abord la déformation des corps sous l'action de diverses forces. Une déformation est dite élastique si le corps reprend sa forme et ses dimensions initiales une fois les forces évanouies. Les corps réels révèlent toujours dans telle ou telle mesure une « déformation résiduelle », c'est-à-dire qu'ils ne reprennent pas exactement leurs dimensions initiales après la disparition des forces. Lorsque les forces sont assez faibles, les déformations insignifiantes qu'elles provoquent sont quasi élastiques.

Considérons la déformation la plus simple—l'allongement d'une tige ou d'un fil métallique sous l'action d'une force de traction F. Soit Δl l'allongement d'une tige de longueur l sollicitée par la force F.

L'expérience montre que, pour des déformations élastiques, Δl est proportionnel à F, à l, inversement proportionnel à l'aire de la section transversale S et qu'il dépend d'autres propriétés élastiques du matériau. Cette dépendance s'écrit sous la forme

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}, \tag{2.1}$$

où E, qui est appelé module d'élasticité à la traction (module de Young) dépend de la résistance du matériau aux forces de traction. Désignons l'allongement relatif $\frac{\Delta l}{l}$ par ε. Le rapport $\frac{F}{S} = p$, qui représente la force de traction s'exerçant sur l'unité de section de la

tige, est la *contrainte* de traction. On a alors

$$p = \varepsilon E; \quad \varepsilon = \frac{1}{E} p, \tag{2.2}$$

ce qui montre que l'allongement relatif de la tige ou du fil est en raison de la contrainte de traction. La dépendance linéaire entre la déformation relative et la contrainte de traction, qui est aussi observée pour d'autres déformations élastiques, est la loi de Hooke.

Les forces, qui impriment des accélérations ou des déformations aux corps, se divisent en deux groupes :

a) forces *réparties* dans tout le volume d'un corps, telles les forces d'attraction. Dans ce cas, chaque élément du corps subit l'influence de la force indépendamment de l'existence des éléments voisins du corps. Ainsi, si l'on découpe en morceaux un corps attiré par la Terre, les forces sollicitant ces morceaux restent inchangées ;

b) forces *concentrées*, c'est-à-dire appliquées en un lieu déterminé du corps : en un point quelconque, le long d'une courbe ou à la surface du corps. Mais alors l'action de la force extérieure est retransmise aux autres parties du corps qui sont toutes en interaction.

Considérons l'action de forces réparties ou concentrées. Si une force répartie agit sur un corps et communique à tous ses éléments une seule et même accélération (en grandeur et direction), le corps tout entier commence à se mouvoir avec cette accélération sans se déformer. Ainsi, un corps de petites dimensions en chute libre dans le champ d'attraction terrestre ne se déforme pas, car toutes ses parties se meuvent avec la même accélération. Des forces réparties sont susceptibles de provoquer une déformation lorsque les accélérations communiquées à divers éléments du corps diffèrent tant soit peu en grandeur ou en direction.

Lorsqu'une force concentrée agit sur un corps, il se déforme toujours. Envisageons l'exemple suivant : à un ressort composé de quatre petits ressorts identiques on applique au point *A* une force concentrée ; le ressort tout entier est entraîné d'un mouvement accéléré dans le sens de la force (fig. I.6,*a*). Le ressort se déforme et d'autant plus que l'accélération est plus grande ; en outre, les éléments situés à proximité du point d'application sont plus allongés que ceux qui en sont plus éloignés. En effet, la déformation de l'élément *1* doit être telle que la force avec laquelle cet élément attire le point *B*, communique une accélération aux éléments *2*, *3* et *4*. La déformation de l'élément *2* est plus pe-

Fig. I. 6.

tite, ce dernier n'accélérant que les troisième et quatrième ressorts, etc.

Il résulte de l'exposé qu'on peut évaluer la *grandeur* d'une force aussi bien par l'accélération qu'elle communique que par la déformation qu'elle provoque. Considérons, par exemple, un système de deux corps reliés par un ressort élastique et animés d'un mouvement oscillatoire (fig. I.6, *b*). Lorsque les accélérations sont petites, les déformations des corps A et B sont insignifiantes et difficilement mesurables, et le plus facile est de déterminer les forces que le ressort exerce sur ces corps par la grandeur des accélérations acquises. Par contre, il est bien plus commode de déterminer les forces exercées par les corps A et B sur le ressort en fonction de la grandeur de la déformation du ressort lui-même, par la variation de sa longueur, et non pas par la grandeur des accélérations communiquées aux différentes parties du ressort.

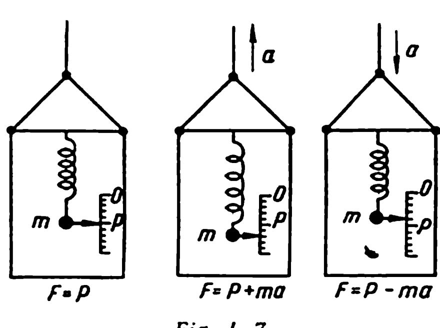


Fig. I. 7.

Considérons encore un exemple ; soit un corps m suspendu par un ressort au plafond d'un ascenseur (fig. I.7). Si la cabine est immobile, le ressort se déforme juste assez pour équilibrer l'attraction terrestre, c'est-à-dire qu'il communique au corps une accélération g dirigée vers le haut Si maintenant la cabine monte avec une accélération a, la déformation du ressort est plus grande, car il doit communiquer au corps une accélération égale à $g+a$. La force de déformation du ressort est alors $F=m(g+a)=P+ma$. Si, au contraire, l'ascenseur descend avec la même accélération a, la déformation du ressort décroît, l'accélération qu'il communique au corps est $g-a$. Par des mesures, on peut établir le lien entre la déformation du ressort et l'accélération $g\pm a$ communiquée au corps.

Pour la mesure des forces on peut choisir : 1) soit des ressorts étalons et mesurer les forces d'après la grandeur des déformations, 2) soit un corps étalon et mesurer les forces par les grandeurs des accélérations communiquées au corps considéré. Le premier procédé a cet avantage sur le second qu'il est bien plus simple de mesurer les déformations de ressorts étalons (allongements ou torsions) que de déterminer l'accélération d'un corps étalon. Toutefois, un défaut essentiel du premier procédé est la variation des propriétés élastiques des ressorts sous l'action de divers facteurs, dont certains peuvent être incontrôlables. Par ailleurs, les ressorts utilisés révèlent une déformation résiduelle, c'est-à-dire que lorsque la force déformante cesse d'agir ils ne reprennent pas exactement leurs dimensions initiales.

Le second procédé basé sur la détermination des accélérations que les forces impriment à un corps étalon est irréprochable sous ce rapport, mais pratiquement trop incommode et pas toujours applicable.

Si l'on applique en deux points différents d'un corps deux forces concentrées (ou une force concentrée et une autre répartie), il est possible que, pour un rapport déterminé de ces forces, l'accélération totale communiquée au corps soit nulle. On dit alors que les forces s'équilibrent : les accélérations imprimées par ces forces sont de même grandeur mais de sens opposés. Toutefois, si la somme vectorielle des accélérations correspondant à des forces en équilibre est nulle, la somme des déformations dues à ces forces n'est pas nulle, c'est-à-dire que des forces en *équilibre* appliquées en divers points d'un corps le *déforment*. Ainsi, si l'on applique à un corps (à un ressort) deux forces concentrées F_1 et F_2 (fig. I.8, *a*), il se déforme même si l'accélération résultante de son mouvement est nulle.

Il convient de noter qu'est aussi déformé tout corps au repos dans le champ d'attraction terrestre, qu'il soit suspendu ou qu'il repose à la surface de la Terre. Il est facile de le voir sur un ressort à boudin long, debout sur un plan horizontal (fig. I.8,*b*). Ici la force répartie de pesanteur est équilibrée par la force de réaction du plan. L'accélération totale communiquée au ressort tout entier ou à ses divers éléments est nulle, mais le ressort est déformé. Comme pour l'exemple de la fig. I.6, la déformation des divers éléments du ressort situés au voisinage du point d'application de la force concentrée (c'est-à-dire au niveau du plan *0—0*) est plus grande que celle des éléments plus éloignés.

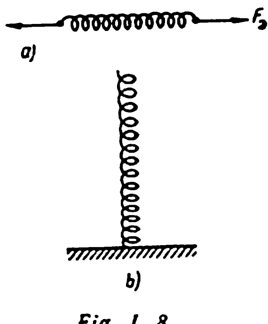


Fig. I. 8.

Choisissant un procédé quelconque de mesure d'une force, on peut établir qu'une seule et même force communique à divers corps des accélérations différentes. On appelle conventionnellement *masse* inerte la propriété d'un corps définissant la grandeur de l'accélération acquise sous l'action de forces données. Ainsi, la mesure de la masse est liée à la mesure des forces.

Considérons un des procédés de mesure de la masse inerte. Supposons que l'on ait un ressort étalon pour la mesure des forces et que l'on ait choisi en outre un corps étalon dont la masse est prise égale à l'unité. Mesurons les accélérations a_{01}, a_{02}, a_{03}, ... communiquées au corps étalon par le ressort déformé (allongement ou compression), les déformations respectives étant l_1, l_2, l_3, ... A chaque valeur de la déformation du ressort, il correspond une valeur déterminée de l'accélération imprimée au corps étalon. On mesure ensuite les accélérations a_1, a_2, a_3 ... qu'acquiert le corps dont on veut comparer

la masse avec celle de l'étalon, lorsque le ressort s'est également déformé de l_1, l_2, l_3, ... L'expérience montre que les rapports des accélérations $\frac{a_{01}}{a_1}$, $\frac{a_{02}}{a_2}$, $\frac{a_{03}}{a_3}$ ... sont égaux. On peut égaler ce rapport commun des accélérations à celui des masses inertes du corps donné (m) et de l'étalon (m_0) :

$$\frac{a_0}{a}=\frac{m}{m_0}, \tag{2.3}$$

et l'on a pour chaque valeur déterminée de la déformation du ressort

$$m_0a_0=ma.$$

§ 5. Lois de la mécanique de Newton

Formulons brièvement les lois de la mécanique newtonienne et donnons en quelques conséquences.

1. Un corps ne subissant aucune action extérieure reste au repos ou se meut d'un mouvement rectiligne uniforme (loi d'inertie).

Cette assertion peut être considérée comme la généralisation de données expérimentales, si l'on a choisi préalablement les moyens de mesure des longueurs et du temps (pour établir l'uniformité du mouvement) et si l'on a les moyens de constater l'existence d'actions extérieures. Un corps peut également être au repos ou en mouvement uniforme lorsque les forces qui le sollicitent s'équilibrent, mais alors il est déformé. Par conséquent, si un corps ne subit l'action d'aucun autre corps, il peut être au repos ou en mouvement rectiligne uniforme, et sa forme et ses dimensions sont alors conservées. Ainsi, l'action des autres corps s'exprime par la variation de la vitesse, de la forme et des dimensions du corps donné.

2. L'accélération communiquée à un corps par une force donnée est directement proportionnelle à la grandeur de cette force et inversement proportionnelle à la masse du corps; la direction de l'accélération coïncide avec celle de la force :

$$a=\frac{F}{m}. \tag{2.4}$$

On suppose ici que la force est mesurée au moyen de ressorts spéciaux gradués (dynamomètres) ; les masses des corps sont données par le rapport (2.1). Par conséquent, la deuxième loi de la mécanique exprime la relation obtenue expérimentalement entre la force communiquant l'accélération, la grandeur de cette accélération et la masse du corps soumis à cette force :

$$F=ma. \tag{2.5}$$

Si le corps subit non pas l'influence d'une force unique, mais de plusieurs forces de diverses grandeurs et directions ($\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ...), il conviendra de remplacer dans la formule (2.4) la force $\boldsymbol{F}$ par la résultante (c'est-à-dire la somme vectorielle) de toutes les forces appliquées au corps :

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\ldots=\Sigma\boldsymbol{F}_i$$

3. Si un corps donné exerce sur un autre corps une force $\boldsymbol{F}_{12}$ (s'il le déforme ou lui communique une accélération) le second corps réagit sur le premier avec une force $\boldsymbol{F}_{21}$ égale à $\boldsymbol{F}_{12}$ mais de sens opposé:

$$\boldsymbol{F}_{12}=-\boldsymbol{F}_{21}. \tag{2.6}$$

Il résulte de mesures que les accélérations que se communiquent deux corps en interaction sont dans le rapport inverse de leurs masses :

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1} \tag{2.7}$$

On utilise parfois cette relation pour mesurer les masses. Soit m_1 la masse d'un corps étalon et m_2 la masse du corps donné. En faisant interagir ces corps, on peut trouver les accélérations a_1 et a_2 acquises, puis la masse m_2 d'après la formule (2.7). Toutefois, il faudra encore vérifier si la masse trouvée m_2 par application de la formule (2.7) reste constante lorsque le corps est soumis à des forces de diverses grandeurs et directions. Cette constance de la masse doit être effectivement établie par une étude supplémentaire.

4. Deux corps s'attirent avec une force directement proportionnelle à leurs masses m_1 et m_2 et inversement proportionnelle au carré de leur distance r:

$$F=\gamma\,\frac{m_1m_2}{r^2}, \tag{2.8}$$

γ étant une constante dite de gravitation.

On introduit parfois la notion de masse *pesante*, en tant que propriété des corps d'agir sur les autres corps à travers l'espace. Il faut évidemment supposer que les corps sont liés à l'espace (doué de propriétés physiques déterminées), ce lien s'exprimant sous forme d'un *champ de gravitation* environnant chaque corps. L'action du champ de gravitation d'un corps sur les autres corps s'exprime par l'apparition de forces d'attraction dont les valeurs diffèrent selon les corps. On peut représenter la force d'attraction entre deux corps en fonction de leurs masses pesantes M_1 et M_2 sous la forme

$$F=\frac{M_1M_2}{r^2}. \tag{2.9}$$

Choisissant un corps étalon de masse pesante égale à l'unité, on pourra calculer la masse pesante de tout autre corps au moyen de la formule (2.9) en mesurant la distance et la force d'attraction entre ces corps.

Ainsi, on peut trouver pour chaque corps deux grandeurs caractérisant ses masses inerte et pesante. Il résulte des mesures que ces grandeurs sont proportionnelles, quels que soient les corps :

$$M=\beta m, \tag{2.10}$$

β étant une certaine constante, la même pour tous les corps. Substituant dans (2.9) $M_1=\beta m_1$ et $M_2=\beta m_2$ et posant $\beta^2=\gamma$, on obtient la formule (2.8). En vertu de la proportionnalité (2.10), on peut mesurer les masses inertes par pesage, étant donné que le rapport des masses inertes de deux corps est égal à celui de leurs masses pesantes. Si deux corps de masses inertes m_1 et m_2 sont attirés par la Terre (en un même lieu) avec des forces F_1 et F_2, on a, en vertu de (2.8) et (2.9),

$$\frac{m_1}{m_2}=\frac{M_1}{M_2}=\frac{F_1}{F_2}. \tag{2.11}$$

Chacune des grandeurs utilisées lors de la description de phénomènes mécaniques (distance, temps, vitesse, accélération, masse, force, etc.), ainsi que *toute* grandeur physique, doit être définie sans ambiguïté. Il doit être dit clairement ce que représente cette grandeur, comment elle doit être mesurée et comment définir le résultat de la mesure. Le résultat de mesure de chaque grandeur physique s'exprime dans des unités bien déterminées.

La mesure de certaines grandeurs physiques exige l'utilisation d'*étalons* appropriés préalablement choisis. Ainsi, pour mesurer les distances, il faut être en possession d'un étalon de longueur — du mètre ; pour mesurer le temps, on se sert d'une horloge étalon synchronisée avec la rotation de la Terre autour de son axe ou du Soleil ; pour mesurer une masse à l'aide des relations (2.3) ou (2.7), on aura préalablement choisi un étalon de masse, etc. Les étalons de grandeurs physiques ne doivent pas varier au cours du temps ou pendant la mesure. De sorte que certains d'entre eux sont conservés dans des conditions stationnaires dans des Bureaux de poids et mesures ; pour les mesures pratiques on se sert de copies fidèles de ces étalons. Les grandeurs physiques pour la mesure desquelles on a choisi des étalons sont dites *grandeurs fondamentales*. Comme il est impossible de contrôler et d'assurer l'invariabilité des étalons au cours des mesures (voir également à ce sujet Troisième Partie, § 30), le nombre des grandeurs fondamentales doit être *minimum*.

Outre les grandeurs fondamentales, on se sert en physique d'un grand nombre de *grandeurs dérivées*, dont la mesure se ramène à celles des grandeurs fondamentales. Ainsi, pour mesurer la vitesse et l'accélération on doit mesurer le temps et le chemin parcouru par le

mobile $\left(v=\frac{\Delta s}{\Delta t};\quad a=\frac{2s}{t^2}\right)$. On indique ainsi pour chaque grandeur dérivée une formule spécifiant comment il faut calculer cette grandeur d'après les résultats de mesure des grandeurs fondamentales.

Définitions, méthodes de mesure et unités de grandeurs fondamentales et dériviées constituent ce qu'on appelle un *système d'unités*. Il existe plusieurs systèmes d'unités qui se distinguent les uns des autres par la composition des unités fondamentales. Dans les systèmes du type LTM les grandeurs fondamentales sont : la longueur (distance) L, le temps T et la masse M. Dans les systèmes du type LTF les grandeurs fondamentales sont la longueur, le temps et la force (F). Le système d'unités le plus usité actuellement est le Système International (SI), du type LTM. Les physiciens, eux, se servent du système CGS (centimètre, gramme, seconde) analogue au précédent. Les systèmes du type LTF sont utilisés dans les mesures techniques avec le kilogramme pour unité de force (*kG* ou *kg-force*). Disons, toutefois, que le système SI évince de plus en plus les systèmes du type LTF.

Arrêtons-nous à la définition des unités fondamentales du *Système International*.

Le *mètre* correspond à 1 650 763, 73 longueurs d'onde dans le vide de la radiation de l'atome du krypton 86 lors de la transition entre les niveaux $2p_{10}$ et $5d_5$.

Cette définition permet de reproduire le mètre avec une précision bien plus grande (10^{-9}) que par la copie du mètre étalon iridié comportant deux repères. Cette radiation correspond à la raie orange du spectre du krypton de poids atomique 86, et les symboles $2p_{10}$ et $5d_5$ désignent conventionnellement deux états stationnaires de cet atome dont la transition de l'un à l'autre est accompagnée par la radiation en question.

La *seconde* est la 1/31 556 925, 9747e partie de l'année tropique 1900, le 0 janvier à midi, temps des éphémérides.

Cette définition, liée à la rotation de la Terre autour du Soleil, est plus judicieuse que celle de la seconde en tant que 1/86 400e partie du jour solaire moyen, car la rotation de la Terre autour de son axe est sujette à des perturbations *imprévisibles*. De 1872 à 1903 la durée moyenne du jour s'est accrue de 0,007 seconde, puis elle a décrû de 0,005 *s* jusqu'en 1934 et a repris sa croissance depuis lors. Ainsi, la durée du jour est déterminée à 10^{-7} près, précision ne répondant pas aux exigences actuelles. L'année tropique, elle, qui est la période comprise entre deux équinoxes de printemps successifs, n'est pas sujette à des perturbations, mais décroît de 0,5 *s* par siècle, ce qui explique pourquoi la définition de la seconde est rapportée à une année déterminée (1900). Le temps des éphémérides est un temps uniforme, utilisé en astronomie, ne dépendant pas de l'irrégularité du mouvement diurne de la Terre ou de sa rotation annuelle autour du Soleil ; il est défini par une formule spéciale où participe la position (la longitude) du Soleil à un instant déterminé (à 12 heures, le 31 décembre 1899, ce qu'on désigne

conventionnellement en astronomie par « an 1900, le 0 janvier, 12 heures temps des éphémérides »).

Le *kilogramme*, unité de masse, est la masse de l'étalon international du kilogramme. La masse du kilogramme étalon excède de 0,000 028 *kg* celle d'un décimètre cube d'eau chimiquement pur à sa température de densité maximum (3,98°C).

A partir de ces unités fondamentales, on peut définir de nouvelles unités pour la mesure d'autres grandeurs. Définissons l'unité de force.

Le *newton* est la force qui communique à une masse de 1 *kg* une accélération égale à 1 m/s^2 :

$$1\ newton = \frac{1\ kilogramme \cdot 1\ mètre}{1 s^2}; \qquad N = \frac{kg \cdot m}{s^2}.$$

Dans le système d'unités absolu (CGS) l'unité de force est la *dyne*, qui communique à une masse de 1 g ($=10^{-3}$ kg) une accélération de 1 cm/s^2 ($=10^{-2}$ m/s^2). Il s'ensuit que 1 dyne$=10^{-5}$ newton.

Le *kilogramme-force* (*kG*), utilisé en technique, est par définition la force communiquant à une masse de 1 *kg* une accélération $g=9{,}80665$ m/s^2 ($\approx 9{,}81$ m/s^2). Par conséquent,

$$1\ kG = 9{,}80665\ N \approx 9{,}81 N.$$

La densité de la matière se mesure en conséquence en kg/m^3 et g/cm^3, le poids spécifique en N/m^3 et $dynes/cm^3$. Notamment, le poids spécifique de l'eau vaut 9810 N/m^3 ou 981 $dynes/cm^3$. Les unités de pression sont N/m^2 et $dyne/cm^2$; 1 $N/m^2=10$ $dynes/cm^2$. Unités employées dans les calculs techniques : atmosphère (kG/cm^2) $=9{,}81 \cdot 10^4$ N/m^2 ; millimètre de colonne de mercure$=133{,}3$ N/m^2.

§ 6. Impulsion d'une force et quantité de mouvement

Il a été indiqué au § 2, chap. I qu'il convenait de décomposer l'accélération totale en deux accélérations, dont l'une (tangentielle) est liée seulement à la variation de la grandeur de la vitesse et l'autre (normale) à la variation de la direction de la vitesse. Ceci étant, il convient aussi de décomposer la force agissant sur un corps en deux composantes :

1) la force tangentielle F dirigée dans le sens du mouvement et qui crée l'accélération tangentielle ;

2) la force normale N perpendiculaire à la direction du mouvement et qui crée l'accélération normale. La fig. I.9 représente le mouvement d'un corps décrivant une trajectoire curviligne ; la force de pesanteur P a été décomposée en sa composante tangentielle F, qui fait varier la vitesse du mouvement en grandeur, et en sa composante normale N, qui courbe la trajectoire.

La force tangentielle F imprime au corps l'accélération a_t :

$$F = P \cos \alpha = ma_t.$$

La force N imprime au corps une accélération normale ou centripète égale, en vertu de (1.12), à $a_n = \frac{v^2}{r}$, r étant le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré :

$$N = P \sin \alpha = ma_n = \frac{mv^2}{r}.$$

Si, par exemple, un corps glisse sur un plan incliné (fig. I.9), la force N ne peut pas courber la trajectoire, mais déforme seulement la surface de glissement. Il en résulte que le plan exerce sur le corps une

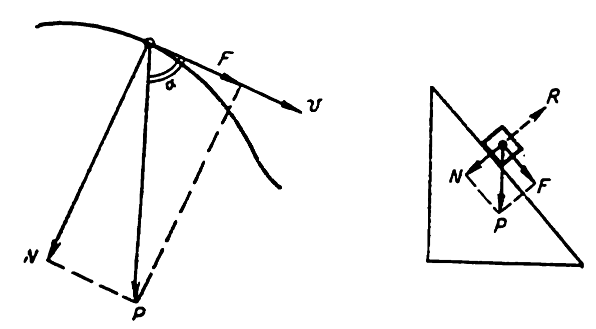


Fig. I. 9.

réaction R qui, en vertu de la troisième loi de la mécanique, est égale à N en grandeur et de sens opposé. Par conséquent, les forces N et R appliquées au corps s'équilibrent et la somme des accélérations qui en résulte est nulle.

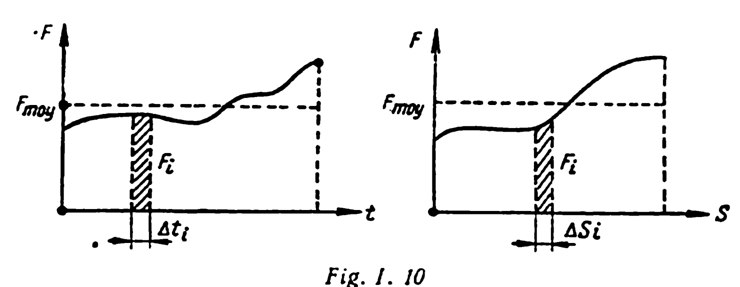


Fig. I. 10

Considérons l'action de la force tangentielle F. Supposons que l'on puisse considérer, avec une précision suffisante, la force F constante dans l'intervalle de temps Δt ; on a alors

$$F = m\frac{\Delta v}{\Delta t}; \quad F\Delta t \approx m\Delta v.$$

Divisant le temps t pendant lequel cette force variable agit en intervalles élémentaires Δt_i (fig. I.10), on peut trouver l'action totale

de cette force comme suit :

$$F_1\Delta t_1 = m\Delta v_1,$$
$$F_2\Delta t_2 = m\Delta v_2,$$
$$\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot$$
$$\Sigma F_i\,\Delta t_i = \Sigma m\,\Delta v_i = m\Sigma\Delta v_i.$$

Puisque la variation totale de la vitesse du mouvement $\Sigma\Delta v_i$ est égale à la différence des vitesses finale et initiale du corps $v_2 - v_1$, on a

$$\Sigma F_i\Delta t_i = mv_2 - mv_1. \qquad (2.12)$$

Si la force est constante, $\Sigma F_i\Delta t_i = Ft$ et

$$Ft = mv_2 - mv_1. \qquad (2.13)$$

Le produit de la force tangentielle par le temps pendant lequel elle s'exerce est appelé l'impulsion de cette force, et le produit de la masse du corps par sa vitesse, la quantité de mouvement de ce corps. Ces deux grandeurs sont des grandeurs vectorielles. On dirige le vecteur impulsion d'une force suivant la force, et le vecteur quantité de mouvement suivant la vitesse. La relation (2.12) exprime que *l'impulsion de la force est égale à la variation de la quantité de mouvement du corps auquel cette force est appliquée.*

On détermine parfois l'action de forces variables en utilisant la notion de force moyenne :

$$F_{moy} = \frac{1}{t}\Sigma F_i\Delta t_i.$$

On peut alors remplacer le premier membre de la relation (2.12) par le produit $F_{moy} \cdot t$.

Dans le cas général de forces variant en grandeur et en direction, le lien entre l'impulsion de la force et la variation de la quantité de mouvement s'écrit sous forme vectorielle :

$$\boldsymbol{F}\,dt = m\,d\boldsymbol{v}; \quad \int_0^t \boldsymbol{F}\,dt = m\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{v}_0. \qquad (2.14)$$

§ 7. Energie cinétique d'un corps et travail d'une force

Nous avons examiné au paragraphe précédent l'action d'une force sur un corps donné en fonction de la durée de l'action. Nous allons examiner à présent l'action d'une force en fonction de la longueur de la trajectoire décrite par le corps. Nous supposerons en général que la force varie le long de la trajectoire. Partageons la trajectoire en divers éléments d'arcs Δs sur lesquels on peut considérer que la force est constante. Sur chacun de ces arcs on peut considérer que le mouvement du corps est uniformément accéléré ; ceci

étant,

$$\Delta s = v_{moy}\Delta t = \frac{v_1+v_2}{2}\Delta t; \quad \Delta t = \frac{2\Delta s}{v_1+v_2}, \qquad (2.15)$$

où v_1 et v_2 sont les vitesses du corps au début et à la fin de l'arc Δs. Substituons la valeur Δt dans la formule (2.13) :

$$F\Delta t = mv_2 - mv_1; \quad F\frac{2\Delta s}{v_1+v_2} = m(v_2 - v_1),$$

on obtient

$$F\Delta s = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (2.16)$$

Désignons la quantité $\frac{mv^2}{2}$, appelée énergie cinétique du corps, par E ; la formule (2.16) montre que sur le tronçon Δs la variation de l'énergie cinétique du corps est égale au produit de la force tangentielle par la longueur du tronçon :

$$F\Delta s = \Delta E.$$

Calculant la variation de l'énergie cinétique pour chaque tronçon de la trajectoire Δs_i et additionnant les valeurs obtenues, il vient :

$$\Sigma F_i \Delta s_i = \Sigma \Delta E_i = E_2 - E_1;$$

$$\Sigma F_i \Delta s_i = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}, \qquad (2.17)$$

v_0 et v étant les vitesses au début et à la fin du chemin.

Le produit de la force tangentielle par le chemin parcouru par un corps (auquel cette force est appliquée) est appelé *travail de la force*. Le résultat obtenu (2.17) signifie que le travail de la force est égal à la variation de l'énergie cinétique du corps sollicité par cette force.

On peut calculer la *force moyenne* qui agirait tout le long de la trajectoire

$$F_{moy} = \frac{1}{s}\Sigma F_i \Delta s_i;$$

on peut alors remplacer le premier membre de la relation (2.17) par le produit $F_{moy} \cdot s$ (fig. I.10).

Pour calculer le travail, il faut connaître l'angle α que fait la force F avec la tangente à la trajectoire. On obtient alors au lieu de (2.17) :

$$\Sigma F_i \Delta s_i \cos\alpha_i = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (2.18)$$

Ainsi, la composante *normale* de la force, qui ne change pas la grandeur de la vitesse du corps, n'accomplit pas de travail. Seule travaille la composante tangentielle de la force, car elle seule fait varier la grandeur de la vitesse du corps.

Notons que :

1) le travail $A = Fs \cos \alpha$ est positif si $\cos \alpha > 0$ et négatif si $\cos \alpha < 0$. Si le travail de la force est négatif, la vitesse décroît : $v < v_0$;

2) lorsqu'un corps se déplace horizontalement, la force de pesanteur n'effectue pas de travail ($\cos \alpha = 0$) ;

3) le travail de la force de pesanteur lorsqu'un corps se meut dans le champ d'attraction de la Terre ne dépend pas de la forme de la trajectoire, mais seulement de la différence des niveaux aux points initial et final de la trajectoire (fig. I.11) :

$$\Delta A_i = P \Delta s_i \cos \alpha_i = P \Delta h_i ;$$
$$A = \Sigma P \Delta h_i = P \Sigma \Delta h_i = Ph.$$

On suppose ici que h n'est pas grand et donc que la force de pesanteur reste constante pendant le mouvement ;

4) si un corps décrit une trajectoire fermée dans le champ d'attraction terrestre, le travail total de la force de pesanteur est nul, étant donné que le travail positif accompli par la force pendant la chute est compensé par le travail négatif pendant la montée ;

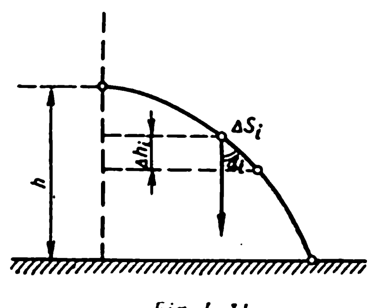


Fig. I. 11.

5) lorsqu'un corps décrit un cercle, la force centripète ne travaille pas ($\cos \alpha = 0$) ;

6) le travail accompli par plusieurs forces appliquées à un même corps est égal au travail de leur résultante, qui est définie comme la somme vectorielle de ces forces.

Le travail et l'énergie se mesurent dans le système SI en joules (J), et dans le système CGS en ergs :

$$1\ joule = 1\ newton \cdot 1\ mètre = 1\ kg \cdot m^2/s^2 ;$$
$$1\ erg = 1\ dyne \cdot 1\ cm = 1\ g \cdot cm^2/s^2 ;$$
$$1\ J = 10^7\ ergs.$$

On appelle puissance d'une source d'énergie le rapport du travail dA fourni par cette source et du temps dt pendant lequel ce travail est fourni :

$$\text{Puissance} = \frac{dA}{dt}.$$

Pour des laps de temps finis, ce rapport exprime la puissance moyenne. La puissance se mesure en watts (J/s) ; $1\ W = 10^7\ ergs/s$.

§ 8. Loi d'attraction universelle

La loi d'attraction universelle de Newton (2.8) a été écrite pour des corps ponctuels. Pour calculer la force d'attraction entre des corps de grandes dimensions, on devra considérer l'ensemble des points qui les constituent. On détermine d'abord la somme vectorielle des forces avec lesquelles toutes les particules d'un corps attirent chaque particule de l'autre corps, puis l'on fait la somme vectorielle de toutes ces forces appliquées aux particules. On trouve ainsi la grandeur et le point d'application de la force F_1 avec laquelle le second corps attire le premier. On détermine d'une manière analogue la force F_2 attirant le second corps, ainsi que son point d'application. Les forces F_1 et F_2 sont toujours égales en grandeurs et dirigées le long de la droite joignant leurs points d'application.

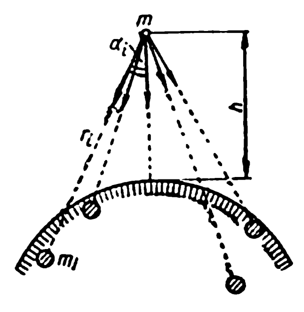


Fig. I. 12.

Lorsqu'on calcule la force avec laquelle la Terre attire un corps ponctuel de masse m situé à la hauteur h (fig. I.12), on prend en considération la distribution symétrique de la masse de la Terre par rapport à la droite joignant le corps au centre de la Terre. Ceci étant, la résultante de toutes les forces appliquées au corps sera dirigée verticalement vers le bas et sera égale à

$$F = \Sigma F_i = \Sigma \gamma \frac{m_i m}{r_i^2} \cos \alpha_i = mg,$$

avec

$$g = \Sigma \gamma \frac{m_i}{r_i^2} \cos \alpha_i. \tag{2.19}$$

La quantité $g = \frac{F}{m}$ est l'accélération de chute libre : elle résulte de la force d'attraction de la Terre. Cette accélération dépend de la hauteur h et ne dépend pas de la masse (et de la matière) du corps.

Lorsqu'on calcule la force d'attraction mutuelle de corps sphériques dont les masses sont uniformément distribuées dans les volumes on retrouve la formule (2.8), r étant la distance entre les centres. En assimilant la Terre à une telle sphère, on peut calculer la force d'attraction de corps de très petites dimensions par la formule

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2}. \tag{2.20}$$

M étant la masse de la Terre, r la distance entre le corps et le centre de la Terre, γ la constante de gravitation qui vaut $6{,}67 \cdot 10^{-8}\ cm^3/g \cdot s^2$ ou $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ m^3/kg \cdot s^2$.

Pour des corps de dimensions finies, le point d'application de la force d'attraction par la Terre est appelé *centre de gravité* du corps considéré.

Un espace où les corps sont sollicités par des forces proportionnelles à une propriété déterminée de ces corps est appelé *champ de forces* (tel est, par exemple, le champ électrique, où les corps sont sollicités par des forces proportionnelles à leurs charges). La Terre est plongée dans un *champ de gravitation* (ou « champ d'attraction ») dans lequel les corps sont attirés par des forces proportionnelles à leurs masses. On peut déterminer, en chaque point du champ, le rapport de la force agissant sur un corps ponctuel se trouvant en ce point et de la masse de ce corps ; en vertu de (2.20), ce rapport ne dépend pas de la masse du corps et est égal à l'accélération de chute libre au point donné du champ :

$$\frac{F}{m}=g; \quad g=\gamma\frac{M}{r^2}. \tag{2.21}$$

On appelle *potentiel* d'un point donné du champ de gravitation le quotient du travail A pour éloigner un corps ponctuel de masse m de ce point à l'infini par la masse de ce corps ; à la distance r du centre de la Terre (mais en dehors de la Terre) le potentiel φ du champ de gravitation est :

$$A=\int_r^\infty F\,dr\cos\alpha=-\int_r^\infty \gamma\frac{mM}{r^2}dr=-\gamma\frac{mM}{r}; \quad \varphi=\frac{A}{m}=-\gamma\frac{M}{r}. \tag{2.22}$$

Le travail et le potentiel sont négatifs étant donné que les forces de gravitation s'opposent au déplacement.

Le travail pour transporter une masse ponctuelle d'un point du champ (« 1 ») à un autre point (« 2 ») est égal à

$$A=m(\varphi_1-\varphi_2). \tag{2.23}$$

Le champ de gravitation est un *champ potentiel*, car le travail de transport ne dépend pas de la forme et de la longueur de la trajectoire, mais est déterminé simplement par les potentiels aux points initial et final de la trajectoire. On peut mener dans de tels champs des *surfaces équipotentielles*, dont tous les points ont le même potentiel. Lorsqu'un corps ponctuel se déplace sur une surface équipotentielle, les forces de gravitation, en vertu de (2.23), n'effectuent pas de travail. Cela signifie que les forces de gravitation sont toujours dirigées *perpendiculairement* aux surfaces équipotentielles. Dans le cas de corps parfaitement sphériques les surfaces équipotentielles sont également sphériques et les forces de gravitation sont dirigées radialement vers le centre.

Considérons un corps au repos à la surface de la Terre ; ce corps subit trois forces (fig. I. 13,*a*) : la force d'attraction de la Terre ($F=mg$), la force d'Archimède (F_A) et la réaction d'appui. Le corps participant

au mouvement diurne de la Terre avec la vitesse angulaire ω, la force centripète nécessaire, $F_c = m\omega^2 r$, doit être égale à la résultante des trois forces mentionnées :

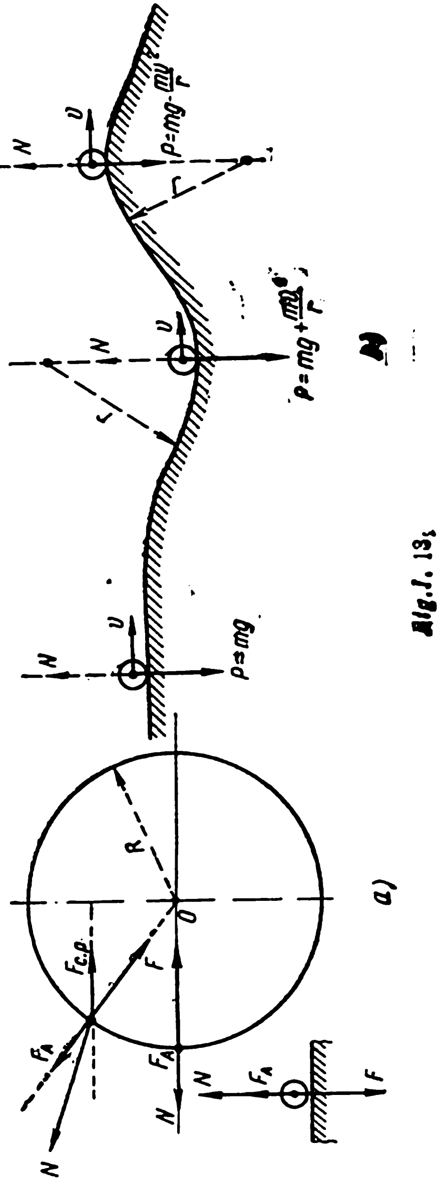
$$F_c = F + F_A + N.$$

Les forces F et F_A sont toujours dirigées verticalement ; la force F_c n'est verticale qu'à l'équateur (au pôle $F_c = 0$). En conséquence, la valeur numérique de la force N pour les corps au repos à la surface de la Terre au voisinage de l'équateur est : $N = F - F_A - F_c = mg - m\omega^2 r - F_A$, et au pôle : $N = mg - F_A$.

Au lieu de la réaction d'appui N, nous considérerons la force P avec laquelle le corps agit sur l'appui. En vertu de la troisième loi de la mécanique, la force P est numériquement égale à N et de sens inverse. Négligeant la force d'Archimède, on obtient pour les corps au repos à l'équateur :

$$P = mg - m\omega^2 R;$$
$$mg = P + m\omega^2 R.$$

Cette formule montre que la force de pesanteur $F = mg$ se décompose en deux composantes : l'une d'elles, égale à $m\omega^2 R$, communique au corps une accélération centripète égale à $\omega^2 R$; l'autre composante, égale à P, agit sur l'appui et le déforme.



La force P est appelée *poids* du corps. Comme $\omega^2 r \ll g$, on a $P \approx mg$, c'est-à-dire que le poids d'un corps au repos est égal à la force avec laquelle ce corps est attiré par la Terre. Mais si la vitesse angulaire de la rotation de la Terre autour de son axe était suffisamment grande, le poids du corps serait plus petit que la force d'attraction

terrestre ; notamment, pour $\omega^2 R = g$ le poids du corps à l'équateur serait nul.

Supposons maintenant que le corps *se meuve* à la surface de la Terre, décrivant une trajectoire complexe (fig. I. 13,*b*). Pour simplifier le raisonnement, nous n'envisagerons que les points de la trajectoire en lesquels la vitesse du mouvement du corps est horizontale. Deux forces agissent sur le corps : $F = mg$ et N. Sur un tronçon de trajectoire horizontal l'accélération du mouvement du corps (abandonné à lui-même) est nulle et on a $F = N = P$, c'est-à-dire que le poids du corps est égal à la force de pesanteur : $P = mg$. Sur un arc concave la force N est plus grande que F, puisque l'accélération centripète $\frac{v^2}{r}$ est communiquée par la force N. Dès lors, le poids du corps sera lui aussi plus grand que la force de pesanteur :

$$P = F + \frac{mv^2}{r} = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right).$$

Lorsque le corps se meut sur un arc convexe, l'accélération centripète est communiquée par la force F. La différence entre $F = mg$ et la force centripète $\frac{mv^2}{r}$ agira sur la surface et provoquera la réaction N. Dans ce cas,

$$P = F - \frac{mv^2}{r} = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right).$$

Pour des v grands et des r petits on peut avoir $N = P = 0$; ainsi, pour $v = 180$ $km/h = 50$ m/s et $r = 250$ m, l'accélération normale dirigée vers le haut est $\frac{v^2}{r} = 10$ $m/s^2 \approx g$, et le corps n'exerce pas de pression sur la Terre. Si $\frac{mv^2}{r} > mg$, le corps se détache du sol, la force d'attraction ne pouvant plus assurer le mouvement du corps avec la vitesse donnée sur un arc de rayon r. Le corps décrira une courbe en chaque point de laquelle l'accélération *totale* est égale à l'accélération g du champ de gravitation.

Ainsi, le poids d'un corps n'apparaît que si le corps se meut avec une accélération différente de g. Il en est ainsi lorsque, outre la force de pesanteur, le corps est sollicité encore par d'autres forces. Le poids du corps est la force avec laquelle ce corps agit sur les autres corps qui entravent son mouvement libre dans le champ de la gravitation. Mais si le corps est abandonné à lui-même dans le champ de la gravitation, il est impondérable (la trajectoire du mouvement peut être quelconque : rectiligne, parabolique, elliptique ou circulaire). De la sorte, le poids d'un corps n'est pas la force d'attraction de ce corps par la Terre. Quel que soit l'état de mouvement (pondérable ou impondérable) la force de pesanteur agit toujours. Mais le poids n'apparaît que dans le cas où le corps subit, outre la force de pesanteur, d'autres forces, et son accélération est alors différente de g.

Pour qu'un corps se meuve dans le champ de gravitation de la Terre avec une accélération $\boldsymbol{a}$ différente de $\boldsymbol{g}$, il faut qu'il soit sollicité par d'autres corps avec une force $\boldsymbol{N}$ satisfaisant à la condition

$$\boldsymbol{N}+\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}.$$

Alors le poids du corps (c'est-à-dire la force avec laquelle le corps considéré agit sur les autres corps) est :

$$\boldsymbol{P}=-\boldsymbol{N}=m\boldsymbol{g}-m\boldsymbol{a}=m(\boldsymbol{g}-\boldsymbol{a}). \tag{2.24}$$

Si le corps est au repos ou s'il est en mouvement rectiligne uniforme, on a $\boldsymbol{a}=0$ et $\boldsymbol{P}=m\boldsymbol{g}$. Si le corps se meut librement dans le champ de gravitation sur une trajectoire quelconque, dans n'importe quelle direction, on a $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{P}=0$ et le corps est impondérable. Il en est ainsi des corps se trouvant dans la cabine d'un vaisseau cosmique en mouvement libre dans l'espace. Mais si ce mouvement n'est pas libre, par exemple en présence d'atmosphère ou réacteurs en marche, alors l'accélération des corps est différente de $\boldsymbol{g}$.

La sensation physiologique de pesanteur chez l'homme est due à l'action conjuguée des forces distribuées et concentrées. Ainsi, si un homme se tient debout, la force de pesanteur distribuée dans tout son corps est équilibrée par la force de réaction concentrée transmise aux jambes. Le corps se déforme alors quelque peu et les muscles sont tendus. Mais si le corps humain est en mouvement libre dans le champ de gravitation (sur n'importe quelle trajectoire) il ne subit pas l'action de forces concentrées de la part d'appuis ; la force de pesanteur répartie ne provoque aucune déformation de l'organisme, puisque toutes les parties du corps se meuvent avec la même accélération égale à g. Cet état particulier de l'organisme est l'état d'impondérabilité.

La loi de gravitation universelle a permis de déterminer les masses de la Terre, du Soleil, de la Lune et des planètes. Ainsi, en vertu de (2.21), la masse de la Terre est

$$M=\frac{gR^2}{\gamma}. \tag{2.25}$$

La constante de gravitation a été minutieusement mesurée (Cavendish et autres) en laboratoire ; on prend $\gamma=6{,}685\cdot10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}$. L'accélération de chute libre est déterminée par les oscillations d'un pendule ; à la latitude de 45° sa valeur est $g=9{,}806\ m/s^2$. Le calcul d'après la formule (2.25) donne la masse de la Terre $M_T \doteq 5{,}98\cdot10^{24}\ kg$. La masse du Soleil M_S peut être calculée en fonction de la période de révolution des planètes T (notamment de la Terre). La force d'attraction d'une planète sur son orbite est une force centrale, aussi

$$\gamma\frac{MM_S}{r^2}=\frac{Mv^2}{r}; \quad M_S=\frac{4\pi^2r^3}{\gamma T^2} \tag{2.26}$$

(la vitesse linéaire d'une planète sur son orbite est $v=\frac{2\pi r}{T}$). Pour deux planètes :

$$\frac{r_1^3}{r_2^3}=\frac{T_1^2}{T_2^2}, \tag{2.27}$$

ce qui montre que le rapport des carrés des périodes de révolution est égal au rapport des cubes des distances des planètes au Soleil (loi de Képler). Les orbites des satellites artificiels sont données aussi par ces formules.

§ 9. Mouvement des corps dans le champ d'attraction de la Terre. Satellites artificiels

Le mouvement vertical des corps sur de petits tronçons est sensiblement uniformément accéléré (ou retardé). Mais si la variation de la hauteur du corps est équivalente au rayon de la Terre, l'accélération de chute libre change notablement. A la hauteur h elle est égale à

$$g=g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}=\frac{g_0}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2}\approx g_0\left(1-2\frac{h}{R}\right).$$

Ainsi, si l'on s'élève à l'altitude $h=6{,}35$ *km*, la force d'attraction terrestre et, par conséquent, l'accélération de chute libre diminuent d'environ 0,2%.

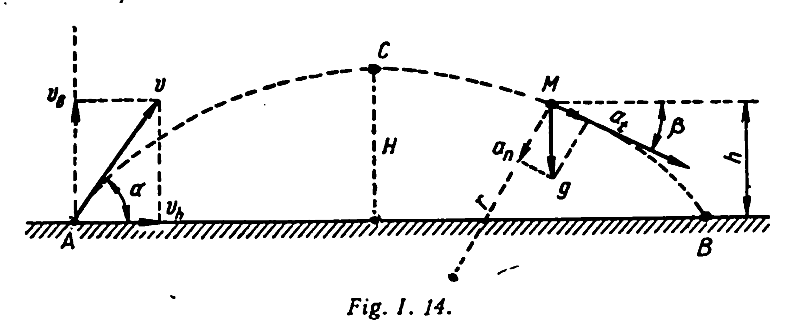


Fig. I. 14.

Le problème des projectiles lancés sous l'angle α avec l'horizontale n'est résolu simplement qu'en l'absence de résistance de l'air. Décomposant (fig. I.14) la vitesse initiale v_0 en ses composantes horizontale $v_h=v_0\cos\alpha$ et verticale $v_v=v_0\sin\alpha$, on admet que le mouvement horizontal est uniforme et que le mouvement vertical, indépendant du premier, est uniformément retardé sur le tronçon AC et uniformément accéléré sur le tronçon CB. Pour un point arbitraire M de la trajectoire :

$$v=\sqrt{v_v^2+v_h^2}; \quad v_v=\sqrt{2g(H-h)}; \quad \operatorname{tg}\beta=\frac{v_v}{v_h};$$

les accélérations normale et tangentielle et le rayon de courbure au point considéré sont :

$$a_n = g\cos\beta = \frac{v^2}{r}; \quad a_t = g\sin\beta; \quad r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v^2}{g\cos\beta}.$$

Si l'on augmente la vitesse initiale v_0, la trajectoire décrite par le corps s'amplifie ; si cette vitesse est suffisamment grande, le corps s'échappe dans l'espace cosmique environnant la Terre. Soit C le point de la trajectoire où la vitesse est perpendiculaire à la droite OC (fig. I.15). La vitesse v peut être supérieure à v_0 si sur le tronçon

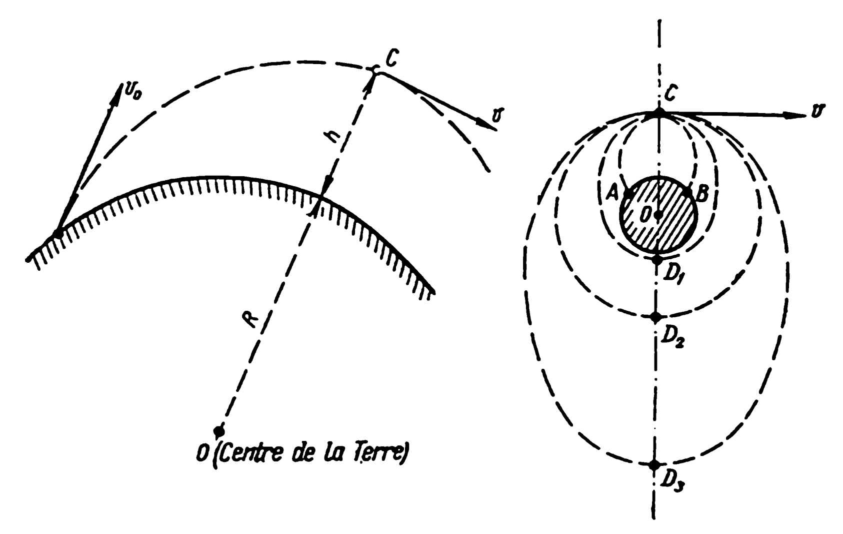


Fig. I. 15.

AC une accélération a été communiquée au corps, par exemple par des moteurs à réaction. Calculons la vitesse v_1 requise pour que le corps décrive librement par la suite un cercle de rayon $r=R+h$, or, qu'il s'installe sur une orbite circulaire autour de la Terre. Le long de l'orbite la force d'attraction se traduit uniquement par une accélération centripète, d'où la vitesse cherchée :

$$\frac{mv_1^2}{r} = \gamma\frac{mM}{r^2}; \quad v_1 = \sqrt{\gamma\frac{M}{r}} = \sqrt{gr}.$$

La vitesse v_1 est appelée *première vitesse cosmique* ; au voisinage de la surface de la Terre ($h=0$; $r=R=6350$ km, $g=g_0=9{,}81$ m/s^2) elle est égale à $v_1=7800$ m/s.

Supposons qu'au point C la vitesse du corps v soit inférieure à v_1 ; alors la force d'attraction sera plus grande que la force centripète requise et, continuant son mouvement, le corps se rapprochera

de la Terre avec une vitesse croissante. En fonction de v, ou bien il tombera sur la Terre ($v \leqslant v_1$) (au point B), ou bien il passera au voisinage du point opposé de la Terre à la distance OD_1 et continuera à décrire une ellipse ($OD_1 < OC$). Si $v = v_1$, comme il a été dit ci-dessus, le corps décrira une orbite circulaire. Lorsque $v > v_1$, la force d'attraction ne peut plus retenir le corps sur son orbite circulaire et il s'éloigne de la Terre ; l'orbite devient elliptique ($OD_3 > OC$) ; v croissant, le point D_3 s'éloigne du centre de la Terre et, lorsque la vitesse est très grande, le corps se désatellise.

Calculons la vitesse minimum v_2 qu'il faut communiquer au corps pour qu'il puisse (en l'absence de résistance atmosphérique) vaincre l'attraction terrestre et s'échapper dans l'espace cosmique. Pour cela l'énergie cinétique du corps doit être égale au travail pour vaincre la force d'attraction :

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_R^\infty \gamma \frac{mM}{r^2} dr = \gamma \frac{mM}{R},$$

d'où

$$v_2 = \sqrt{2\gamma \frac{M}{R}} = \sqrt{2gR}.$$

C'est la *deuxième vitesse cosmique* ; à la surface de la Terre elle est d'environ 11 200 *m/s*. Notons que $v_2 = \sqrt{2} v_1$.

Le 4 octobre 1957, en Union Soviétique, était lancé le premier satellite artificiel de la Terre. L'apogée de son orbite était de 950 *km* et son périgée de 227 *km*. La période de révolution initiale était de 96,2 *min*. Le satellite était une sphère de 58 *cm* de diamètre et d'une masse de 83,6 *kg*.

Le 12 avril 1961, en Union Soviétique, était réalisé le premier vol de l'homme dans l'espace cosmique. Le pilote-cosmonaute Y. Gagarine effectuait un vol orbital à bord du vaisseau Vostok-1. L'apogée de l'orbite était de 327 *km* et le périgée de 181 *km*. Le vol dura 1 *h* 48 *min*.

§ 10. Mouvement des corps de masse variable ; principe du mouvement à réaction

Le mouvement de certains corps s'opère avec une variation continue de leurs masses ; ainsi, la masse d'une goutte d'eau en mouvement peut décroître par suite de l'évaporation, ou croître par condensation des vapeurs à sa surface ; la masse d'une fusée varie par suite de l'éjection des produits de combustion ; pour la même raison varie la masse d'un avion, qui dépense pour se propulser ses réserves de carburant, etc. La variation de la masse des corps conduit à certaines complications des formules définissant leur mouvement.

Les recherches expérimentales et théoriques sur le mouvement des corps de masse variable ont conduit à l'assertion : si un système éjecte une partie de sa masse dans une certaine direction, il reçoit une impulsion (quantité de mouvement) dans le sens inver-

se. Ceci constitue le *principe du mouvement à réaction*. La technique des fusées, les calculs des moteurs à réaction s'appuient sur ce principe.

Etablissons l'équation du mouvement des corps de masse variable en faisant quelques hypothèses simplificatrices. Supposons qu'à l'instant initial un corps de masse M_0 était au repos par rapport à un certain référentiel lié, par exemple, à la Terre. Soit M la masse du corps au bout du temps t, et $\boldsymbol{v}$ sa vitesse. Dans chaque intervalle de temps dt une petite masse dm se détache du corps, et on supposera que la vitesse d'éjection $\boldsymbol{u}$ est la même pour toutes les masses dm. Nous supposerons ensuite que le corps n'est pas soumis à des forces extérieures, aussi l'éjection de la masse dm résulte-t-elle des forces d'interaction du corps et des parties qui s'en détachent. En vertu de la troisième loi de la mécanique, ces forces internes $\boldsymbol{f}_1$ et $\boldsymbol{f}_2$ ont la même grandeur et des sens opposés. Pendant le temps dt la masse du corps décroît de dM et sa vitesse s'accroît de $d\boldsymbol{v}$. La force $\boldsymbol{f}_1$ s'exerce sur la masse $M - dM$ et fait varier sa quantité de mouvement de

$$\boldsymbol{f}_1 dt = (M - dM)(\boldsymbol{v} + d\boldsymbol{v}) - (M - dM)\,\boldsymbol{v}.$$

Négligeant les infiniment petits de second ordre, il vient

$$\boldsymbol{f}_1 dt = M d\boldsymbol{v}. \tag{2.28}$$

La force f_2 qui agit sur la masse éjectée dm fait passer sa vitesse de la valeur initiale v à la valeur finale u, c'est-à-dire que

$$\boldsymbol{f}_2 dt = (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v})\, dm. \tag{2.29}$$

Comme $\boldsymbol{f}_1 = -\boldsymbol{f}_2$ et que la masse éjectée dm est égale à la *diminution* de la masse du corps, soit $dm = -dM$, la quantité de mouvement acquise par le corps dans le temps dt est égale à

$$M d\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v})\, dM. \tag{2.30}$$

La différence des vitesses $\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v} = \boldsymbol{w}$ est la vitesse des masses éjectées par rapport au corps lui-même (en valeur absolue $w = u + v$) ; pour une fusée c'est la vitesse moyenne d'éjection des produits de combustion par rapport à la fusée. $\boldsymbol{w}$ étant opposée à la vitesse $d\boldsymbol{v}$, passant de l'équation vectorielle (2.30) à son expression scalaire, il faudra remplacer $u - v$ par $-\boldsymbol{w}$:

$$dv = -w \frac{dM}{M}. \tag{2.31}$$

Le signe moins signifie que l'accroissement de la vitesse (dv positif) est accompagné de la diminution de la masse du corps (dM négatif). Supposons en outre que la vitesse d'éjection des masses par rapport au corps soit constante pendant le mouvement. Alors l'équation (2.31) s'intègre facilement :

$$v - v_0 = w \ln \frac{M_0}{M} = w \ln \left(1 + \frac{M_0 - M}{M}\right). \tag{2.32}$$

Cette formule a été établie pour les fusées par l'éminent théoricien des vols cosmiques Tsiolkovski. Elle montre que l'accroissement de la vitesse dans un laps de temps fini est déterminé par la vitesse d'éjection des gaz par la tuyère et par le rapport de la masse du carburant dépensé ($\Delta M = M_0 - M$) et de la masse restante de la fusée. Si, par exemple, $w = 2500$ *m/s*, pour atteindre la vitesse finale $v = 12\,500$ *m/s* (pour $v_0 = 0$) il faut que le rapport de la masse du carburant à celle de la fusée soit 89.

Pour les fusées et les moteurs à réaction la force f_1 appliquée à la carcasse de la fusée ou du moteur par les produits de combustion est appelée *force de poussée*. Pour les fusées à combustible liquide ou solide (ne consommant pas d'air) la vitesse initiale des masses éjectées (avant la combustion) est égale à la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la fusée et la vitesse finale (en dehors de la fusée) à $\boldsymbol{u}$. Par conséquent,

$$\boldsymbol{f}_1 = -\boldsymbol{f}_2 = (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) \frac{dM}{dt} = \boldsymbol{w} \frac{dM}{dt}. \tag{2.33}$$

Ainsi, si $w=2500$ *m/s* et si le débit de carburant est de 200 *kg/s*, la force de poussée sera de 500 000 *newtons*. Pour les réacteurs utilisant l'air atmosphérique le débit de carburant est faible par rapport à la quantité d'air consommé ; le calcul de la force de poussée est basé sur la variation de la quantité de mouvement de l'air traversant à chaque seconde le moteur.

Dans les calculs qui précèdent abstraction a été faite des forces extérieures. Si un corps de masse variable subit l'action de *forces extérieures* (attraction terrestre, résistance atmosphérique, etc.), il faudra égaler la variation totale de la quantité de mouvement à la somme des impulsions de la force extérieure F et de la force intérieure f_1 :

$$Mdv = Fdt + f_1 dt.$$

En vertu de (2.28) et (2.30), l'impulsion de la force f_1 est égale à $(u - v)dM$, donc

$$M\frac{dv}{dt} = F + (u - v)\frac{dM}{dt}. \qquad (2.34)$$

C'est une des équations de I. Mécherski, permettant de résoudre une série de problèmes importants sur le mouvement des corps à masse variable. Cette équation convient également lorsque la masse croît ($dM>0$) au lieu de décroître comme on l'a supposé plus haut. Notamment, si $u=0$, c'est-à-dire si les masses élémentaires détachées ou associées au corps ont une vitesse nulle (par rapport au référentiel mentionné), l'équation (2.34) devient

$$\frac{d}{dt}(Mv) = F.$$

Nous avons envisagé ci-dessus le mouvement de corps dont la variation de la masse était due à l'éjection ou à l'association de masses élémentaires, dans ce dernier cas, de particules du milieu ambiant par exemple. Toutefois, la variation de la masse peut résulter également de la variation de l'*état* du corps, notamment de la vitesse. Ainsi, il résulte de mesures que la masse de l'électron (ainsi que des autres particules élémentaires) varie avec la vitesse conformément à la formule

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

m_0 étant la masse de l'électron au repos, c la vitesse de la lumière dans le vide. Pour de tels corps la deuxième loi de la mécanique sous la forme $F = m\frac{dv}{dt} = ma$ n'est plus vraie et doit être remplacée par la formule plus générale

$$F = \frac{d}{dt}(mv). \qquad (2.35)$$

En physique théorique la quantité de mouvement mv d'un corps est appelée son *impulsion* ; alors la formule (2.35) se lit : *la force appliquée à un corps est égale à la vitesse de variation de son impulsion*. Lorsque la masse du corps mobile est constante la formule (2.35) devient $F=ma$.

§ 11. Principe de relativité des phénomènes mécaniques

Envisageons deux référentiels, S_1 et S_2 munis d'axes de coordonnées, ces référentiels étant en mouvement relatif. Etudiant différents phénomènes mécaniques, on peut mesurer les vitesses et les accélérations des corps aussi bien par rapport à S_1 que S_2. Ceci étant, la question se pose : les lois de la mécanique s'exprimeront-elles

identiquement dans S_1 et S_2 ou, en d'autres termes, l'expression des lois régissant les phénomènes mécaniques dépend-elle du référentiel considéré conventionnellement comme immobile?

Considérons un cas très simple : envisageons le mouvement d'un corps de masse m pouvant être sollicité avec une force F par d'autres corps. Remarquons en premier lieu que si le corps n'est sollicité par aucune force et s'il se meut par rapport à S_1, d'après la loi d'inertie, d'un mouvement rectiligne uniforme, ce mouvement peut être non rectiligne et non uniforme par rapport à S_2 suivant le mouvement de S_2 par rapport à S_1. Si, par exemple, S_2 tourne autour de S_1, le corps m, qui se déplace par inertie, décrira par rapport à S_2 une certaine spirale. Par conséquent, la première loi de la mécanique — la loi d'inertie — est observée dans S_1, mais ne l'est pas dans S_2.

De la même manière, la deuxième loi de la mécanique s'exprime tout aussi différemment dans S_1 et S_2. Ainsi, supposons que la force F appliquée au corps considéré lui communique une accélération égale dans S_1 à $\boldsymbol{a}_1=\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt}$ ($\boldsymbol{v}_1$ étant la vitesse du corps dans S_1). Si dans S_1 est observée la deuxième loi de la mécanique, on a :

$$\boldsymbol{F}=m\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dt}=m\boldsymbol{a}_1. \qquad (2.36)$$

Désignons par $\boldsymbol{v}_2$ la vitesse du corps par rapport à S_2, et par $\boldsymbol{u}$ la vitesse de S_2 par rapport à S_1. Alors $\boldsymbol{v}_2=\boldsymbol{v}_1-\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}_1=\boldsymbol{v}_2+\boldsymbol{u}$. Substituant cette expression de $\boldsymbol{v}_1$ dans (2.36), il vient :

$$\boldsymbol{F}=m\frac{d\boldsymbol{v}_2}{dt}+m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}=m\boldsymbol{a}_2+m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}. \qquad (2.37)$$

Par conséquent, par rapport à S_2 la force sollicitant le corps considéré n'est plus égale au produit $m\boldsymbol{a}_2$ de sa masse par son accélération, mais en diffère de la quantité $m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}$. Notons que ce terme supplémentaire dans l'expression (2.37) ne résulte pas de l'action d'une force quelconque sur ce corps, mais du fait que le référentiel S_2 se meut par rapport au premier référentiel S_1 avec l'accélération $\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}$. La quantité $m\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}=\boldsymbol{f}'$ s'appelle parfois force d'inertie.

Il est évident que si S_2 se déplace par rapport à S_1 d'un mouvement rectiligne uniforme, on a $\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}=0$ et la première comme la deuxième loi de la mécanique sont observées pour les deux référentiels. Cette conclusion est contenue dans une proposition particulière appelée *principe de relativité* (Galilée) : *les lois des phénomènes mécaniques ont la même forme dans tous les référentiels animés les uns par rapport aux autres d'un mouvement rectiligne et uniforme.*

Les référentiels par rapport auxquels les lois de la mécanique s'énoncent comme dans le § 5 sont dits référentiels d'*inertie* ou

galiléens. Le référentiel lié à des étoiles dites « fixes » est, avec une très grande précision, un système galiléen. Un référentiel lié à la Terre n'est pas galiléen essentiellement par suite de la rotation de la Terre autour de son axe ; néanmoins, dans la plupart des calculs techniques la force $f' = m\frac{du}{dt}$ est très petite et on admet que le référentiel lié à la Terre, considéré comme étant au repos, est galiléen. Le fait qu'un tel référentiel ne soit pas réellement galiléen est révélé par tous les phénomènes dus à la rotation de la Terre autour de son

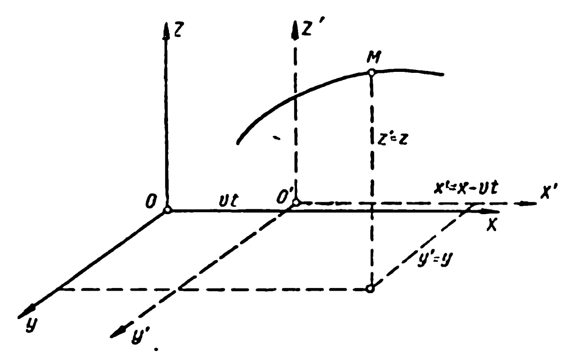


Fig. I. 16.

axe (rotation du plan des oscillations du pendule de Foucault, affouillement de la rive droite des fleuves de l'hémisphère boréal coulant du nord au sud, etc.).

Trouvons le lien entre les résultats de mesure des coordonnées et du temps dans deux référentiels d'inertie S_1 et S_2. Désignons par x, y, z, t les coordonnées du corps mobile et le temps mesurés dans le référentiel S_1, et par x', y', z', t' les coordonnées de ce même corps et le temps mesurés dans l'autre référentiel galiléen S_2. Pour simplifier, supposons que les axes OX et OX' de ces référentiels coïncident (fig. I.16). Ceci étant, les valeurs des coordonnées y et z du corps mobile seront les mêmes dans S_1 et S_2 ($y' = y$, $z' = z$). Supposons ensuite que l'origine O' de S_2 coïncidait à l'instant initial ($t = 0$) avec l'origine O de S_1, et qu'il glisse d'un mouvement uniforme de vitesse v dans le sens positif de l'axe OX. Au bout du temps t la distance entre O et O' devient vt. Telle sera aussi la différence entre les coordonnées x et x' du corps mobile, c'est-à-dire $x' = x - vt$. Dans la mécanique de Newton on suppose que le résultat de la mesure du temps ne dépend pas du référentiel, donc $t' = t$. Par conséquent, on a pour les relations entre les coordonnées du corps et le temps dans S_1 et S_2 :

$$x' = x - vt\,; \quad y' = y\,; \quad z' = z\,; \quad t' = t. \tag{2.38}$$

Ce sont les *transformations de Galilée*.

De la première relation (2.38) on peut déduire la dérivée par rapport au temps :

$$\frac{dx'}{dt}=\frac{dx}{dt}-v.$$

Désignons la vitesse du corps dans S_1 par $\frac{dx}{dt}=w$ et par $\frac{dx'}{dt}=u$ sa vitesse dans S_2. Alors la relation $w=u+v$ exprime la loi de composition des vitesses dans la mécanique de Newton. Dans la théorie de la relativité d'Einstein la loi de composition des vitesses est différente.

Chapitre III

ROTATION DU CORPS SOLIDE

§ 12. Energie cinétique d'un corps en rotation ; moment d'inertie

Lorsqu'un corps solide tourne autour d'un axe fixe, ses diverses parties élémentaires de masses m_i décrivent des cercles de rayons r_i avec différentes vitesses linéaires v_i. Cependant, la vitesse angulaire de tous ces points est la même (si le corps ne se déforme pas pendant sa rotation), c'est-à-dire que

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots \quad (3.1)$$

Nous définirons l'énergie cinétique d'un corps tournant comme la somme des énergies cinétiques de ses constituants élémentaires, que l'on assimilera à des points matériels :

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots = \frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2} + \\ + \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2} + \dots = \frac{\omega^2}{2}(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots). \quad (3.2)$$

La somme des produits des masses élémentaires par les carrés de leurs distances à l'axe de rotation est appelée *moment d'inertie* de ce corps par rapport à cet axe :

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \Sigma m_i r_i^2 \quad (3.3)$$

(il se mesure en $kg \cdot m^2$ où $g \cdot cm^2$). Plus exactement,

$$I = \int_V r^2 \, dm,$$

l'intégration étant faite dans tout le volume du corps. L'expression de l'énergie cinétique du corps solide tournant prend alors la forme simple :

$$E = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (3.4)$$

Le moment d'inertie d'un corps dépend de la distribution de sa masse par rapport à l'axe donné (c'est-à-dire de la forme et des dimensions du corps, ainsi que de la disposition de l'axe). Pour les corps de formes régulières, il est facile de calculer le moment d'inertie par rapport à un axe de symétrie. Donnons quelques formules pour le calcul des moments d'inertie (cf. fig. I.17) :

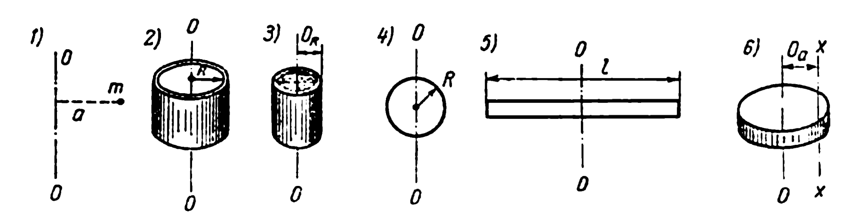


Fig. I. 17.

1) moment d'inertie d'un point matériel de masse m situé à la distance a de l'axe :

$$I = ma^2; \tag{3.5}$$

2) moment d'inertie d'un anneau mince homogène, d'un cerceau, d'un cylindre à paroi mince par rapport à l'axe de symétrie $O—O$ $(r_i = R)$:

$$I = \Sigma m_i r_i^2 = R^2 \Sigma m_i = mR^2, \tag{3.6}$$

R étant le rayon de l'anneau (extérieur ou intérieur, peu importe, la paroi étant mince) ; $m = \Sigma m_i$ est la masse du corps ;

3) moment d'inertie d'un cylindre plein homogène (d'un disque) par rapport à son axe $O—O$:

$$I = \Sigma m_i r_i^2 = \frac{1}{2} mR^2; \tag{3.7}$$

4) moment d'inertie d'une boule homogène par rapport à un diamètre

$$I = \frac{2}{5} mR^2; \tag{3.8}$$

5) moment d'inertie d'une tige homogène de longueur l par rapport à sa médiatrice :

$$I = \frac{1}{12} ml^2. \tag{3.9}$$

On démontre que le moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe quelconque XX (fig. I.17) est égal à la somme du moment d'inertie I_0 de ce corps par rapport à l'axe $O — O$ passant par son centre de gravité parallèlement à l'axe considéré et du produit de sa masse m par le carré de la distance a entre ces deux axes :

$$I = I_0 + ma^2. \tag{3.10}$$

§ 13. Lois de la mécanique du mouvement de rotation ; moment d'une force

Supposons qu'un corps solide A (fig. I.18) puisse tourner autour d'un certain axe immobile. Pour faire tourner ce corps (pour changer sa vitesse angulaire), il faut une action extérieure. Toutefois une force quelconque ne peut provoquer la rotation du corps ; ainsi, une force F' dont le support passe par l'axe de rotation ou une force F'' parallèle à cet axe ne peuvent changer la vitesse angulaire de rotation du

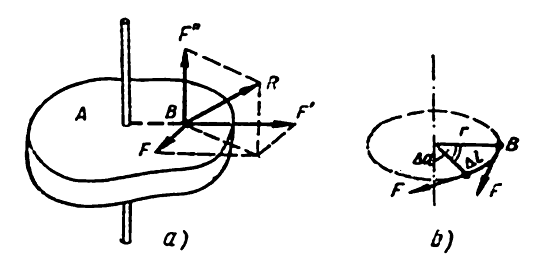


Fig. I. 18.

corps. Aussi faut-il mettre en évidence les composantes F' et F'' de la force extérieure R appliquée au corps, qui n'influent pas sur la rotation. La rotation peut être due seulement à une force F située dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation et tangente au cercle décrit par le point d'application. On appellera la force F *force tournante.*

Remarquons que pendant la rotation du corps les composantes F' et F'' n'accomplissent pas de travail, étant donné que le point d'application de ces forces (B) se déplace perpendiculairement à leurs directions. Seule la force tournante F travaille ; la force F est la projection de la force R qui agit sur le corps, sur la tangente au mouvement du point d'application de R.

Déterminons le travail ΔA accompli par la force tournante sachant que son point d'application décrit un arc de cercle $\Delta l = r\Delta\alpha$ de rayon r (fig. I.18). Supposons que la grandeur de la force F soit constante ; on aura

$$\Delta A = F\Delta l = Fr\Delta\alpha. \tag{3.11}$$

Le produit de la force tournante par le bras (par le rayon du cercle décrit par le point d'application) est appelé moment de la force tournante ou moment tournant et se désigne par M (rappelons qu'on appelle *moment* d'une force par rapport à un axe le produit de cette force par le bras, c'est-à-dire par la longueur de la perpendiculaire commune à l'axe et au support de la force) ; par conséquent,

$$Fr = M ; \quad \Delta A = M\Delta\alpha. \tag{3.12}$$

Si le moment tournant (la force F ou le bras r) varie dans le temps, le travail effectué est donné par la somme

$$A=\Sigma M_i \Delta\alpha_i\,; \quad A=\int_0^{\alpha} M(\alpha)\,d\alpha.$$

Le moment se représente par un vecteur porté par l'axe de rotation ; il est porté dans le sens du déplacement d'un tire-bouchon tournant dans le même sens que le corps.

Un moment tournant M appliqué à un corps lui communique une certaine accélération angulaire ε ; conformément à la convention faite, les vecteurs M et ε ont même orientation sur l'axe de rotation. Le lien existant entre la grandeur du moment et celle de l'accélération qui en résulte peut être établi par deux procédés :

a) on peut partir du fait que le travail de la force est égal à la variation de l'énergie cinétique du corps auquel cette force est appliquée : $dA=dE$. Pour le corps tournant, on a, en vertu de (3.12) et (3.4),

$$M\,d\alpha=d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right)=I\omega\cdot d\omega.$$

Nous supposons ici que le moment d'inertie du corps tournant ne varie pas. Divisant cette équation par dt et simplifiant par $\omega=\frac{d\alpha}{dt}$, on obtient

$$M=I\frac{d\omega}{dt}=I\varepsilon\,; \tag{3.13}$$

b) on peut utiliser le fait que le moment de la force tournante est égal à la somme des moments des forces élémentaires qui communiquent aux diverses parties constituantes du corps m_1, m_2, ... des accélérations tangentielles a_1, a_2, ... ; ces forces sont égales à $m_i a_i$ et leurs moments à $m_i a_i r_i$:

$$M=m_1a_1r_1+m_2a_2r_2+\ldots$$

Remplaçons les accélérations tangentielles par l'accélération angulaire, qui est la même pour toutes les particules (si le corps ne se déforme pas pendant la rotation) : $a_1=r_1\varepsilon$; $a_2=r_2\varepsilon$; .., alors

$$M=\varepsilon\,(m_1r_1^2+m_2r_2^2+\ldots)=I\varepsilon.$$

La formule (3.13) exprime la loi fondamentale de la dynamique des corps solides (indéformables) en rotation, pour lesquels $I=$Cte : *l'accélération angulaire acquise par le corps sous l'action du moment tournant donné M est en raison directe de ce moment et en raison inverse du moment d'inertie du corps I par rapport à l'axe de rotation* :

$$\varepsilon=\frac{M}{I}\,; \quad M=I\varepsilon.$$

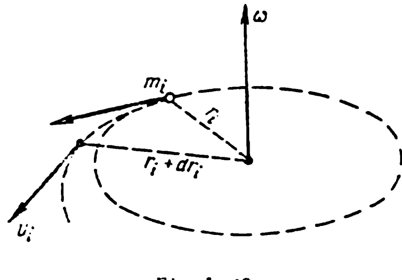


Fig. I. 19.

Sous forme vectorielle :

$$M = I\varepsilon. \qquad (3.14)$$

Si le corps se déforme pendant sa rotation, son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation varie. Nous considérerons que le corps en rotation est constitué d'une multitude de parties élémentaires ; alors la déformation du corps tout entier signifie que les distances r_i de ces parties à l'axe de rotation varient. On a représenté sur la fig. I.19 un de ces points matériels ; pour une vitesse angulaire donnée, la variation de la distance r_i entraînera celle de la vitesse linéaire du corps $v_i = \omega r_i$, donc de son énergie cinétique. Par conséquent, *à vitesse angulaire constante*, la variation des distances r_i (donc du moment d'inertie du corps) entraîne la variation de l'*énergie cinétique de rotation* du corps. Ce résultat peut être déduit de (3.4) si l'on y suppose I variable :

$$dE = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = I\omega\, d\omega + \frac{\omega^2}{2}\, dI. \qquad (3.15)$$

Le premier terme ($I\omega d\omega$) représente la variation de l'énergie cinétique du corps en rotation, résultant de la variation de la vitesse angulaire (pour le moment d'inertie donné) et le second ($\frac{\omega^2}{2}\, dI$) la variation de l'énergie cinétique résultant de la variation du moment d'inertie du corps (pour la vitesse angulaire donnée).

Toutefois, lorsque la distance r_i de l'élément m_i à l'axe de rotation varie, les forces intérieures qui relient cette masse à l'axe de rotation effectuent un travail : négatif si la masse s'éloigne et positif si elle se rapproche de l'axe de rotation. Ce travail peut être calculé en posant que la force reliant cette masse à l'axe de rotation est numériquement égale à la force centripète :

$$dA_i = F_c dr_i = m_i\omega^2 r_i dr_i = \frac{\omega^2}{2}\, d(m_i r_i^2).$$

Pour le corps tout entier

$$dA = \frac{\omega^2}{2}\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots\right) = \frac{\omega^2}{2}\, dI.$$

Si le corps est sollicité par un moment tournant extérieur, la variation de l'énergie cinétique dE doit être égalée à la somme des travaux du moment tournant extérieur $M\, d\alpha$ et des forces intérieures d'interaction $dA = \frac{\omega^2}{2}\, dI$. Si la rotation est accélérée, dE et $M\, d\alpha$ seront affectés du signe plus et dA du signe moins (le corps s'écarte de

l'axe de rotation) ; alors

$$M\,d\alpha - \frac{\omega^2}{2}\,dI = dE.$$

Substituant dans cette dernière égalité la valeur de dE tirée de (3.15) et remplaçant $d\alpha = \omega dt$, il vient

$$M\omega\,dt = I\omega\,d\omega + \omega^2\,dI,$$

ou, après simplification :

$$M = \frac{d}{dt}(I\omega)\,; \quad \mathbf{M} = \frac{d}{dt}(I\boldsymbol{\omega}). \tag{3.16}$$

C'est l'expression générale de la deuxième loi de la mécanique pour les corps en rotation autour d'un axe fixe ; elle convient également aux corps déformables. Lorsque I =Cte la formule (3.16) se réduit à (3.14).

Notons que pour les corps déformables la variation de la vitesse angulaire est aussi possible en l'absence de moment tournant extérieur. En effet, lorsque $M=0$, on déduit de (3.16) :

$$I\omega = \text{Cte}, \quad I_1\omega_1 = I_2\omega_2. \tag{3.17}$$

Alors la vitesse angulaire ω ne varie que par suite de la variation du moment d'inertie du corps sous l'effet des forces intérieures.

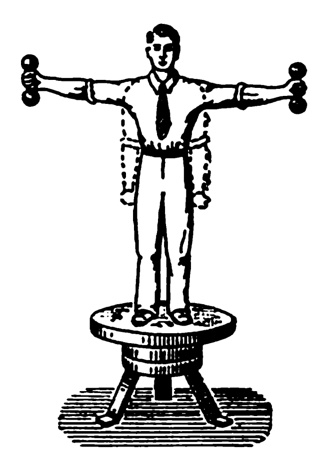


Fig. I. 20.

La formule (3.17) peut être illustrée (fig. I.20) par une plate-forme tournant avec un frottement faible autour de son axe. Si les charges se rapprochent de l'axe de rotation, le moment d'inertie du système décroît et la vitesse angulaire de rotation croît ; si les charges s'éloignent de l'axe, la vitesse angulaire décroît ($I_2 > I_1$; $\omega_2 < \omega_1$).

On déduit deux conséquences de (3.13) analogues à (2.13) et (2.16). Supposons que M =Cte et I =Cte ; on aura alors aussi ε =Cte, c'est-à-dire que la rotation est uniformément accélérée ; on peut écrire pour un laps de temps t :

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t}\,; \quad t = \frac{\alpha}{\omega_{moy}}\,; \quad \omega_{moy} = \frac{\omega + \omega_0}{2}.$$

Substituant ces quantités dans (3.13), il vient :

$$Mt = I\omega - I\omega_0\,;$$

$$M\alpha = \frac{I\omega^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2}. \tag{3.18}$$

La loi fondamentale de la dynamique du mouvement de rotation (3.13) est analogue à la deuxième loi de Newton ; par ailleurs, la troisième loi de Newton a aussi un équivalent : si un corps applique à un autre corps un certain moment tournant $\boldsymbol{M}_{12}$, il y a toujours, réaction du second corps sur le premier avec un moment tournant $\boldsymbol{M}_{21}$ égal et opposé à $\boldsymbol{M}_{12}$:

$$\boldsymbol{M}_{12} = -\boldsymbol{M}_{21}. \tag{3.19}$$

Le produit du moment d'inertie du corps en rotation par la vitesse angulaire $I\omega$ s'appelle *moment cinétique* de ce corps. Le produit du moment par le temps de son action $\boldsymbol{M}t$ est appelé l'*impulsion du moment*. Ces deux grandeurs sont des vecteurs. Le moment cinétique est représenté par un vecteur dirigé selon ω et l'impulsion du moment tournant a même orientation que $\boldsymbol{M}$. Il résulte de (3.16) que l'impulsion du moment tournant est égale à la variation du moment cinétique du corps auquel il est appliqué :

$$\boldsymbol{M}\,dt = d\,(I\omega).$$

Le moment d'une force se mesure en newton-mètres ($N \cdot m$), le moment cinétique en $\frac{kg \cdot m^2}{s}$; dans le système CGS les unités de mesure de ces grandeurs sont $dyne \cdot cm$ et $\frac{g \cdot cm^2}{s}$.

Le moment cinétique d'un point matériel de masse m décrivant un cercle de rayon r avec la vitesse linéaire $v = \omega r$ est égal à

$$I\omega = mr^2 \frac{v}{r} = mvr.$$

§ 14. Axes libres

Envisageons la rotation d'un corps dont la position peut varier dans l'espace, notamment par rapport à l'axe de rotation. Dans le cas le plus simple, envisageons un système de deux corps A et B suspendus à un fil et tournant autour de l'axe O_1O_2 (fig. I.21, *a*). Pour que les corps A et B décrivent des cercles, il faut leur appliquer des forces centripètes. Cependant les forces ne peuvent être appliquées aux corps A et B que par les liens AO_2 et BO_2 ; aussi, la force R par exemple, appliquée au corps A sera-t-elle dirigée suivant la droite AO_2. Si l'on retranche de la force R la force centripète $F_{cp} = m_A\omega^2 r_A$ indispensable pour la rotation de A, il reste la force F_A qui, avec la force correspondante F_B, fait tourner notre système. Les forces F_A et F_B existeront jusqu'à ce que le système occupe la position indiquée sur la fig. I.21, *b*. Si au moyen d'une action extérieure fugitive quelconque on fait sortir le système de son état « *b* », il retourne de lui-même à cet état ; ainsi, pour notre système tournant l'état « *b* » est *stable*. Notons que dans la position « *b* » le moment d'inertie du système par rapport à l'axe de rotation est *maximum*.

Supposons que $m_A \neq m_B$. Puisque les forces R appliquées aux corps sont dues à la déformation du lien AB, à l'état « b » les forces centripètes agissant sur les corps doivent être égales :

$$R = F_{cp} = m_A \omega^2 r_A = m_B \omega^2 r_B\,; \quad \frac{r_A}{r_B} = \frac{m_B}{m_A}, \tag{3.20}$$

Fig. 1. 21.

c'est-à-dire que les corps décrivent des cercles de *différents* rayons. Ceci est possible s'ils tournent par rapport à l'axe O_1O_3, pour lequel est observée la condition (3.20). Alors le fil O_1O_2 décrit un cône autour de l'axe de rotation. Notons également que le point O_3 est le centre de gravité de notre système.

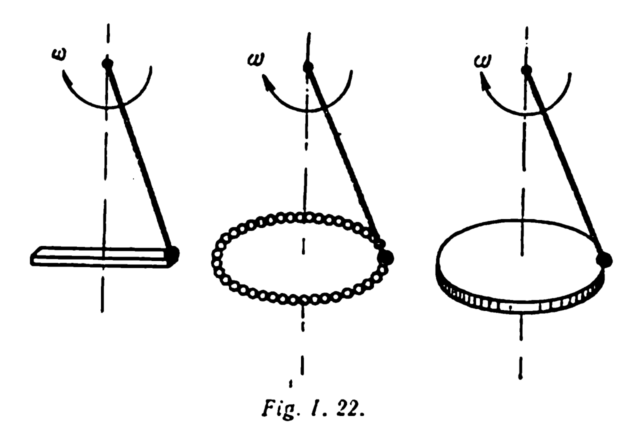


Fig. 1. 22.

L'étude de cas analogues conduit au résultat suivant : si un corps est mis en rotation (sans liaison rigide avec l'axe de rotation), il se déforme et tourne de sorte que :

1) le centre de gravité du système se trouve sur l'axe de rotation ;

2) les forces avec lesquelles les liaisons agissent sur les parties consituantes du corps soient égales (en grandeur et direction) aux forces centripètes nécessaires à la rotation de ces parties ;

3) le moment d'inertie du corps par rapport à l'axe de rotation (passant par le centre de gravité) soit maximum.

La rotation est stable dans ces conditions. Ces trois points peuvent être illustrés en mettant en rotation une tige (fig. I.22), une chaîne, un anneau ou un disque au moyen d'un fil. Ainsi, les maillons de la chaîne se disposent circulairement dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation ; le centre de gravité de la chaîne se situe sur l'axe de rotation. On démontre que lorsque la vitesse angulaire est suffisamment grande cet état est très stable ; si on libère la chaîne tournante du fil qui la relie, elle tombe tout en conservant sa forme et l'orientation de son axe de rotation dans l'espace.

Ainsi, parmi les axes passant par le centre de gravité d'un corps il existe des axes autour desquels la rotation est stable ; on les appelle *axes libres*. Si on libère un corps tournant autour d'un axe libre de ses liaisons extérieures, l'orientation de cet axe de rotation dans l'espace se conserve.

Les gyroscopes, corps massifs en rotation rapide autour d'un axe à moment d'inertie maximum, trouvent d'importantes applications en technique. Un gyroscope réagit d'une manière déterminée à l'action prolongée ou fugitive de moments extérieurs qui lui sont appliquées. Cette réaction est utilisée dans un grand nombre d'applications techniques, notamment dans divers appareils de navigation.

La théorie des gyroscopes et leurs applications sont étudiées en mécanique rationnelle.

Chapitre IV

LOIS DE CONSERVATION DANS UN SYSTÈME DE CORPS EN INTERACTION

§ 15. Loi de conservation de la quantité de mouvement

Considérons un système de corps en interaction, notamment un groupe de corps, dont l'interaction et le mouvement relatif sont régis par les lois de la mécanique. Les systèmes les plus simples sont, par exemple : deux corps s'attirant conformément à la loi d'attraction universelle, deux corps reliés par un ressort élastique, etc.

Les forces agissant dans un système mécanique se divisent conventionnellement en deux groupes :

1) forces intérieures — ce sont les forces d'interaction des parties constituantes du système. En vertu de la troisième loi de la mécanique, ces forces sont deux à deux égales et opposées, ce qui entraîne que la somme vectorielle de toutes les forces intérieures agissant entre les parties constituantes du système est nulle ;

2) forces extérieures — ce sont les forces avec lesquelles les corps extérieurs au système agissent sur les constituantes du système. La somme vectorielle des forces extérieures agissant sur le système peut être différente de zéro. Si le système n'est pas sollicité par des forces extérieures on dit qu'il est isolé.

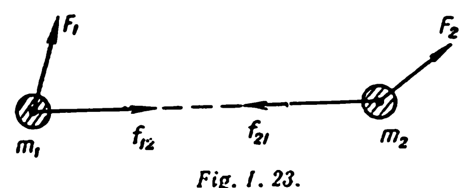


Fig. I. 23.

Envisageons d'abord le système mécanique très simple constitué de deux corps (fig. I.23), f_{12} et f_{21} étant des forces intérieures d'interaction et $\boldsymbol{F}_1$ et $\boldsymbol{F}_2$ des forces extérieures (ou bien les résultantes des forces extérieures, s'il y en a plusieurs). Soit Δt l'intervalle de temps pendant lequel toutes ces forces peuvent être considérées comme constantes avec une approximation suffisante. On pourra alors écrire pour chaque corps en vertu de (2.13) :

$$(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{f}_{12})\,\Delta t = m_1\boldsymbol{v}_1 - m_1\boldsymbol{v}_{10},$$
$$(\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{f}_{21})\,\Delta t = m_2\boldsymbol{v}_2 - m_2\boldsymbol{v}_{20}, \tag{4.1}$$

$\boldsymbol{v}_{10}$ et $\boldsymbol{v}_{20}$ étant les vitesses initiales des corps, et $\boldsymbol{v}_1$ et $\boldsymbol{v}_2$ leurs vitesses après le temps Δt. Les seconds membres de ces équations expriment la variation de la quantité de mouvement des corps pendant le temps Δt. Pour trouver la variation totale de la quantité de mouvement en ce laps de temps, faisons les produits membre à membre des équations (4.1) ; on a

$$(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2)\Delta t+(\boldsymbol{f}_{12}+\boldsymbol{f}_{21})\,\Delta t=(m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2)-(m_1\boldsymbol{v}_{10}+m_2\boldsymbol{v}_{20}). \quad (4.2)$$

Conformément à la troisième loi de la mécanique, la somme vectorielle des *forces d'interaction* est nulle, c'est-à-dire que $\boldsymbol{f}_{12}+\boldsymbol{f}_{21}=0$. S'il n'y a pas de forces extérieures ou si leur somme vectorielle (leur résultante) est nulle, on déduit de (4.2) l'important résultat :

$$m_1\boldsymbol{v}_1+m_2\boldsymbol{v}_2=m_1\boldsymbol{v}_{10}+m_2\boldsymbol{v}_{20}, \quad (4.3)$$

qui exprime que la somme vectorielle de la quantité de mouvement dans le système reste constante. Il se peut alors que l'augmentation de la vitesse d'un corps soit accompagnée de la diminution de la vitesse de l'autre corps. Mais il se peut aussi que les deux vitesses croissent et décroissent en même temps : ce n'est pas la somme des valeurs *absolues* des quantités de mouvement qui reste constante, mais la somme des vecteurs correspondants. A titre d'exemple, considérons deux corps s'attirant conformément à la loi d'attraction universelle ; leurs vitesses croissent avec le temps, mais la variation de la quantité de mouvement du premier corps dans un sens est compensée par une variation égale de la quantité de mouvement du second corps dans le sens opposé.

Autre exemple : lorsqu'un obus est expulsé sous l'effet des forces intérieures, il acquiert la même quantité de mouvement que le canon qui recule ; la somme vectorielle de la quantité de mouvement de ce système, qui était nulle avant, reste également nulle après le tir.

Si un système contient plusieurs corps, on peut considérer leurs interactions deux à deux et trouver la variation de la quantité de mouvement de chacun des corps constituant le système :

$$(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{f}_1)\,\Delta t=m_1\boldsymbol{v}_1-m_1\boldsymbol{v}_{10},$$
$$(\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{f}_2)\,\Delta t=m_2\boldsymbol{v}_2-m_2\boldsymbol{v}_{20},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$\boldsymbol{F}_1$ étant la résultante de toutes les forces extérieures et $\boldsymbol{f}_1$ la résultante de toutes les forces intérieures agissant sur le premier corps, etc. Ajoutant ces équations membre à membre, on trouve la variation totale de la quantité de mouvement dans le système :

$$(\Sigma\boldsymbol{F}_i+\Sigma\boldsymbol{f}_i)\,\Delta t=\Sigma m_i\boldsymbol{v}_i-\Sigma m_i\boldsymbol{v}_{i0}. \quad (4.4)$$

La somme vectorielle de toutes les forces intérieures est nulle en vertu de la troisième loi de la mécanique, aussi la quantité de mouvement totale dans le système ne peut-elle varier que sous l'action de forces extérieures. Désignons la somme vectorielle de toutes

les forces extérieures agissant sur le système par $\boldsymbol{R}=\Sigma \boldsymbol{F}_i$; alors

$$\boldsymbol{R}\Delta t=\Sigma m_i\boldsymbol{v}_i-m_i\boldsymbol{v}_{i0}. \qquad (4.5)$$

On en déduit la *loi de conservation de la quantité de mouvement dans un système* : si un système n'est pas soumis à l'action de forces extérieures ou si la somme vectorielle $\boldsymbol{R}$ des forces extérieures est nulle, la quantité de mouvement totale dans le système ne varie pas dans le temps :

$$\Sigma m_i\boldsymbol{v}_i=\Sigma m_i\boldsymbol{v}_{i0}\,; \quad \Sigma m_i\boldsymbol{v}_i=\text{Cte}. \qquad (4.6)$$

Notons que les forces intérieures aussi bien que les forces extérieures peuvent faire varier les grandeurs des vitesses des corps constituant le système, mais, en l'absence de forces extérieures, cette variation s'effectue de telle manière que la somme des quantités de mouvement dans le système est invariable.

Ainsi, lorsqu'une bombe lancée d'un avion éclate en l'air, la somme des vecteurs quantités de mouvement de tous les éclats est égale au vecteur quantité de mouvement de la bombe avant l'explosion.

§ 16. Loi de conservation du moment cinétique

Envisageons le système simple de deux corps en interaction s'appliquant mutuellement, en vertu de (3.19), des moments tournants égaux et opposés $\boldsymbol{M}_1$ et $\boldsymbol{M}_2$. Pour chacun de ces corps on peut écrire l'équation (3.18) :

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{M}_1\Delta t&=I_1\omega_1-I_1\omega_{10}\\ \boldsymbol{M}_2\Delta t&=I_2\omega_2-I_2\omega_{20}\end{aligned}\right\} \qquad (4.7)$$

Additionnant ces équations et prenant en considération que $\boldsymbol{M}_1=-\boldsymbol{M}_2$, on a :

$$I_1\omega_1+I_2\omega_2=I_1\omega_{10}+I_2\omega_{20}, \qquad (4.8)$$

c'est-à-dire que pendant le temps d'interaction Δt la quantité de mouvement totale du système ne varie pas. Il est alors essentiel qu'il n'y ait pas de moments tournants extérieurs. Ce résultat peut être aussi déduit pour n'importe quel système mécanique constitué de plusieurs corps tournants en interaction avec la condition (3.19) ; les relations (4.7) et (4.8) auront lieu pour toute interaction de n'importe quel couple d'éléments du système. Par conséquent, *si un système mécanique n'est pas influencé par des moments tournants extérieurs, la somme vectorielle des moments cinétiques des parties constituantes ne varie pas avec le temps* :

$$\Sigma I_i\omega_i=\text{Cte}. \qquad (4.9)$$

En d'autres termes, les moments tournants intérieurs agissant entre les parties constituantes du système ne peuvent changer le moment

cinétique total du système. Cette proposition traduit la loi de conservation du moment cinétique.

Cependant, les moments tournants intérieurs peuvent changer l'énergie cinétique de rotation du système. Considérons l'exemple suivant : supposons qu'à l'instant initial un système isolé en rotation ait un moment d'inertie I_1 et une vitesse angulaire ω_1. Au bout d'un certain temps, par suite de la redistribution des masses par rapport à l'axe de rotation sous l'action des forces intérieures (centripètes et élastiques), le moment d'inertie du système devient I_2 et la vitesse angulaire ω_2. En vertu de la loi de conservation du moment cinétique, on a $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$; mais alors

$$\frac{I_1\omega_1^2}{2} \neq \frac{I_2\omega_2^2}{2},$$

et, en l'absence des moments extérieurs, l'énergie cinétique du système tournant varie de

$$\frac{I_1\omega_1^2}{2} - \frac{I_2\omega_2^2}{2};$$

il est évident que cette variation est due au travail des forces intérieures. Indiquons qu'un résultat analogue a lieu pour le mouvement de translation. Par exemple, l'énergie cinétique totale du système composé d'un fusil et d'une balle est nulle avant le coup de feu et différente de zéro après, alors que la somme vectorielle des quantités de mouvement avant et après le coup de feu est invariable. L'apparition de l'énergie cinétique des parties constituantes du système s'explique par le travail des forces intérieures.

§ 17. Loi de conservation de l'énergie mécanique ; forces de frottement

Calculons le travail total des forces intérieures et extérieures d'un système ; supposons que dans le temps Δt, pendant lequel ces forces peuvent être considérées comme constantes, le corps m_1 se soit déplacé de Δs_1, le corps m_2 de Δs_2, etc. En vertu de (2.16), on peut écrire pour chaque corps du système :

$$F_1\Delta s_1 \cos\varphi_1 + f_1\Delta s_1 \cos\alpha_1 = \frac{m_1v_1^2}{2} - \frac{m_1v_{10}^2}{2},$$

$$F_2\Delta s_2 \cos\varphi_2 + f_2\Delta s_2 \cos\alpha_2 = \frac{m_2v_2^2}{2} - \frac{m_2v_{20}^2}{2},$$

. . . .

φ_i et α_i étant les angles entre les directions des forces et les déplacements. Ajoutons membre à membre ces équations, il vient

$$\Sigma F_i\Delta s_i \cos\varphi_i + \Sigma f_i\Delta s_i \cos\alpha_i = \sum\frac{m_iv_i^2}{2} - \sum\frac{m_iv_{i0}^2}{2}. \quad (4.10)$$

Désignons le travail total de toutes les forces extérieures par $\Sigma F_i \Delta s_i \cos\varphi_i = A_{ext}$, le travail total de toutes les forces intérieures par $\Sigma f_i \Delta s_i \cos\alpha_i = A_{int}$, l'énergie cinétique totale de tous les constituants du système par $\Sigma \frac{m_i v_i^2}{2} = E$, on peut recopier l'équation (4.10) sous la forme

$$A_{ext} + A_{int} = E - E_0, \tag{4.11}$$

où

$$E_0 = \Sigma \frac{m_i v_{i0}^2}{2} .$$

S'il n'y a pas de forces extérieures ou si leur travail est nul, la variation de l'énergie cinétique totale dans le système est due seulement au travail des forces intérieures, ce travail pouvant être aussi bien négatif que positif. Le travail des forces intérieures s'opère avec passage du système d'un état à un autre, c'est-à-dire qu'il y a changements de la configuration du système. Observons que les forces intérieures ne peuvent effectuer qu'un travail *fini* positif ou négatif.

Convenons d'appeler *énergie potentielle* du système une quantité U dépendant de sa configuration et dont la *diminution* est égale *au travail positif des forces intérieures* :

$$U_0 - U = A_{int}, \tag{4.12}$$

U_0 étant la valeur initiale de l'énergie potentielle. Par conséquent, conformément à notre convention, si les forces intérieures accomplissent un travail positif, l'énergie potentielle du système décroît ($U < U_0$) ; si les forces intérieures accomplissent un travail négatif, l'énergie potentielle du système croît ($U > U_0$). Par ailleurs, en vertu de (4.11), lorsque $A_{ext} = 0$, le travail positif des forces intérieures augmente l'énergie cinétique totale du système, c'est-à-dire que $E > E_0$. Il s'ensuit que :

$$A_{int} = U_0 - U = E - E_0,$$

et on obtient l'important résultat

$$E_0 + U_0 = E + U, \tag{4.13}$$

exprimant la loi de la conservation de l'énergie mécanique : si un système mécanique ne subit pas l'influence de forces extérieures, ou si le travail total des forces extérieures est nul, la somme des énergies cinétique et potentielle dans le système ne varie pas avec le temps :

$$E + U = \text{Cte}.$$

Pour que cette loi soit conservée, outre la condition $A_{ext} = 0$, il faut encore une autre condition ; l'action des forces intérieures du système doit se traduire seulement par des accélérations communiquées aux corps du système, c'est-à-dire qu'il ne doit pas y avoir

dans le système de transformation d'énergie mécanique en d'autres formes d'énergie, en énergie thermique d'agitation moléculaire par exemple. C'est seulement dans ces conditions que le travail des forces intérieures est exactement égal à la variation de l'énergie cinétique du système. Mais si une telle transformation a lieu, le travail des forces intérieures sera égal à la variation de l'énergie cinétique E plus les variations des autres formes d'énergie. Par exemple :

$$A_{int} = E - E_0 + W.$$

W étant la somme des autres énergies libérées dans le système pendant le temps Δt.

Ainsi donc, la loi de conservation de l'énergie mécanique est un cas particulier de la loi universelle de la non-annihilation et de la non-création de l'énergie, d'après laquelle, dans un système isolé, la somme de toutes les formes d'énergie est invariable dans le temps.

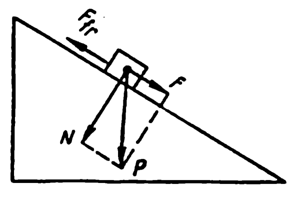


Fig. I. 24.

S'il y a frottement dans le système, les surfaces des corps en contact s'usent pendant le mouvement relatif, et une partie de l'énergie mécanique du système se transforme peu à peu en énergie thermique. Le mouvement ordonné des parties constituantes du système se transforme pendant le frottement en mouvement chaotique des atomes et molécules.

Pour mesurer la perte d'énergie mécanique par frottement, on a introduit la notion de force de frottement. On admet que lors du mouvement relatif de deux corps en frottement il apparaît entre ces corps une certaine force F_{fr} dépendant du caractère du frottement. On égale le travail de cette force $A_{fr} = F_{fr} \cdot s$ ou $\Sigma F_{fr} \Delta s$ à la partie de l'énergie mécanique des corps transformée en énergie thermique. A titre d'exemple, considérons le glissement d'un corps sur un plan incliné sous l'action de la force de pesanteur P (fig. I.24). La composante normale de la force de pesanteur $N = P \cos \alpha$ (α étant l'angle entre N et P) ne peut faire varier la grandeur de la vitesse du corps et n'effectue donc pas de travail. Cependant, cette force, qui applique le corps en mouvement sur le plan, engendre une force de frottement F_{fr} presque proportionnelle à N :

$$F_{fr} = f \cdot N = f \cdot P \cos \alpha,$$

f étant un coefficient de frottement (f dépend de la matière des corps en contact, de l'état des surfaces, de la lubrification, de la température, ainsi que de la vitesse du mouvement relatif). Seule la composante tangentielle $F = P \sin \alpha$ travaille, augmentant l'énergie cinétique du corps. Cependant, par suite du frottement, une partie de l'énergie cinétique que la force F communique au corps se dissipe en chaleur ; aussi, lorsqu'on a un mouvement avec frottement, im-

porte-t-il de déduire du travail de la force tangentielle le travail de la force de frottement :

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=Fs-A_{fr}=(F-F_{fr})\,s.$$

En particulier, si sur un chemin s toute l'énergie cinétique provenant de la force tangentielle F se transforme en chaleur, on a $v_1=v_2$ et $F=F_{fr}$; on peut dire que le travail positif de la force active est égal au travail négatif de la force de frottement.

§ 18. Energie potentielle de quelques systèmes

On définira l'énergie potentielle d'un système comme le travail positif *maximum* que les forces intérieures sont capables d'effectuer. Calculons, par exemple, l'énergie potentielle d'un ressort à boudin tendu ou comprimé ; les forces intérieures agissant sur les extrémités du ressort sont dirigées contre les forces extérieures de déformation et sont proportionnelles en grandeur à la déformation (fig. I.25, *a*) :

$$f=kx,$$

k étant le coefficient d'élasticité du ressort. Calculons le travail que peuvent effectuer les forces intérieures lorsque le ressort revient à

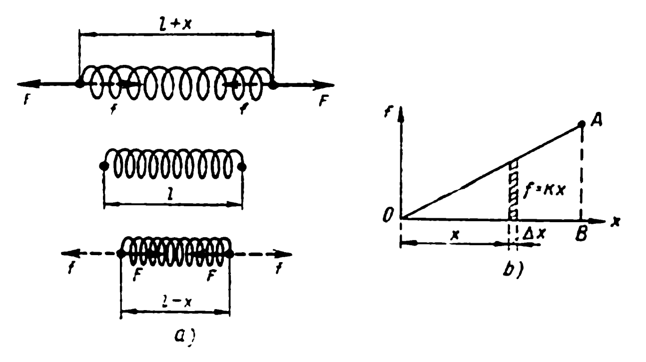


Fig. I. 25.

son état normal non déformé ; ce travail est toujours positif. Lorsque la longueur du ressort varie d'une petite quantité Δx, on peut considérer les forces f comme quasi constantes, et leur travail est égal à $\Delta A=f\cdot\Delta x=kx\cdot\Delta x$. Graphiquement, ce travail est représenté par l'aire hachurée sur la fig. I.25. Le travail total des forces intérieures lorsque le ressort reprend sa forme normale est représenté évidemment par l'aire du triangle OAB : $A=\frac{1}{2}fx=\frac{kx^2}{2}$. Ce travail repré-

sente l'énergie potentielle du ressort déformé

$$U=\frac{kx^2}{2}. \tag{4.14}$$

Pour un ressort enroulé en forme de spirale, un calcul analogue donne $U=\frac{D\alpha^2}{2}$, D étant le coefficient d'élasticité d'enroulement et α l'angle d'enroulement. Remarquons qu'à l'état d'énergie potentielle nulle les forces intérieures sont nulles.

Calculons l'énergie potentielle de deux corps de masses m_1 et m_2 s'attirant selon la loi d'attraction universelle. Les forces d'attraction mutuelle $f=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}$ effectuent un travail positif si les deux corps se rapprochent, et un travail négatif s'ils s'éloignent. Soit r la distance entre ces corps à l'instant initial, et r_0 la plus petite distance possible après rapprochement (contact) (fig. I.26). On peut alors calculer le travail positif des forces d'attraction pendant le rapprochement comme la somme de travaux élémentaires $dA=Fdr$, c'est-à-dire que

$$A=-\int_{r}^{r_0}\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}dr=\gamma\frac{m_1m_2}{r_0}-\gamma\frac{m_1m_2}{r} \tag{4.15}$$

(le signe moins devant l'intégrale étant dû à ce que la quantité dr, qui est la différence entre la nouvelle et l'ancienne valeur de r, est négative, alors que le travail $dA=fdr$ est positif, le déplacement des corps obéissant aux forces). Dans le cas particulier où les distances r et r_0 sont grandes et que leur différence $r-r_0$ est petite, comme pour la chute d'un corps sur la Terre d'une faible hauteur, on peut remplacer le produit r_0r par r^2 et on a

$$A\approx\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}(r-r_0)=Ph.$$

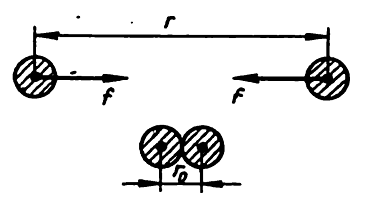


Fig. I. 26.

Le travail qu'un corps de poids P est susceptible de fournir dans sa chute de la hauteur h est appelé son *énergie potentielle* dans le champ d'attraction terrestre : $U=Ph=mgh$. Au fur et à mesure que le corps se rapproche de la Terre, la force de pesanteur effectue un travail positif et l'énergie du corps décroît.

Toutefois, si l'on pose que l'énergie potentielle d'un système de deux corps attractifs est égale au travail A calculé selon la formule (4.15), l'énergie potentielle du système sera nulle lorsque $r=r_0$. Mais la distance minimum r_0 entre les corps n'est pas toujours bien déterminée. Cette circonstance incite à prendre un autre état mieux déterminé du système, pour lequel son énergie potentielle est nulle : on admet conventionnellement que l'*énergie potentielle de tout système est nulle si ses parties constituantes sont infiniment éloignées les unes des autres* ; alors les forces d'interaction sont nulles.

Il résulte de cette condition que l'énergie potentielle d'un système de corps attractifs doit être une quantité négative (et positive pour des corps répulsifs). En effet, si à partir de leur état initial, la distance entre les corps étant infinie et $U=0$, les corps commencent à se rapprocher, jusqu'à la distance r par exemple, les forces d'attraction effectuent un travail positif et l'énergie potentielle doit décroître, donc elle

devient négative. Le calcul donne

$$A = U_0 - U;\ U_0 = 0$$

$$U = -A = \int_{\infty}^{r} \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} dr;$$

Par conséquent,

$$U = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}. \qquad (4.16)$$

Pour un système de deux charges électriques q_1 et q_2 en interaction, l'énergie potentielle s'exprime par la même formule

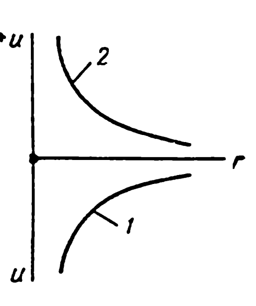


Fig. I. 27.

$$U = k_0 \frac{q_1 q_2}{r},$$

k_0 étant une constante.

Si les charges sont de signes contraires, U est négative ; si elles sont de même parité, l'énergie potentielle est positive. On a représenté sur la fig. 1.27 les graphiques de la fonction $U(x)$ représentant la variation de l'énergie potentielle d'un système de corps attractifs et d'un système de corps répulsifs en fonction de la distance.

Pour un système plus complexe constitué de N corps en interaction, l'énergie potentielle est une fonction des coordonnées de tous ces corps :

$$U = U(x_1, y_1, z_1;\ x_2, y_2, z_2;\ \ldots) = U(x_i, y_i, z_i).$$

Comme dans le cas d'un système simple de deux corps, on choisit cette fonction de telle façon que lorsque les coordonnées des corps varient le travail des forces d'interaction soit égal à $-dU$. Pour deux corps $dU = -Fdr$, par conséquent :

$$F = -\frac{dU}{dr}.$$

Pour un système complexe de plusieurs corps en interaction, la force s'exerçant sur le i-ième corps dans la direction de l'axe OX, par exemple, est égale à la dérivée partielle :

$$f_{ix} = -\frac{\partial U}{\partial x_i}.$$

Certains systèmes physiques (les noyaux des atomes par exemple) sont entourés d'une ***barrière de potentiel***, ce terme désignant une croissance brusque de la fonction $U(x_i, y_i, z_i)$ lorsqu'une particule du système s'éloigne des autres (dans n'importe quelle direction). Représentant graphiquement cette fonction, supposons que l'origine des coordonnées O soit prise à l'intérieur du système, l'axe OX étant dirigé dans la direction qu'on voudra (fig. 1.28). La courbe $U(x)$ montre la variation de l'énergie potentielle du système lorsqu'une particule se déplace le long de l'axe OX, les autres restant immobiles. Notons que la grandeur et la direction de la force sollicitant la particule est déterminée en grandeur et en signe par la tangente trigonométrique de l'angle formé par la tangente à la courbe $U(x)$ avec l'axe OX :

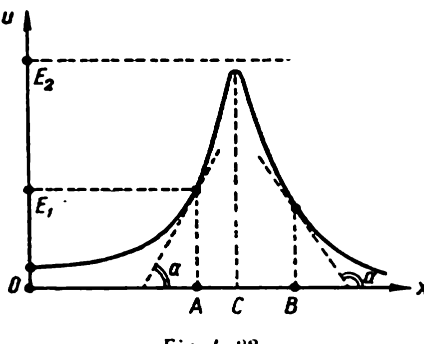


Fig. I. 28.

$$F = -\frac{dU}{dx} = -k \operatorname{tg} \alpha,$$

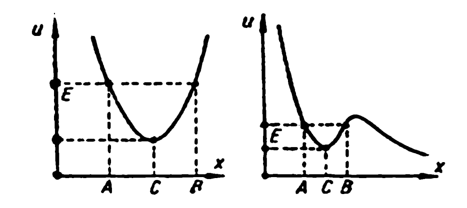


Fig. I. 29.

k étant un coefficient déterminé par les échelles de U et x. Ainsi, au point A la force F a un signe négatif, c'est-à-dire qu'elle est dirigée vers le point O et qu'elle s'oppose à l'éloignement des particules du système ; au point B la force est dirigée dans le sens contraire.

Lorsqu'une particule s'éloigne du point O l'énergie potentielle croît, donc l'énergie cinétique de la particule décroît. Si en O l'énergie cinétique de la particule était E_1, elle s'annulera au point A. Ici la particule s'arrête, puis elle est sollicitée en sens inverse ; la particule ne peut vaincre la barrière de potentiel et s'éloigner du système. Ceci est possible si l'énergie cinétique est suffisamment grande, disons égale à E_2.

Dans des systèmes complexes de corps en interaction on peut avoir également des *puits de potentiel* (fig. 1.29). Si la particule se trouve sur le tronçon ACB, l'énergie potentielle croît quelle que soit la direction du déplacement de la particule, donc l'énergie cinétique décroît (la force agissant sur la particule est dirigée vers le point C). Par conséquent, si l'énergie cinétique de la particule dans le « puits » est faible, elle ne pourra en sortir et elle oscillera autour du point C.

§ 19. Chocs de sphères

Appliquons les lois de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie à l'étude du choc de sphères. Envisageons d'abord le cas simple où les sphères se meuvent sur la droite définie par leurs centres (fig. I.30), leurs vitesses pouvant être dirigées dans des sens différents ou dans le même sens ($v_1 > v_2$). Supposant que les sphères ne subissent pas l'action de forces extérieures et qu'il n'y ait pas lors du choc transformation de l'énergie mécanique en énergie thermique, on peut appliquer les deux lois de conservation : de la quantité de mouvement et de l'énergie mécanique. Soient u_1 et u_2 les vitesses des sphères après le choc ; alors,

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = m_1\mathbf{u}_1 + m_2\mathbf{u}_2, \qquad (4.17)$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2}. \qquad (4.18)$$

Fig. I. 30.

Pour résoudre ce système de deux équations, il faut remplacer la première équation vectorielle par une équation scalaire ; on tiendra compte alors des sens des vitesses ; par exemple, on posera que les vitesses des sphères sont positives si elles sont dirigées à droite, et négatives à gauche. Ceci étant, pour des sphères se dirigeant l'une vers l'autre, il conviendra d'écrire dans le premier membre de l'équation (4.17) $m_1v_1 - m_2v_2$. Or on ne connaît pas les sens des vitesses après le choc ; on peut contourner cette difficulté comme suit : choisissons au hasard les sens des vitesses des sphères après le choc et ré-

solvons le système d'équations (4.17) et (4.18). Si notre choix était le bon, le calcul donne pour les vitesses des sphères le signe plus ; mais si l'une de ces vitesses est négative, il conviendra d'inverser le sens choisi de cette vitesse.

Pour déterminer les vitesses de sphères lancées dans le même sens (fig. I.30), l'une rattrapant l'autre, recopions l'équation vectorielle (4.17) sous la forme scalaire :

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1u_1+m_2u_2. \tag{4.19}$$

Il a été supposé ici que les deux sphères continuent à se mouvoir dans le même sens après le choc, de gauche à droite. Résolvant le système d'équations (4.19) et (4.18), on est conduit au résultat suivant :

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{(m_1-m_2)\,v_1+2m_2v_2}{m_1+m_2}, \\ u_2 &= \frac{(m_2-m_1)\,v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}. \end{aligned}\right\} \tag{4.20}$$

Etudions ces formules :

1) si les masses des sphères sont égales ($m_1=m_2$), on a $u_1=+v_2$ et $u_2=+v_1$. Cela signifie qu'après le choc les deux sphères se meuvent vers la droite, mais elles ont échangé leurs vitesses. Les sens des vitesses choisis initialement dans (4.19) étaient bons ;

2) supposons la seconde sphère immobile ($v_2=0$) et $m_1>m_2$; alors

$$u_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1\ ; \quad u_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1. \tag{4.21}$$

On retrouve encore pour les vitesses après le choc les signes plus, c'est-à-dire qu'elles sont dirigées, comme on l'avait supposé dans (4.19), à droite. Les valeurs numériques de ces vitesses dépendent du rapport des masses et de la vitesse de la première sphère. Notons que le rapport de l'énergie cinétique du premier corps après le choc $E_1=\frac{m_1u_1^2}{2}$ à sa valeur initiale $E_{10}=\frac{m_1v_1^2}{2}$ est égal à

$$\frac{E_1}{E_{10}}=\left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 ;$$

3) supposons la deuxième sphère immobile, mais que sa masse soit supérieure à la première. Il est évident qu'alors les formules permettant le calcul des vitesses après le choc seront les mêmes que (4.21), mais, du fait que $m_1<m_2$, la vitesse de la première sphère u_1 est négative. Cela signifie qu'après le choc la première sphère se mouvra à gauche, et non pas à droite, comme on avait supposé dans (4.19).

Si la masse de la deuxième sphère m_2 est si grande qu'on peut négliger la masse m_1 de la première, alors $u_1\approx-v_1$; $u_2\approx 0$, c'est-à-dire que la première sphère rebondit sur l'autre avec la même vitesse

d'impact. On arrive évidemment à ce même résultat lorsqu'une sphère vient frapper un plan immobile.

Le choc de sphères lancées l'une contre l'autre peut être examiné de la même façon. On retrouve les mêmes formules (4.20) mais la vitesse v_2 est devenue $-v_2$.

Nous avons supposé que les sphères se dirigent le long de la droite de leurs centres. Toutefois, même si cette condition n'est pas observée, le problème peut être résolu comme auparavant au moyen des

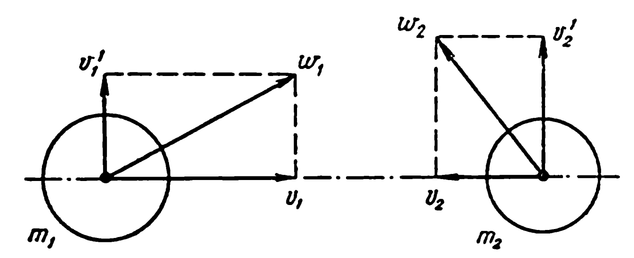


Fig. I. 31.

équations (4.17) et (4.18). Il faut à cet effet décomposer les vecteurs vitesses (fig. I.31) des sphères qui s'entrechoquent w_1 et w_2 en leurs composantes selon la droite des centres (v_1 et v_2), et perpendiculairement (v_1' et v_2'). Puis on résoudra le problème en ne tenant compte

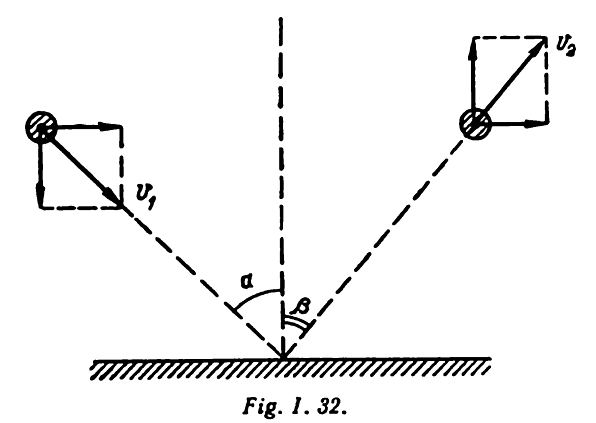


Fig. I. 32.

que des vitesses portées par la droite des centres ; les vitesses perpendiculaires à cette droite ne sont pas altérées par le choc. On montre par le même procédé que lorsqu'une sphère rebondit sur un plan sous un certain angle, l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion (fig. I.32).

Pendant le choc les sphères sont soumises à des forces d'interaction élastiques opposées qui, tout en variant avec le temps, restent

constamment égales en grandeur. Ces forces d'interaction impriment aux sphères des impulsions de même grandeur mais de sens opposés.

Toutefois cette condition n'assure que l'observation de la loi de conservation de la quantité de mouvement, sans garantir pour autant celle de la loi de conservation de l'énergie mécanique. Lors du choc des corps leur déformation peut être accompagnée d'un *frottement interne*, et une partie de leur énergie cinétique se dissipe en chaleur. Alors, au lieu de (4.18) il conviendra d'écrire la loi de conservation de l'énergie sous la forme plus générale :

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} + Q. \quad (4.22)$$

Si la quantité de chaleur dissipée Q n'est pas connue, on ne peut déterminer les vitesses des corps après le choc, puisque les deux équations (4.17) et (4.18) contiendront 3 inconnues. Le problème est résoluble si : 1) $Q=0$ (choc parfaitement élastique), 2) $Q\neq 0$, mais $u_1=u_2$, c'est-à-dire qu'après le choc les corps se meuvent ensemble (choc parfaitement inélastique). Mais alors les vitesses des corps après le choc peuvent être déduites d'une seule équation, exprimant la loi de conservation de la quantité de mouvement ; la loi de conservation de l'énergie (4.22) convient au calcul de la quantité de chaleur dégagée.

Lors du choc de sphères réelles aucune de ces conditions n'est observée ; le résultat du choc est aussi déterminé par les propriétés physiques de la matière des sphères. Les mesures ont montré que le rapport

$$\frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2} = \varepsilon, \quad (4.23)$$

ne dépend pas des grandeurs des vitesses et des masses des corps mais qu'il varie selon la matière. Les valeurs de ε sont de 0,7 pour des sphères d'acier, de 0,4 pour le bronze, de 0,20 pour le plomb, de 0,6 pour le bois et 0,85 pour le verre, etc. Pour un choc parfaitement élastique ($Q=0$), on déduit de (3.20) $u_2-u_1=v_1-v_2$, donc $\varepsilon=1$. Pour un choc parfaitement inélastique $u_1=u_2$ et $\varepsilon=0$. La quantité ε caractérisant le choc est appelée coefficient de régénération. On le détermine aisément en observant la diminution de la hauteur d'une sphère qui rebondit sur un plan horizontal de la même matière. Plus ε est voisin de l'unité et plus le choc des sphères s'apparente au choc parfaitement élastique.

§ 20. Centre de masse d'un système

Les lois de la mécanique du point matériel, ainsi que les lois de conservation d'un système de corps en interaction, ont été établies par rapport à des *référentiels d'inertie* ; tel est le référentiel S_0 lié aux étoiles fixes. Toutefois, étudiant des phénomènes mécaniques (par exemple en laboratoire) on est obligé de se servir de référentiels plus appropriés. Bien entendu, on peut considérer *conventionnellement* qu'une

partie quelconque du système étudié est immobile, et lui attacher des axes de coordonnées, il se peut qu'on n'ait pas là un référentiel d'inertie. Par exemple, dans le cas d'un système isolé de deux corps attractifs on peut considérer l'un d'eux comme étant immobile ; alors l'autre corps se rapproche d'un mouvement accéléré du corps « immobile » et la quantité de mouvement totale du système (constituée ici seulement de la quantité de mouvement du second corps) croît avec le temps. On voit donc que la loi de conservation de la quantité de mouvement (4.6) n'est pas observée, bien que le système soit isolé et qu'il n'y ait pas de forces extérieures ; de la même manière, la loi de conservation de l'énergie mécanique (4.13) n'est pas non plus observée.

Pour trouver les référentiels d'inertie, on procède ainsi. Supposons que l'on connaisse un référentiel d'inertie S_0 par rapport auquel on étudie deux corps en interaction (fig. 1.33). Pour la simplicité du raisonnement, supposons que le mouvement s'effectue sur l'axe OX. Trouvons le point O dont la coordonnée x_0 satisfait à la condition

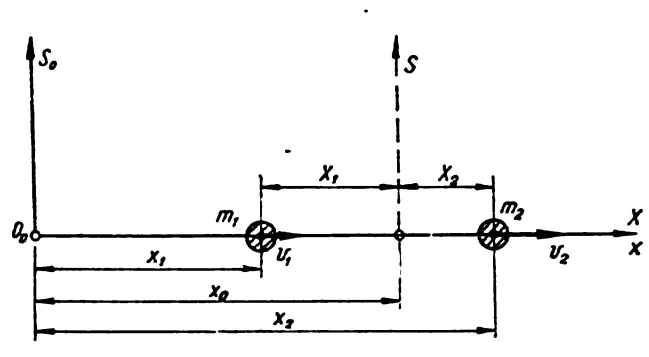


Fig. 1.33.

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}. \tag{4.24}$$

La vitesse de ce point est égale à

$$\frac{dx_0}{dt} = \frac{m_1 \frac{dx_1}{dt} + m_2 \frac{dx_2}{dt}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \tag{4.25}$$

Si le mouvement des corps obéit aux seules forces intérieures (c'est-à-dire en l'absence de forces extérieures, le système étant isolé), le numérateur de (4.25), qui est la quantité de mouvement totale dans le système, ne variera pas dans le temps. Par conséquent, la vitesse $v_0 = \frac{dx_0}{dt}$ du point O par rapport à S_0 est constante. Si l'on attache à présent au point O un nouveau référentiel S, il se déplacera par rapport à S_0 d'un mouvement rectiligne uniforme, ce qui montre qu'il sera également un référentiel d'inertie.

Les raisonnements faits ci-dessus peuvent être répétés pour tout système *isolé* de corps en interaction. Il faudra trouver pour chaque système étudié le point O dont les coordonnées dans S_0 sont :

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots}; \quad y_0 = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots};$$

$$z_0 = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots}{m_1 + m_2 + \ldots}. \tag{4.26}$$

Si l'on attache des axes des coordonnées à ce point, on obtient un référentiel *d'inertie*. Le point O est appelé *centre de masse* (ou centre d'inertie) du système donné.

Supposons à présent que les différentes parties du système subissent l'action de forces extérieures ; alors l'accélération de chaque corps sera déterminée comme la somme des forces intérieures et extérieures, par exemple :

$$m_1 a_1 = f_1 + F_1; \quad m_2 a_2 = f_2 + F_2; \text{ etc.}$$

Ajoutant membre à membre ces équations, les forces intérieures s'évanouissent en vertu de la troisième loi de la mécanique, aussi

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 + \ldots = F_1 + F_2 + \ldots$$

Désignons la somme vectorielle de toutes les forces extérieures par R. Projetons cette force et les accélérations des corps sur les axes de coordonnées ; on a pour l'axe OX :

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \ldots = R_x. \tag{4.27}$$

Prenant la dérivée seconde de x_0 par rapport au temps, on a :

$$(m_1 + m_2 + \ldots) \frac{d^2 x_0}{dt^2} = m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + \ldots \tag{4.28}$$

Désignons la masse totale par m ; on déduit alors de la comparaison de (4.27) et (4.28) :

$$m \frac{d^2 x_0}{dt^2} = R_x.$$

On trouve des expressions analogues pour les composantes sur les autres axes. Par conséquent, l'accélération totale du centre de masse a se détermine de l'équation

$$ma = R; \quad a = \frac{R}{m}, \tag{4.29}$$

c'est-à-dire que le centre de masse du système se meut avec une accélération égale quotient de la résultante de toutes les forces extérieures par la masse du système tout entier.

Considérons un exemple ; envisageons un corps sollicité par deux forces égales et opposées (« couple de forces ») lui imprimant un mouvement de rotation (fig. I.34). La résultante du couple étant nulle, le centre de masse est immobile et le corps tourne autour d'un axe passant par le centre de masse quels que soient les points d'application des forces.

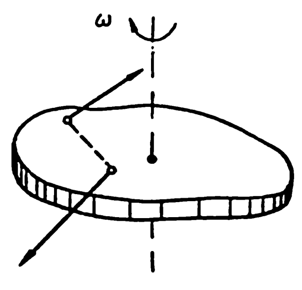


Fig. I. 34.

On déduit de (4.26) pour la coordonnée x_i :

$$m_1 (x_0 - x_1) + m_2 (x_0 - x_2) + \ldots = 0.$$

Comme $x_0 - x_i = X_i$ est la coordonnée du i-ième corps par rapport à S (fig. I.33), introduisant les mêmes notations pour les autres coordonnées, on obtient le système d'équations :

$$\left.\begin{aligned} m_1 X_1 + m_2 X_2 + \ldots &= 0 \\ m_1 Y_1 + m_2 Y_2 + \ldots &= 0 \\ m_1 Z_1 + m_2 Z_2 + \ldots &= 0 \end{aligned}\right\} (a) \tag{4.30}$$

$$m_1 \frac{dX_1}{dt} + m_2 \frac{dX_2}{dt} + \ldots = 0, \text{ etc. } (b);$$

$$m_1 \frac{d^2 X_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 X_2}{dt^2} + \ldots = 0, \text{ etc. } (c).$$

Les équations (a) permettent de déterminer le centre de masse du système ; les équations (b) montrent que dans le référentiel S attaché au centre de masse la quantité de mouvement totale de tous les corps est nulle ; les équations (c) montrent que la somme de toutes les forces agissant sur les différentes parties du système est nulle. Ce dernier résultat ne signifie nullement l'absence de forces extérieures ou la nullité de leur résultante. Supposons les corps m_i sollicités par des forces extérieures dont la résultante $\boldsymbol{R}$ n'est pas nulle. Alors, le centre des masses de ce système de corps se déplacera avec une accélération égale à $\frac{\boldsymbol{R}}{\Sigma m_i} = \boldsymbol{a}$. Si le corps m_i est sollicité par une force $\boldsymbol{F}_i$, celle-ci lui imprime une accélération qui est égale dans le référentiel S_0 à $\frac{\boldsymbol{F}_i}{m_i} = \boldsymbol{a}_i$, et dans le référentiel S lié au centre des masses à $\boldsymbol{a}_i - \boldsymbol{a}$. Le produit $m_i(\boldsymbol{a}_i - \boldsymbol{a})$ doit être considéré comme la force agissant sur le corps m_i dans le référentiel S. Trouvons la somme de ces forces :

$$\Sigma m_i (\boldsymbol{a}_i - \boldsymbol{a}) = \Sigma \boldsymbol{F}_i - \Sigma m_i \boldsymbol{a}.$$

Comme

$$\Sigma m_i \boldsymbol{a}_i = \Sigma \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{R}, \quad \Sigma m_i \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \Sigma m_i = m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{R},$$

on obtient (sous forme vectorielle) les équations (c); de sorte que ces équations sont observées aussi bien pour $\boldsymbol{R} \neq 0$.

Chapitre V

MOUVEMENT OSCILLATOIRE DES CORPS

§ 21. Mouvement périodique ; oscillations harmoniques

On appelle processus périodiques des changements d'état d'un système tels, que le système revient à son état initial dans des intervalles de temps réguliers. Un mouvement circulaire est un mouvement périodique très simple ; un mouvement cyclique sur une courbe fermée, par exemple le mouvement des planètes sur leurs orbites elliptiques, est aussi un mouvement périodique. Les *processus oscillatoires* au cours desquels le système s'écarte de part et d'autre de sa position d'équilibre sont aussi des mouvements périodiques. L'exemple le plus simple de mouvement oscillatoire est le mouvement d'une masse ponctuelle m suspendue à un fil ou à un ressort autour de sa position d'équilibre le point O (fig. I.35).

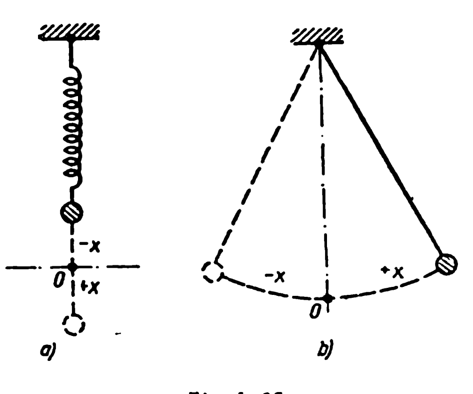


Fig. I. 35.

Etudiant un processus périodique, on doit s'intéresser à la succession des états par lesquels ce système passe pendant une période. Par exemple, pour une masse ponctuelle oscillante (fig. I.35), il faut connaître la trajectoire tout entière ainsi que la vitesse et l'accélération en chaque point de la trajectoire. Ceci étant, il importe de distinguer deux genres de mouvement :

1) des états déterminés du système se reproduisent périodiquement, mais la *succession* des états par lesquels passe le système ne se reproduit pas dans le temps. Les oscillations amorties d'un pendule, représentées sur la fig. I.36,*a*, en sont un exemple ; ici l'état $x=0$ se répète périodiquement, mais la vitesse en chaque point de la trajectoire et les élongations maxima x_0 décroissent progressivement ;

2) une seule et même succession d'états se reproduit périodiquement dans des intervalles de temps égaux, c'est-à-dire que les oscillations ne sont pas amorties (fig. I.36,*b*).

Dans l'ensemble des oscillations non amorties la plus simple est l'oscillation *harmonique* représentée par la fonction sinus ou cosinus :

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi)\ ; \quad x = x_0 \cos(\omega t + \varphi), \tag{5.1}$$

x étant la grandeur oscillante (élongation, vitesse, force, etc.), t le temps, x_0, ω et φ certaines *constantes*. x_0 est l'amplitude, la quantité

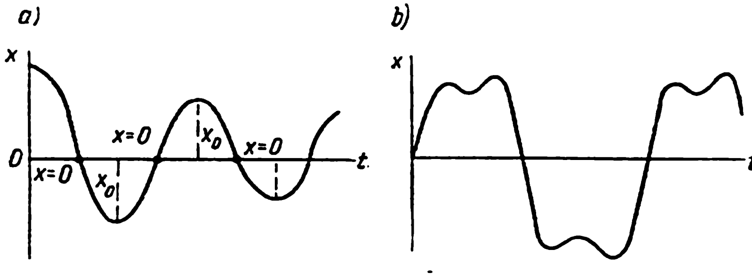


Fig. I. 36.

sous le sinus ou le cosinus, $\omega t + \varphi$, la *phase* de l'oscillation et φ la phase initiale. La phase d'oscillation détermine la valeur de la grandeur oscillante à chaque instant. La phase initiale φ détermine la valeur de x à l'instant initial : lorsque $t=0$, $x=x_0 \sin \varphi$. Si dans l'étude d'un mouvement oscillatoire on fait correspondre l'origine des temps ($t=0$) à $x=0$, alors φ est nulle. Dans le cas d'oscillations simples, on peut toujours chiosir l'origine des temps de sorte que $\varphi=0$; toutefois, quand on a simultanément plusieurs oscillations (par exemple, quand il y a superposition d'oscillations), les phases initiales des oscillations peuvent être différentes et ce n'est qu'accidentellement qu'elles peuvent s'annuler simultanément.

La formule (5.1) décrit les oscillations harmoniques s'effectuant sur un segment de droite ou sur un arc de courbe. Dans ce cas, il suffit pour déterminer la position du corps oscillant de connaître la distance x du corps à la position d'équilibre. On a représenté sur la fig. I.37 des systèmes oscillants à trajectoires curviligne et rectiligne. Ce sont des *systèmes à un degré de liberté*. Le pendule ordinaire (fig. I. 35,*b*) peut effectuer *deux* oscillations indépendantes dans deux directions orthogonales, aussi définit-il un système oscillant à deux degrés de li-

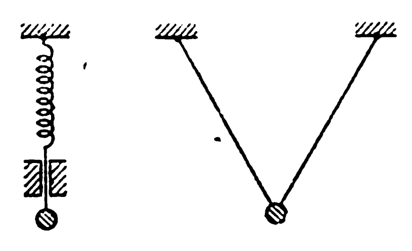


Fig. I. 37.

berté. Le ressort à boudin de la fig. I.35,*a* peut osciller dans 3 directions indépendantes, aussi définit-il un système oscillant à *trois degrés* de liberté.

Pour décrire le mouvement oscillatoire d'un solide (fig. I.38,*a*) le plus commode est de mesurer l'angle de rotation α à partir de la position d'équilibre ; les angles sont positifs d'un côté de la droite

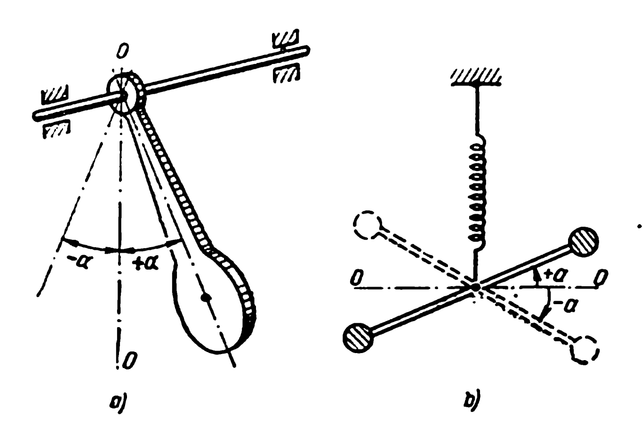


Fig. I. 38.

OO et négatifs de l'autre côté. Cette règle des signes s'applique aussi aux corps effectuant des *oscillations de torsion* (fig. I.38,*b*). Les oscillations harmoniques de torsion s'écrivent $\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi)$, où a_0 est l'amplitude de l'angle de rotation.

§ 22. Vitesse et accélération des oscillations harmoniques ; période et fréquence

Soit x l'élongation d'un corps oscillant à partir de sa position d'équilibre, l'origine des temps étant choisie de sorte que $\varphi = 0$. Si le corps effectue un mouvement harmonique, on a

$$x = x_0 \sin \omega t, \tag{5.2}$$

x_0 et ω étant des constantes. Calculons la vitesse du corps, qui est la dérivée de x par rapport au temps :

$$v = \frac{dx}{dt} = x_0 \omega \cos \omega t \; ; \quad v = v_0 \cos \omega t = v_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \tag{5.3}$$

où $v_0 = x_0 \omega$ est la valeur maximum, c'est-à-dire l'amplitude de la vitesse. La formule (5.3) montre que la vitesse du corps, ainsi que l'élongation, est une fonction harmonique déphasée de $\pi/2$ sur l'élongation ; aux instants où l'élongation est nulle la vitesse est maximum.

La vitesse d'un corps effectuant des oscillations harmoniques variant continuellement, ce mouvement est accéléré et la grandeur et la direction de l'accélération varient également selon une loi harmonique :

$$j=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(x_0\omega\cos\omega t)=-x_0\omega^2\sin\omega t=j_0\sin(\omega t+\pi), \quad (5.4)$$

$j_0=x_0\omega^2=v_0\omega$ étant la valeur maximum (l'amplitude) de l'accélération. La phase de l'accélération diffère de celle de l'élongation de π et de $\pi/2$ de celle de la vitesse. Substituant dans l'expression (5.4) $x_0 \sin \omega t=x$, on peut recopier la formule de l'accélération sous la forme

$$j=-\omega^2 x, \quad (5.5)$$

ce qui montre que dans un mouvement oscillatoire harmonique l'accélération du corps est proportionnelle à l'élongation et de signe contraire. On a montré sur la fig. I.39 les variations de l'élongation x, de la vitesse v et de l'accélération j en fonction du temps.

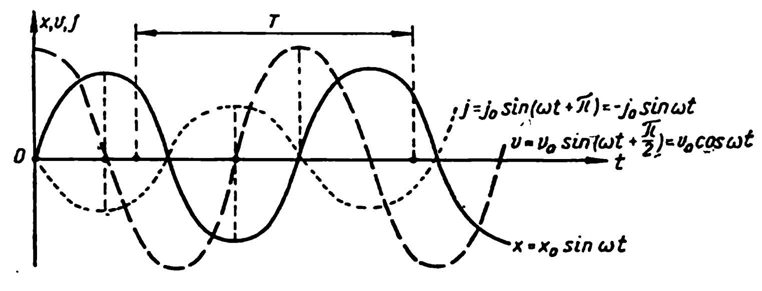


Fig. I. 39.

On appelle période d'un mouvement oscillatoire harmonique le plus petit laps de temps T au bout duquel *toutes* les grandeurs caractérisant ce mouvement (x, v, j) reprennent exactement leurs valeurs initiales. Pour que toutes les fonctions trigonométriques (5.2), (5.3) et (5.4) reprennent simultanément leurs valeurs initiales, les phases doivent varier de 2π, période de l'oscillation, ou, plus généralement, de $2\pi n$, n entier. Si à l'instant t la phase des oscillations d'une grandeur quelconque était égale à $\omega t+\varphi$, elle sera égale au bout du temps T à $\omega(t+T)+\varphi$.

Egalant la variation de la phase à 2π, on obtient

$$[\omega(t+T)+\varphi]-[\omega t+\varphi]=2\pi,$$

$$\omega T=2\pi\,; \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}. \quad (5.6)$$

La grandeur ω, dont la dimension est $1/s$, est appelée pulsation ou

fréquence circulaire, à l'encontre de la fréquence des oscillations ν :

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \tag{5.7}$$

indiquant combien de fois en l'unité de temps le corps oscillant passe par le même état. Dans la formule de l'oscillation harmonique la phase peut être exprimée non seulement en fonction de ω, mais aussi de ν ou de T :

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi) = x_0 \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right) = x_0 \sin(2\pi\nu t + \varphi). \tag{5.8}$$

§ 23. Force et énergie liées aux oscillations harmoniques. Systèmes mécaniques oscillants simples

Tout mouvement oscillatoire est un mouvement avec accélération, aussi les corps oscillants sont-ils soumis à des forces leur imprimant ces accélérations. En particulier, si une masse ponctuelle m accomplit des oscillations harmoniques, en vertu de la seconde loi de la mécanique, elle doit être sollicitée par une force égale à

$$F = mj = -m\omega^2 x = -kx, \tag{5.9}$$

où $k = m\omega^2$. Le sens de la force est toujours celui de l'accélération et, eu égard à (5.5), dans des oscillations harmoniques le vecteur accélération est toujours tourné vers la position d'équilibre. Par conséquent, pour qu'un corps effectue un mouvement oscillant harmonique, il doit être sollicité par une force constamment dirigée vers la position d'équilibre et en grandeur proportionnelle à l'élongation. Faisant l'étude des systèmes oscillants, il est facile de trouver le coefficient de proportionnalité $k = \frac{F}{x}$ entre la force F agissant sur le corps et l'élongation x de ce corps ; connaissant en outre la masse du corps, on peut calculer la fréquence et la période d'oscillation ; il résulte de la relation $m\omega^2 = k$:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{5.10}$$

Des forces constamment dirigées vers la position d'équilibre sont appelées forces de rappel. Voyons quelques exemples.

1. Système oscillant constitué d'une masse m et d'un ressort (fig. I.35,*a*). La force de rappel est la force élastique avec laquelle le ressort agit sur le corps. Pour de petites déformations, cette force F est proportionnelle à la variation de la longueur du ressort : $F = kx = k(l - l_0)$. Agissant sur le ressort avec des forces et mesurant les allongements (ou les compressions), on peut trouver le coefficient d'élasticité du ressort $k = \frac{F}{x}$ et

calculer par la formule (5.10) la fréquence des oscillations de la masse assujettie au ressort. Les oscillations considérées sont harmoniques (c'est-à-dire que x_0 et ω dans la formule $x = x_0 \sin \omega t$ sont constants) si le corps oscillant n'est soumis à aucune force extérieure (à des forces de frottement par exemple) autre que la force de rappel $F = -kx$, le coefficient k, dont dépend la fréquence des oscillations conformément à (5.10), étant constant. Notamment, si la température du ressort varie, il en est de même de k et de la fréquence des oscillations ; dès lors elles ne sont plus harmoniques.

2. Système effectuant des oscillations de torsion (fig. I.38,*b*). Un corps effectuant des oscillations de torsion est soumis à un *moment de rappel* limitant l'élongation et ramenant le corps à sa position d'équilibre. Le moment de rappel apparaît pendant la torsion du ressort (ou de la tige) auquel est fixé le corps oscillant. Lorsque les angles sont petits le moment est proportionnel à l'élongation.

Si les oscillations de torsion sont harmoniques, c'est-à-dire, si

$$\alpha = \alpha_0 \sin \omega t, \tag{5.11}$$

la vitesse angulaire et l'accélération angulaire ε sont aussi des fonctions harmoniques

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha_0 \omega \cos \omega t\,; \quad \varepsilon = -\alpha_0 \omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 \alpha. \tag{5.12}$$

Le moment de rappel est donné par le produit de l'accélération angulaire et du moment d'inertie du corps oscillant

$$M = I\varepsilon = -I\omega^2\alpha = -D\alpha, \tag{5.13}$$

($D = I\omega^2$ étant une constante si le moment d'inertie du corps ne varie pas pendant les oscillations). On peut déterminer ce coefficient en appliquant au ressort (ou à la tige) des moments de torsion extérieurs M et en mesurant les angles correspondants α :

$$D = \frac{M}{\alpha}.$$

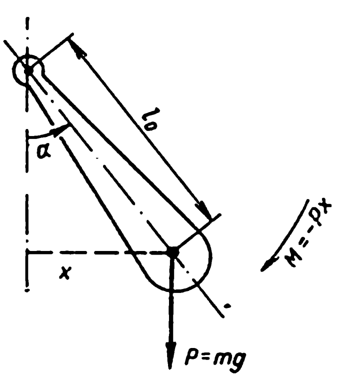


Fig. I. 40.

Alors la fréquence et la période sont données par les formules

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{I}}\,;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{5.14}$$

Conformément à (5.13), lors d'oscillations harmoniques de torsion le moment de rappel doit être exactement

proportionnel à l'angle d'élongation ; si cette proportionnalité n'est pas observée (par exemple pour des angles de rotation très grands) les oscillations ne sont plus harmoniques.

3. Pendule physique (fig. I.40). Le moment de rappel est le moment de la force de pesanteur, de signe contraire à l'élongation α et d'expression

$$M = -Px = -mgl_0 \sin \alpha,$$

l_0 étant la distance de l'axe au centre de gravité du corps.

Pour des élongations petites on a $\sin \alpha \approx \alpha$ (en radians) et le moment de rappel

$$M = -mgl_0\alpha = -D\alpha$$

est proportionnel à l'élongation angulaire et les oscillations du pendule sont harmoniques.

Comparant avec (5.13), on obtient $I\omega^2 = mgl_0$, et par conséquent

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl_0}{I}}; \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl_0}}. \tag{5.15}$$

Lorsque les élongations sont grandes ou que le corps se déforme (I et l_0 variables) les oscillations ne sont plus harmoniques, bien qu'elles puissent être non amorties en l'absence de frottement ou si le frottement est compensé.

4. Pendule mathématique. Il est constitué d'un point matériel de masse m suspendu à un fil de poids nul et inextensible de longueur l (fig. I.41). La force de rappel est ici la projection de la force de pesanteur $P = mg$ sur la tangente à la trajectoire de la masse ; on a :

$$\alpha = \frac{x}{l}; \qquad F = P \sin \alpha = mg \sin \frac{x}{l}$$

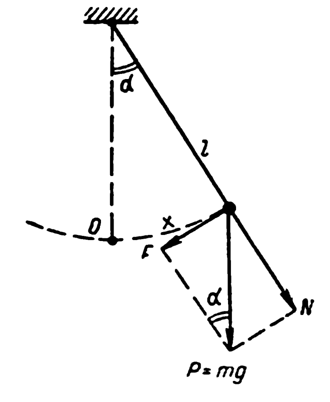


Fig. I. 41.

(α en radians). On voit que la condition de proportionnalité entre la force de rappel F et l'élongation x à partir de la position d'équilibre n'étant pas observée, les oscillations de ce pendule *ne sont donc pas harmoniques*. Mais si les angles α sont petits, $\sin \alpha \approx \alpha$ et $F = mg \sin \frac{x}{l} \approx mg \frac{x}{l}$, et cette force étant toujours dirigée vers la position d'équilibre et donc de signe contraire à l'élongation x, on a

$$F = -\frac{mg}{l} x = -kx.$$

On peut admettre alors que les oscillations sont harmoniques ; com-

parant avec (5.9), on a :

$$\frac{mg}{l}=m\omega^2\,; \quad \omega=\sqrt{\frac{g}{l}}\,; \quad T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,, \qquad (5.16)$$

c'est-à-dire que la fréquence et la période des oscillations ne dépendent pas de la masse du corps oscillant, mais sont déterminées seulement par la longueur du fil et l'accélération de la force de pesanteur (on se sert des oscillations du pendule pour déterminer g). La constance du coefficient k, et donc de la pulsation ω, implique celle de l. Or la force $N=P\cos\alpha$ tirant sur le fil peut provoquer son allongement, qui est minimum aux positions extrêmes, et maximum lorsque le corps passe par le point O. Aussi pour que les oscillations du pendule soient harmoniques faut-il encore, outre la petitesse des élongations angulaires, que le fil soit inextensible.

On voit par ces exemples que, lorsque les amplitudes sont petites, la fréquence (ou bien la période) des oscillations est déterminée uniquement par les propriétés du système. Toutefois, lorsque les élongations sont importantes, la dépendance *linéaire* entre la force de rappel et l'élongation $F=-kx$, et celle entre le moment de rappel et l'angle de rotation $M=-D\alpha$ ne sont plus strictement observées et la fréquence des oscillations dépend non seulement des propriétés du système mais, dans une certaine mesure, de l'amplitude des oscillations (de x_0 ou de α_0).

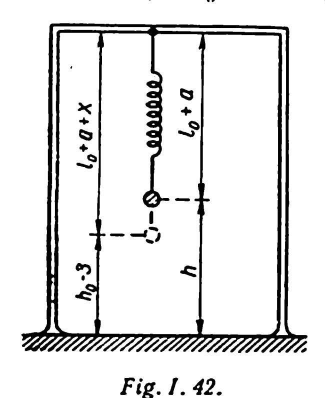


Fig. I. 42.

Les mouvements oscillatoires dans les systèmes mécaniques s'opèrent avec transformation périodique de l'énergie cinétique des corps oscillants en énergie potentielle d'interaction des diverses parties du système et vice versa. On appelle alors *énergie des oscillations* la partie de l'énergie totale du système participant à ces transformations.

Ainsi, l'énergie du pendule constitué d'un ressort à boudin oscillant dans le champ d'attraction terrestre est composée de l'énergie potentielle de la déformation du ressort, de l'énergie potentielle de la position de la charge et de son énergie cinétique (fig. I.42) :

$$W=\frac{k(a+x)^2}{2}+mg(h_0-x)+\frac{mv^2}{2}\,,$$

a étant l'allongement constant dû à la force de pesanteur

$$\left(a=\frac{P}{k}=\frac{mg}{k}\right),$$

h_0 la hauteur de la charge à l'état d'équilibre. On obtient en ré-

duisant :

$$W = \left(\frac{ka^2}{2} + mgh_0\right) + \left(\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}\right). \qquad (5.17)$$

Seule la partie variable de cette expression représente l'énergie d'oscillation du système :

$$W = W_0 + W_k; \qquad W_k = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

L'énergie du mouvement d'oscillation peut être exprimée en fonction des élongations et de la vitesse :

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \text{si } x=0,\ \text{on a } v=v_0,\ \text{donc } W_k=\frac{mv_0^2}{2};\\ &2)\ \text{si } x=x_0,\ \text{on a } v=0,\ \text{donc } W_k=\frac{kx_0^2}{2}=\frac{m\omega^2x_0^2}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.18)$$

Par conséquent, l'énergie des oscillations W_k prend alternativement les formes cinétique et potentielle, la période de ces transformations étant la moitié de celle des oscillations, puisque les élongations $\pm x_0$ ou les vitesses $\pm v_0$ se répètent deux fois en une période et que l'énergie W_k ne dépend pas de leurs signes. On a illustré sur la fig. I.43 les variations en fonction du temps des composantes de cette énergie : de l'énergie potentielle

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2}\sin^2\omega t,$$

et de l'énergie cinétique

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}\cos^2\omega t.$$

Si le système n'est pas influencé extérieurement, et si le mouvement oscillatoire s'effectue sans frottement, alors son énergie mécanique W ne varie pas dans le temps. De la constance de W et W_0 il résulte alors que l'énergie des oscillatoins W_k est également constante dans le temps. Cette énergie peut diminuer non seulement par suite de frottement dans le système, mais aussi par suite de *rayonnement*, les corps oscillants mettant en mouvement périodique les particules du milieu ambiant avec lesquelles ils sont en contact et engendrant dans ce milieu des ondes élastiques. Ainsi, un diapason ou une corde vibrante créent dans l'air des ondes sonores en dépensant progressivement leur énergie d'oscillation.

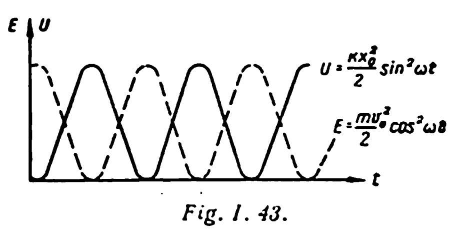


Fig. I. 43.

§ 24. Oscillations amorties. Oscillations forcées. Résonance

Les mouvements oscillatoires dans des systèmes mécaniques réels sont toujours accompagnés de frottement et il y a transformation de l'énergie mécanique des oscillations en chaleur. Si la perte d'éner-

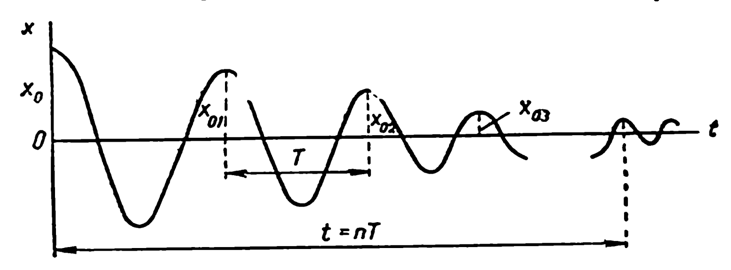


Fig. I. 44.

gie par frottement n'est pas compensée, les oscillations s'amortissent, c'est-à-dire que leur amplitude décroît progressivement jusqu'à zéro. On évalue habituellement la vitesse de l'amortissement par le logarithme du rapport de deux amplitudes voisines de même signe (fig. I.44) :

$$\Delta = \ln \frac{x_{01}}{x_{02}} ; \quad x_{02} = x_{01} e^{-\Delta}. \tag{5.19}$$

Le nombre sans dimension Δ est appelé *décrément logarithmique* de l'amortissement.

La variation de l'amplitude des oscillations pendant l'amortissement peut s'opérer de diverses manières. Si le décrément logarithmique est constant, on peut écrire pour les amplitudes successives à partir de x_0 :

$$x_{01} = x_0 e^{-\Delta}; \quad x_{02} = x_{01} e^{-\Delta} = x_0 e^{-2\Delta}; \ \ldots ; \ x_{0n} = x_0 e^{-n\Delta}. \tag{5.20}$$

Au lieu de Δ, on utilise parfois la quantité

$$\frac{\Delta}{T} = \delta ; \quad \Delta = \delta T. \tag{5.21}$$

La quantité δ, dont la dimension est $1/s$, est appelée *coefficient d'amortissement*, et T est la période des oscillations.

Considérons le mouvement oscillatoire décrit par la formule

$$x = x_0 e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{5.22}$$

Lorsque $\delta = 0$ on obtient des oscillations harmoniques, mais lorsque $\delta \neq 0$ l'amplitude des oscillations décroît. On montre que la formule (5.22) exprime des oscillations amorties dans un système où la force de frottement est proportionnelle à la vitesse du corps oscillant :

$$F_{fr} = -rv, \tag{5.23}$$

r étant un certain coefficient de frottement, v la vitesse du corps, et le signe moins indiquant que cette force s'oppose à la vitesse. Considérons le système représenté sur la fig. I.45.

Si on enlève le récipient avec son liquide, la charge m effectuera des oscillations harmoniques avec une certaine fréquence ω_0. En vertu de (5.10), ω_0 est déterminé par le coefficient d'élasticité du ressort k et par la masse du corps oscillant m: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; $k = m\omega_0^2$. Lorsqu'il y a frottement le mouvement du corps est quelque peu ralenti, donc la période d'oscillation croît et la fréquence décroît. Le corps oscillant est alors sollicité par deux forces : par la force de rappel du ressort $F = -kx = -m\omega_0^2 x$ et par la force de frottement (5.23). En vertu de la deuxième loi de la mécanique

$$mj = -kx - rv. \tag{5.24}$$

Montrons que la fonction (5.22) vérifie l'équation (5.24). Calculons les vitesses et les accélérations du mouvement exprimé par la formule (5.22) :

$$v = \frac{dx}{dt} = x_0 e^{-\delta t} (\omega \cos \omega t - \delta \sin \omega t),$$

$$j = \frac{dv}{dt} = x_0 e^{-\delta t} (-\omega^2 \sin \omega t - 2\delta\omega \cos \omega t + \delta^2 \sin \omega t).$$

Substituons x, v, j dans (5.24) et réduisons les termes semblables ; il vient

$$(-m\omega^2 + m\delta^2 + k - r\delta) \sin \omega t + (2m\delta\omega - r\omega) \cos \omega t = 0.$$

Cette équation doit être observée à tout instant (pour n'importe quelles combinaisons de sin ωt, et de cos ωt), ce qui n'est possible que si les coefficients des fonctions sinus et cosinus sont nuls. Alors :

$$2m\delta = r; \quad \delta = \frac{r}{2m}; \tag{5.25}$$

$$m(\omega^2 + \delta^2) = k = m\omega_0^2; \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}. \tag{5.26}$$

Par conséquent, la fréquence et la période des oscillations amorties considérées dépendent non seulement de l'élasticité du ressort et de la masse du corps oscillant, mais aussi du coefficient de frottement r ou d'amortissement δ.

Fig. I. 45.

La perte d'énergie dans le système par suite du frottement ou du rayonnement peut être compensée extérieurement en imprimant par exemple au système des impulsions périodiques pendant lesquelles le système reçoit une quantité d'énergie notable dissipée par la suite en frottement ou rayonnement. Il en est ainsi lorsqu'on frappe avec un petit marteau un pendule, un diapason ou une corde. Alors les oscillations ont un caractère complexe ; une fois que le système

a reçu de l'énergie, l'amplitude des oscillations croît brusquement, puis décroît progressivement par suite des pertes jusqu'au choc suivant. Notons qu'au moment d'un tel choc la force extérieure appliquée au corps oscillant augmente son énergie seulement dans le cas où elle effectue un travail positif, c'est-à-dire lorsqu'elle agit dans le sens du mouvement de ce corps.

Considérons un autre procédé de compensation des pertes, l'énergie étant communiquée au système d'une façon continue, de la même façon qu'elle est dépensée en frottement ou rayonnement. Pour ce faire, on doit appliquer à la masse oscillante une force agissant d'une manière *continue*. Il est évident qu'une force constante en grandeur et direction ne serait convenir, étant donné qu'elle effectuerait tantôt un travail positif et tantôt un travail négatif, selon le sens du mouvement du corps : le résultat de l'application d'une telle force s'exprimerait seulement dans le décalage de la position d'équilibre autour de laquelle s'effectuent les oscillations. Ainsi, la force de pesanteur agissant sur un ressort à boudin (fig. I.42) ne peut empêcher l'amortissement des oscillations, elle a simplement pour effet d'abaisser le point O correspondant à la position d'équilibre du corps oscillant.

Supposons que la force extérieure appliquée au corps oscillant varie conformément à une loi périodique, pouvant être sinusoïdale :

$$F = F_0 \sin \Omega t. \tag{5.27}$$

Cette force effectue un travail dont le signe dépend de la différence des phases de la force et de la vitesse du mouvement. Si la force s'oppose au mouvement (c'est-à-dire à la vitesse du corps), elle effectue un travail *négatif* et il y a freinage ; si elle favorise le mouvement, son travail est *positif* et le mouvement du corps est accéléré. Le résultat est que le corps est forcé d'osciller avec la fréquence de la force extérieure.

On arriverait au même résultat en analysant la deuxième loi de la mécanique pour le corps oscillant. On aurait à présent au lieu de (5.24) :

$$mj = F - kx - rv; \quad F = mj + kx + rv. \tag{5.28}$$

Cette égalité des forces doit être observée à chaque instant et, par conséquent, si la force F obéit à une certaine loi, il en résultera simultanément la variation de l'élongation x, de la vitesse v et de l'accélération j du corps oscillant, de sorte que les *fréquences des variations* de x, v et *j doivent coïncider avec la fréquence des variations de la force extérieure F.*

Toutefois, les phases des oscillations de ces grandeurs peuvent être différentes de la phase de la force extérieure ; ainsi, si la force extérieure s'annule, il n'en résulte nullement que doivent s'annuler simultanément les expressions mj, kx, et rv, leurs signes pouvant être différents. Notamment, pour qu'il y ait compensation des pertes

de frottement, la différence de phase entre la force extérieure et la vitesse du mouvement doit être telle que le travail de la force extérieure soit positif et égal à celui de la force de frottement.

Soit φ la différence de phase entre la force (5.27) et l'élongation x du corps oscillant :

$$x = x_0 \sin(\Omega t + \varphi). \tag{5.29}$$

Alors, en vertu de (5.3) et (5.4), la vitesse et l'accélération seront déphasées en outre de $\pi/2$ et π :

$$v = x_0 \Omega \sin\left(\Omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad j = x_0 \Omega^2 \sin(\Omega t + \varphi + \pi). \tag{5.30}$$

Nous devons trouver x_0 et φ. Substituons (5.27), (5.29) et (5.30) dans (5.28), réduisons et annulons séparément les coefficients de sin Ωt et cos Ωt. Posons

$$\delta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad f_0 = \frac{F_0}{m};$$

alors,

$$x_0 = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2\delta^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\delta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \tag{5.31}$$

Par conséquent, si le corps oscillant est sollicité par une force périodique sinusoïdale de fréquence Ω, il effectue des oscillations de même fréquence, l'amplitude des oscillations dépendant de l'amplitude et de la fréquence de la force extérieure, du coefficient d'amortissement, des propriétés élastiques du système et de la masse du corps oscillant $\left(\omega_0^2 = \frac{k}{m}\right)$; de telles oscillations sont dites *forcées*. S'il n'y a pas de force extérieure, la fréquence des oscillations ω est déterminée, en vertu de (5.26), seulement par les propriétés du système et le coefficient d'amortissement ; de telles oscillations sont dites *libres*. Enfin, s'il n'y a pas de frottement non plus, les oscillations sont harmoniques et leur fréquence ω_0 est déterminée, en vertu de (5.10), uniquement par les propriétés du système : par le coefficient de la force de rappel et la masse du corps oscillant ; la quantité $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ est appelée fréquence des oscillations *propres*. L'amplitude des oscillations est maximum lorsque la fréquence de la force extérieure Ω coïncide avec la fréquence de *résonance* ω_r :

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \tag{5.32}$$

Si δ est très petit, $\omega_r \approx \omega_0$ et $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$; alors la phase de la vitesse du corps oscillant $\Omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} = \Omega t$ coïncide avec la phase de la force extérieure. Cela signifie que la vitesse du corps et la force extérieure croissent et décroissent en même temps, en ayant toujours *le même* signe, c'est-à-dire le même sens. Dans ce cas, la force extérieure

effectue pendant toute la période un travail positif. Mais si $\Omega \neq \omega_0$ et $\varphi \neq -\frac{\pi}{2}$ la force extérieure effectue pendant une partie de la période un travail positif, et pendant l'autre partie de la période un travail négatif un peu moindre. Le travail positif résultant est d'autant plus petit que la différence entre Ω et ω_0 est grande.

Supposons que le système effectue des oscillations libres (amorties) et qu'à un certain moment une force périodique commence à s'exercer sur lui (5.27). Désignons le travail des forces de frottement par w_{fr}, et le travail positif de la force extérieure par w. Si $w_{fr} > w$, l'amortissement subsiste malgré la force excitatrice extérieure, mais il est affaibli. Toutefois, avec la diminution de l'amplitude et de la vitesse du corps oscillant, diminue également le travail des forces de frottement w_{fr}. Lorsque w_{fr} est égal à w, l'amplitude des oscillations ne varie plus, et le travail des forces de frottement est intégralement compensé par le travail de la force extérieure. Mais si au début on avait $w > w_{fr}$, l'excès $w - w_{fr}$ va à l'augmentation de l'énergie des oscillations ; les amplitudes de l'élongation x_0 et de la vitesse v_0 croissent, donc w_{fr} croît aussi. Dès que w_{fr} est égal à w, l'amplitude des oscillations n'augmente plus. Néanmoins, dans certains cas, il arrive que l'énergie apportée de l'extérieur augmente à un tel point l'amplitude des oscillations du système que ce dernier se détériore avant même l'incidence de l'état $w_{fr} = w$.

La croissance de l'amplitude des oscillations sous l'effet d'une force extérieure est particulièrement rapide lorsque le coefficient d'amortissement est petit et que la fréquence de la force extérieure est égale ou voisine de celle des oscillations propres ω_0. En effet, il a été dit ci-dessus que dans ces conditions le travail positif de la force extérieure était maximum (pour F_0, k, m donnés) ; en outre, pour des δ petits, la condition $w = w_{fr}$ ne peut être réalisée que pour de grandes valeurs des vitesses, afin que le travail de frottement, ainsi que celui de la force extérieure, soit grand. Aussi le danger de destruction d'un système oscillant par des forces extérieures périodiques est-il particulièrement grand lorsque les fréquences Ω et ω_0 coïncident.

Les oscillations s'effectuant dans un système avec la condition $\Omega \approx \omega_0$ sont dites *résonnantes*. Les oscillations résonnantes peuvent conduire ou bien à un régime oscillatoire déterminé dans le système avec de grandes amplitudes, ou bien encore, si les pertes de frottement et de rayonnement ne limitent pas l'augmentation de l'amplitude, à la destruction du système.

On peut faire varier l'amplitude des oscillations en modifiant les *paramètres* du système, c'est-à-dire les grandeurs dont dépend la fréquence des oscillations (longueur du pendule, coefficients des forces et des moments de rappel, coefficients de frottement, etc.). Considérons, par exemple, un pendule simple dont on peut faire varier la longueur au cours des oscillations (fig. I.46). Si au moment du passage du corps au point O (avec la vitesse v) on raccourcit le

fil de Δl, alors la force extérieure F, égale à la tension du fil, effectuera un travail positif $\Delta A_1 \approx \left(P + \frac{mv^2}{l}\right) \Delta l$. On pourra allonger inversement de Δl le fil en fin de course ; alors la force extérieure effectuera un travail négatif *moindre* $\Delta A_2 = P\Delta l \cos \alpha$. Le pendule reçoit de l'extérieur une énergie égale à $\Delta A_1 - \Delta A_2$. Répétant cette opération, on peut augmenter l'amplitude des oscillations du coprs.

Une telle amplification des oscillations en modifiant les paramètres du système (ce qu'on appelle « excitation paramétrique ») peut être aussi réalisée dans d'autres systèmes oscillants ; il faut agir périodiquement sur tel ou tel paramètre du système de façon à lui céder de l'énergie.

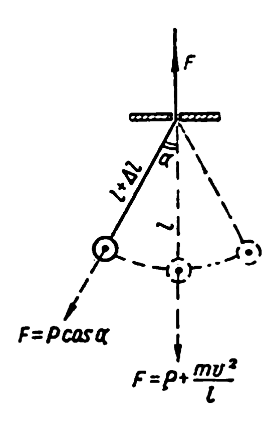


Fig. I. 46.

§ 25. Notion sur les oscillations non linéaires

Les mouvements oscillatoires étudiés ci-dessus dans les systèmes mécaniques sont déterminés par leurs propriétés et les actions extérieures. Si lors des oscillations les paramètres du système restent constants et si les forces agissant sur les corps oscillants sont des *fonctions linéaires* de ces paramètres, les systèmes oscillants et les oscillations elles-mêmes sont dits *linéaires*. Il en est ainsi des systèmes étudiés au § 23, lorsque les élongations sont assez petites pour que les forces ou les moments de rappel soient des fonctions linéaires $F = -kx$ et $M = -D\alpha$ et si les paramètres du système m, k, I, D restent constants pendant les oscillations. Peuvent être linéaires non seulement les oscillations harmoniques, mais aussi les oscillations amorties si, par exemple, la force de rappel est une fonction linéaire de l'élongation ($F = -kx$) et si la force de frottement est une fonction linéaire de la vitesse ($F_{fr} = -rv$). Ici encore il importera que le coefficient k, ainsi que le coefficient de frottement r, ne varie pas pendant les oscillations. En particulier, si la force de frottement est non pas une fonction linéaire de la vitesse, mais une fonction quadratique, comme cela a lieu à de grandes vitesses, alors les oscillations ne sont pas linéaires.

Notons une propriété importante des systèmes oscillants linéaires : si plusieurs forces périodiques agissent simultanément sur un tel système, en vertu de la constance des paramètres, l'action de chacune des ces forces sera tout à fait indépendante des autres. Si, par exemple, en l'absence d'autres forces, une force est susceptible de provoquer l'élongation x_1, une autre force l'élongation x_2, etc., l'élongation résultante lorsque ces forces agissent simultanément sera $x_1 + x_2 + \ldots$. Ce principe, dit *principe de superposition*, ne joue pas pour les systèmes *non linéaires*. En effet, supposons qu'une force provoque

l'élongation x_1 et que les paramètres du système varient un tant soit peu ; dans ces conditions, une seconde force, qui était susceptible de provoquer l'élongation x_2 pour les anciennes valeurs des paramètres, provoquera pour les nouvelles valeurs de ces paramètres un déplacement x_2', et ce déplacement dépendra de la variation des paramètres sous l'action de la première force.

La différence entre les systèmes oscillants linéaires et les systèmes non linéaires s'exprime également dans le caractère des oscillations forcées : dans les systèmes linéaires une force extérieure sinusoïdale produit des *oscillations harmoniques*, alors que dans les systèmes non linéaires ces oscillations s'écartent d'autant plus de l'harmonicité que l'amplitude des oscillations forcées est grande.

§ 26. Superposition d'oscillations

Dans certains systèmes un corps peut participer simultanément à deux mouvements oscillants indépendants. Un tel système a été illustré, à titre d'exemple, par la fig. I.47, *a*, où une masse ponctuelle peut osciller dans le plan de la figure comme un pendule ordinaire

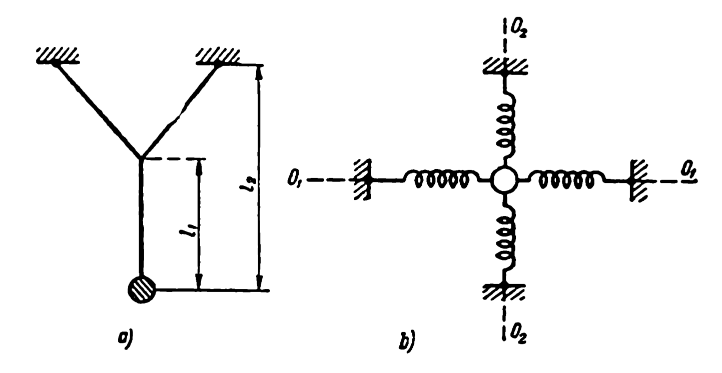


Fig. I. 47.

de longueur l_1 et perpendiculairement à ce plan comme un pendule de longueur l_2. Un autre système a été représenté sur la fig. I.47,*b*, où les oscillations dans les directions O_1—O_1 et O_2—O_2 s'effectuent avec des fréquences différentes si les coefficients d'élasticité des ressorts sont différents. En outre, on peut astreindre le corps à participer simultanément à plusieurs oscillations *forcées* en lui appliquant simultanément plusieurs forces périodiques de différentes directions, amplitudes et fréquences.

Ceci étant, la question se pose de déterminer le mouvement résultant d'un corps soumis à plusieurs mouvements oscillatoires. Nous examinerons ci-dessous quelques cas simples de composition d'oscillations harmoniques.

1. C o m p o s i t i o n d e d e u x o s c i l l a t i o n s d e m ê m e d i r e c t i o n :

a) les fréquences et les phases sont identiques et les amplitudes différentes :

$$x_1 = a \sin \omega t\,; \quad x_2 = b \sin \omega t\,; \quad \Big| \quad x = x_1 + x_2 = (a+b) \sin \omega t = x_0 \sin \omega t.$$

L'amplitude de l'oscillation résultante $x_0 = a+b$ est égale à la somme des oscillations composantes.

b) les fréquences et les amplitudes sont identiques, mais il y a un déphasage φ :

$$x_1 = a \sin \omega t\,; \quad x_2 = a \sin(\omega t + \varphi)\,; \quad \Big| \quad x = x_1 + x_2 = 2a \cos \frac{\varphi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) = x_0 \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right).$$

L'amplitude de l'oscillation résultante $x_0 = 2a \cos \frac{\varphi}{2}$ est inférieure à la somme des amplitudes des oscillations composantes ; en particulier, si $\varphi = \pi$, on a $x_0 = 0$, c'est-à-dire que deux oscillations en opposition de phases se compensent, et le corps reste au repos ;

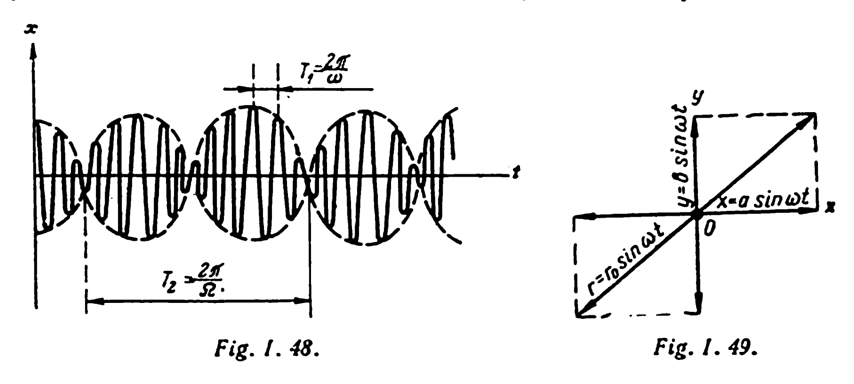


Fig. I. 48. *Fig. I. 49.*

c) les amplitudes sont identiques, les phases initiales nulles et les fréquences différentes :

$$x_1 = a \sin \omega_1 t\,; \quad x_2 = a \sin \omega_2 t\,; \quad \Big| \quad x = x_1 + x_2 = 2a \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t = 2\,a \cos \Omega t \sin \omega t.$$

Comme $\Omega = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ est plus petit que $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$, on peut considérer que l'oscillation résultante s'effectue avec une fréquence égale à la demi-somme des oscillations composantes, mais l'amplitude $x_0 = 2a \cos \Omega t$ variera dans le temps avec une fréquence égale à leur demi-différence ; le graphique de tels mouvements est représenté sur la fig. I.48 ; on a ce qu'on appelle des *battements*.

2. Composition d'oscillations dans deux directions perpendiculaires.

Désignons l'élongation du corps dans une direction par x et par y l'élongation dans la direction perpendiculaire. L'équation de la trajectoire du mouvement résultant peut être représentée comme l'équation d'une courbe du plan XOY (fig. I.49) :

a) les fréquences et les phases sont identiques, les amplitudes différentes :

$$x = a \sin \omega t; \quad y = b \sin \omega t; \quad \Big| \quad y = \frac{b}{a} x.$$

ou

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \omega t = r_0 \sin \omega t.$$

$$r_0 = \sqrt{a^2 + b^2}.$$

L'oscillation résultante a lieu suivant une droite formant avec l'axe OX un certain angle φ dont la tangente est égale à $\frac{b}{a}$. On peut observer une telle composition lorsqu'on frappe un pendule perpendiculairement à la direction de son oscillation, au moment où il passe par sa position d'équilibre ;

b) les fréquences sont identiques, il y a déphasage de $\pi/2$, les amplitudes peuvent être différentes :

$$x = a \sin \omega t; \quad y = b \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = b \cos \omega t; \quad \Big| \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

ce qui montre que le mouvement résultant du corps est une ellipse dans le plan XOY dont les demi-axes sont égaux aux amplitudes des oscillations élémentaires. Si $a = b$, la trajectoire est un cercle. On peut obtenir un tel mouvement si l'on frappe un pendule oscillant perpendiculairement lorsque le corps occupe une de ses positions extrêmes ;

c) les fréquences sont différentes, mais multiples entre elles, par exemple $\omega_1 : \omega_2 = 1/2$, $2/3$, etc. Alors le corps oscillant décrit une courbe complexe dite de Lissajous, dont la forme dépend du rapport des fréquences des oscillations composantes, de leurs amplitudes et du déphasage ($\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$). Certaines d'entre elles ont été représentées sur la fig. I.50.

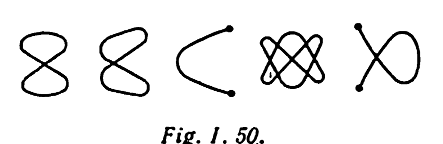


Fig. I. 50.

Agissant sur le corps oscillant, on peut faire varier dans le temps l'amplitude ou la fréquence des oscillations suivant une loi quelconque (notamment périodique) :

$$x = x_0(t) \sin(\omega t + \varphi); \quad x = x_0 \sin[\omega(t)\, t + \varphi].$$

On dit qu'on a des oscillations *modulées* ; la modulation porte sur l'amplitude si x_0 varie alors que ω est constante, et sur la fréquence, si c'est la fréquence qui varie à amplitude constante. La modulation des oscillations est indispensable par exemple dans les émissions de radio ; les oscillations induites dans le microphone par la voix du speaker ou par des instruments de musique modifient l'amplitude ou la fréquence des oscillations du courant dans l'antenne émettrice. Dans les récepteurs les oscillations sont démodulées (c'est-à-dire qu'on neutralise l'effet de modulation), amplifiées et transformées à nouveau en oscillations sonores.

§ 27. Oscillations entretenues

Dans les oscillations forcées l'énergie est apportée de l'extérieur (pour compenser les pertes de frottement) et *réglée* par la force périodique extérieure ; par conséquent, la force extérieure impose sa fréquence au système et détermine l'amplitude de ses oscillations. Cependant, on peut produire également des oscillations non amorties au moyen d'une *force constante*, pourvu que le système oscillant règle lui-même le débit de l'énergie extérieure ; à cet effet, il faut interrompre ou modifier périodiquement l'action de la force extérieure de telle façon que le travail résultant de cette force soit positif.

Une force extérieure constante en grandeur et direction peut accomplir un travail positif si elle agit dans le sens du mouvement du corps. Aussi, lorsque le mouvement du corps change de sens, faudra-t-il « déconnecter » la force extérieure pour ne pas avoir un travail négatif nuisible, c'est-à-dire empêcher que le corps oscillant cède à son tour de l'énergie à la source extérieure. Dans certains systèmes, au lieu de cela, on se borne simplement à réduire quelque peu le travail négatif par rapport au travail positif. Dans d'autres, en même temps que l'inversion du sens du mouvement, on inverse aussi automatiquement le sens de l'impulsion que la force extérieure imprime au corps, de sorte que tout le travail fourni par la force pendant les deux demi-périodes est positif. A l'aide des procédés que l'on vient d'envisager on arrive non seulement à alimenter le système en énergie d'une force extérieure constante, mais aussi à régler la quantité d'énergie cédée, de manière à compenser exactement les pertes d'énergie en frottement et à avoir des oscillations non amorties d'amplitude stable.

Les systèmes réglant automatiquement le débit de l'énergie de la source extérieure sont appelés des systèmes *auto-oscillants*, et les processus périodiques non amortis dont ils sont le siège, des *oscillations entretenues*. On a des oscillations entretenues dans une montre, dans un tuyau d'orgue et dans beaucoup d'autres instruments de musique, dans l'appareil vocal de l'homme, dans une sonnette électrique, un générateur à lampe d'oscillations électromagnétiques, etc.

Le récipient de Tantale (fig. I.51) illustre des oscillations entretenues : l'eau vient alimenter d'une manière continue le récipient C par le tube A. Le niveau de l'eau ne peut monter que jusqu'à la hauteur H, après quoi l'eau s'écoule rapidement par un siphon B. Dès que le niveau de l'eau est tombé jusqu'à h, le siphon ne travaille plus, l'eau remonte et le processus se répète. L'amplitude des oscillations du niveau $H—h$ et la quantité de liquide débitée en une période sont déterminées par les dimensions du récipient et du siphon ; en outre, la période des oscillations dépend encore de la vitesse avec laquelle l'eau arrive. La source extérieure d'énergie, entretenant les oscillations de l'eau dans le récipient, est ici l'eau provenant d'un robinet A ; la grandeur et le sens de l'action qu'exerce cette eau sur le système oscillant ne varient pas dans le temps.

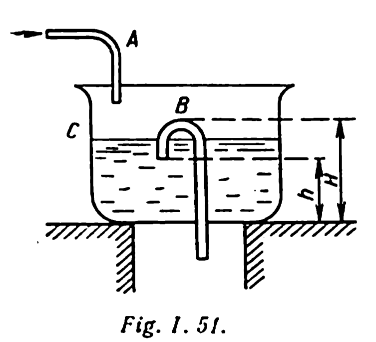


Fig. I. 51.

Considérons les oscillations entretenues produites par un archet se déplaçant sur une corde de violon. Pendant un laps de temps t_1 l'archet entraîne la corde avec lui ; la force f_1 agissant sur la corde effectue un travail positif, déforme la corde et accroît son énergie potentielle. Le mouvement d'ensemble de la corde et de l'archet dure jusqu'à ce que la force élastique f_2 naissant dans la corde la détache de l'archet, puis la corde commence à se mouvoir à l'encontre de l'archet. Remarquons que ce mouvement en sens inverse de la corde est tout d'abord accéléré, la force de frottement f_1 entre l'archet et la corde dans leur mouvement relatif étant moindre que pendant leur repos relatif (quand ils se mouvaient ensemble). Dès lors, sitôt que la corde s'est détachée de l'archet, la force élastique f_2 est plus grande que la force de frottement ; la différence, $f_2—f_1$ imprime aux eléments de la corde un mouvement accéléré en sens contraire. Au fur et à mesure que la corde se redresse f_2 décroît et le mouvement de la corde a tendance à s'uniformiser. Le frottement entre l'archet et la corde existant aussi pendant le mouvement en sens inverse, l'énergie acquise par la corde pendant le mouvement direct se dissipe peu à peu en chaleur et la corde finit par s'arrêter par rapport à l'archet. Puis, l'archet entraîne de nouveau la corde et le processus se répète. Ainsi, pendant la première moitié de la période d'oscillation Δt_1 la corde reçoit de l'archet une certaine quantité d'énergie ; pendant la deuxième moitié de la période Δt_2 cette énergie est transformée en chaleur, et partiellement rayonnée dans l'espace sous forme de son. La fréquence des oscillations est déterminée par les propriétés élastiques de la corde et l'amplitude des oscillations par la force de frottement contre l'archet. Le « mécanisme »

de l'entretien des oscillations dans beaucoup de systèmes à frottement extérieur présente le même caractère.

Dans une montre, au moment où le mouvement du pendule est inversé, le pendule inverse automatiquement le sens de l'impulsion que lui communique un ressort tendu ou bien un poids vertical; et la force extérieure effectue un travail positif pendant les deux demi-périodes. Le pendule recevant une quantité d'énergie déterminée à chaque impulsion, il s'établit avec le temps une amplitude d'oscillation telle que cette énergie compense les pertes par frottement. Lorsque les amplitudes sont grandes, les pertes par frottement sont supérieures à l'apport de l'énergie extérieure, et les oscillations s'amortissent jusqu'à ce qu'il y ait équilibre de l'échange énergétique ; aux amplitudes moindres l'énergie empruntée à l'extérieur est supérieure aux pertes, et les oscillations croîtront ici encore jusqu'à l'équilibre. De cette manière, pendant des oscillations entretenues il s'établit une amplitude stable d'oscillations.

Chapitre VI

PROCESSUS ONDULATOIRES ; PRINCIPES D'ACOUSTIQUE

§ 28. Formation et propagation d'ondes dans un milieu élastique

Lorsqu'un corps oscillant (diapason, corde, membrane, etc.) se trouve dans un milieu élastique, il met en mouvement oscillatoire les particules du milieu avec lesquelles il est en contact, ce qui fait que le milieu avoisinant est le siège de déformations périodiques (compressions et dilatations par exemple). Lors de ces déformations, des forces élastiques apparaissent dans le milieu, qui ont tendance à le ramener à son état d'équilibre initial. D'une part ces forces s'opposent aux déformations, réagissant sur le corps oscillant ; d'autre part elles provoquent la déformation de régions de plus en plus éloignées.

Ainsi, les déformations périodiques qui naissent en un point quelconque d'un milieu élastique se propagent avec une certaine vitesse dépendant des propriétés physiques du milieu. Les particules du milieu effectuent des mouvements oscillatoires autour de leurs positions d'équilibre ; seul l'état de déformation est transmis de région en région.

Le processus de propagation d'un mouvement oscillatoire dans un milieu est appelé *processus ondulatoire* ou simplement *onde*. Suivant le caractère des déformations élastiques engendrées, on distingue des ondes longitudinales et des ondes transversales. Dans les ondes longitudinales les particules du milieu oscillent dans le sens de la propagation des oscillations. Dans les ondes transversales les particules du milieu oscillent perpendiculairement au sens de la propagation des ondes. On a illustré sur la fig. I.52 l'agencement des particules du milieu (que l'on a représenté conventionnellement par des traits verticaux) dans les ondes longitudinales (*a*) et transversales (*b*).

Les milieux liquides et gazeux ne sont pas doués d'élasticité de glissement et ne peuvent être parcourus que par des ondes longitudinales se propageant sous forme de compressions et de dilatations du milieu. Les ondes se propageant à la surface de l'eau sont bien transversales, mais elles doivent leur existence à l'attraction terres-

tre. Dans les corps solides on peut avoir aussi bien des ondes transversales que longitudinales. Les ondes transversales ont pour cas particulier les ondes de *torsion*, naissant dans les tiges élastiques soumises à des oscillations de torsion.

Supposons qu'une source ponctuelle d'ondes commence à induire dans un milieu des oscillations harmoniques à l'instant $t=0$; au bout du temps t cette oscillation se sera propagée en différentes directions

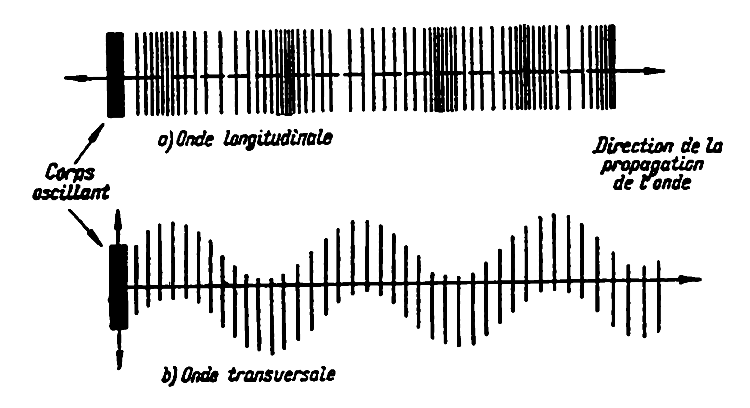


Fig. I. 52.

à la distance $r_i=c_it$, c_i étant la vitesse de l'onde dans la direction considérée. La surface atteinte par l'oscillation à un certain instant est appelée *front d'onde*. La forme du front d'onde est déterminée par la configuration de la source d'oscillations et les propriétés du milieu. Dans les milieux homogènes la vitesse de propagation de l'onde est partout la même. Un milieu est dit isotrope si cette vitesse est la même dans toutes les directions. Le front d'onde d'une source ondulatoire dans un milieu homogène et isotrope est représenté à tout instant par une sphère ; de telles ondes sont dites *sphériques*.

Dans un milieu non homogène et non isotrope (anisotrope), et lorsque les sources d'oscillations ne sont pas ponctuelles le front d'onde a une forme plus compliquée. Si le front d'onde est un plan, et si ce plan est conservé pendant la propagation du milieu, l'onde est dite *plane*. Des *petits* éléments d'un front d'onde de forme compliquée peuvent être assimilés à des ondes planes (tant que les distances parcourues par ces ondes sont petites).

Décrivant des processus ondulatoires, on distingue les surfaces dont toutes les particules oscillent *en phase* ; ces surfaces sont dites surfaces *ondulatoires* ou équiphases ; elles peuvent être sphériques, planes ou de forme plus compliquée suivant la configuration de la source oscillante et les propriétés du milieu. On a représenté sur la

fig. I.53 : *I* l'onde sphérique d'une source ponctuelle, *II* l'onde d'une plaque vibrante ; *III* est l'onde elliptique d'une source ponctuelle dans un milieu anisotrope, où la vitesse de propagation de l'onde c varie d'une manière continue lorsque l'angle α croît, atteignant son maximum dans la direction AA et son minimum dans la direction BB.

Convenons d'appeler « forme de l'onde » le graphique de la distribution de la grandeur oscillante dans le milieu à l'instant donné.

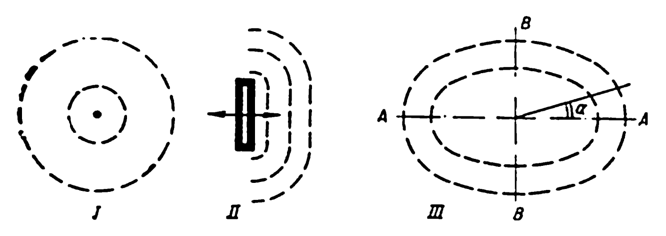


Fig. I. 53.

On a représenté sur la fig. I.54 (*a*) une onde ayant à l'instant t une forme sinusoïdale (trait plein) ; avec le temps une telle onde se propage dans un milieu homogène et isotrope tout en conservant sa forme (sinusoïde en pointillé). Toutefois, pour les ondes non sinusoïdales deux cas peuvent se présenter :

1) la forme de l'onde est conservée pendant la propagation (fig. I.54,*b*) et 2) l'onde se déforme en se propageant dans le milieu (fig. I.54,*c*).

Fig. I. 54.

Pour expliquer la « déformation de l'onde » pendant sa propagation, admettons que la source d'oscillations produise dans le milieu non pas une onde sinusoïdale simple, mais un ensemble de telles ondes de différentes fréquences, phases et amplitudes. Par suite de la superposition de ces oscillations sinusoïdales (nous les appellerons oscillations élémentaires), le milieu sera le siège d'un processus complexe. Si le milieu n'est pas *dispersif*, c'est-à-dire si les ondes élémentaires de toutes fréquences se propagent *avec la même vitesse*, chaque onde élémentaire progresse dans l'intervalle de temps Δt

de la même longueur $V\Delta t$, et à l'instant $t+\Delta t$ le résultat de la composition des sinusoïdes décalées est le même qu'à l'instant t. Mais si le milieu est dispersif, c'est-à-dire si la vitesse de propagation des oscillations dans ce milieu dépend de la fréquence, chaque sinusoïde élémentaire se décale dans l'intervalle de temps $\Delta\ t$ différemment selon sa fréquence, et le résultat de la composition diffère à l'instant $t+\Delta t$ du résultat à l'instant t. Par conséquent, dans un milieu dispersif une onde complexe (qui peut toujours être représentée par un ensemble d'ondes sinusoïdales de diverses fréquences, phases et amplitudes) change de forme avec le temps.

§ 29. Equation de l'onde

Décrivant un processus ondulatoire, il faut trouver l'amplitude et la phase du mouvement en différents points du milieu, et la variation de ces grandeurs dans le temps. Ce problème peut être résolu si l'on connaît la loi d'oscillation du corps et son interaction avec le milieu. Toutefois, il n'est souvent pas essentiel de savoir par quel corps l'onde a été excitée ; on résout le problème plus simple : on donne l'état du mouvement oscillatoire en certains points du milieu à un instant déterminé, par exemple le front ou la surface d'onde, et on demande de déterminer l'état du mouvement oscillatoire aux autres points du milieu. Ce problème sera examiné au § 31. Nous nous bornerons ici à trouver le lien entre les états du mouvement oscillatoire en différents points du système, dans le cas le plus simple, où l'onde se propageant dans le milieu considéré est plane ou sphérique sinusoïdale.

Supposons que le processus ondulatoire se propage dans le sens positif de l'axe OX, c'est-à-dire des x croissants (fig. I.55). Soit y

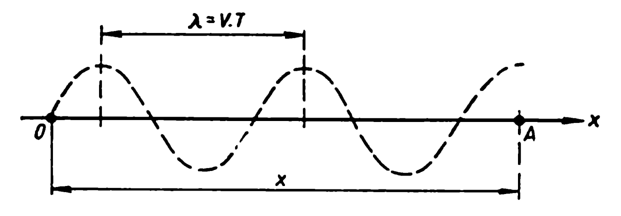


Fig. I. 55.

la grandeur oscillante, elle peut représenter l'élongation des particules du milieu par rapport à leur position d'équilibre, la variation de la pression en un point du milieu, etc. Pour simplifier le raisonnement, supposons l'onde sinusoïdale, c'est-à-dire que la grandeur y en chaque point du milieu soit une fonction harmonique du temps. Supposons l'origine des temps choisie de sorte qu'au point O l'on

ait $y=0$ lorsque $t=0$, c'est-à-dire que $\varphi=0$; alors

$$y=y_0 \sin \omega t, \tag{6.1}$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ étant la fréquence circulaire ou pulsation, T la période, y_0 l'amplitude des oscillations ; ωt, qui détermine la valeur de la grandeur oscillante à chaque instant, est la phase des oscillations au point O. On demande de trouver la phase des oscillations en tout autre point A se trouvant à la distance x de O.

Etant donné que le point A est situé par rapport à O *dans le sens de la propagation de l'onde*, on retrouve à l'instant t en ce point l'état du mouvement oscillatoire qu'on avait $\frac{x}{c}$ secondes avant au point O ; ici c représente la vitesse de propagation de la phase des oscillations suivant OX. Ainsi, la phase des oscillations au point A à l'instant t est égale à la phase des oscillations au point O à l'instant antérieur $t-\frac{x}{c}$, c'est-à-dire à $\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)$.

Par conséquent, la valeur de la grandeur oscillante au point A est à l'instant t :

$$y=y_0 \sin \omega\left(t-\frac{x}{c}\right). \tag{6.2}$$

C'est *l'équation de l'onde* sinusoïdale ; c est appelé sa vitesse de phase.

Supposons maintenant que l'onde se propage dans le sens inverse, c'est-à-dire de A vers O, dans le sens des x décroissants. Alors un état déterminé de l'oscillation, c'est-à-dire la phase au point A a lieu $\tau=\frac{x}{c}$ secondes plus tôt qu'au point O, donc à l'instant considéré la phase au point A est supérieure à la phase O de la quantité $\omega\tau=\omega\frac{x}{c}$.

Si, comme auparavant, on admet que la phase au point O à l'instant t est égale à ωt, la phase sera égale à ce même instant au point A à $\omega t+\omega\tau=\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)$. Par conséquent, l'équation de l'onde sinusoïdale peut être mise sous la forme générale

$$y=y_0 \sin \omega\left(t \mp \frac{x}{c}\right), \tag{6.3}$$

où le signe moins correspond à une onde se propageant vers les x croissants et le signe plus à une onde dans le sens inverse.

Etablissant la formule (6.3), on supposait que l'amplitude des oscillations y_0 ne variait pas pendant la progression de l'onde et que le milieu était homogène (c'est-à-dire que la vitesse de propagation de la phase des oscillations était partout la même). Ces deux conditions signifient que l'on avait une onde plane. Pour une onde sphérique, comme on le montrera au § 26, l'amplitude des oscillations

diminue comme l'inverse de la distance, et l'équation de l'onde s'écrit

$$y=\frac{y_0}{x}\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right). \tag{6.4}$$

La distance λ parcourue par l'onde (c'est-à-dire par une phase d'oscillation déterminée) pendant une période d'oscillation est appelée *longueur d'onde* ; on a évidemment :

$$\lambda=cT=c\frac{2\pi}{\omega}=\frac{c}{\nu}; \qquad c=\frac{\lambda}{T}=\lambda\nu.$$

Dans l'équation de l'onde (6.3) la grandeur oscillante dépend de *deux* variables : x et t. Trouvant la *dérivée* de y par rapport au temps en supposant x constant, cette dérivée *partielle*

$$\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)_{x=Cte}=\frac{\partial y}{\partial t}$$

montre la vitesse de variation de la grandeur oscillante au point considéré du milieu. Quant à la dérivée de y par rapport à x avec t constant :

$$\lim_{\Delta x\to 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_{t=Cte}=\frac{\partial y}{\partial x},$$

elle montre la variation de la grandeur oscillante par unité de distance entre les points du milieu ($\Delta x=x_2-x_1$), c'est-à-dire la « vitesse » de variation de y suivant l'axe OX (en différents points du milieu, mais à l'instant t).

Trouvons les dérivées partielles de la grandeur oscillante y par rapport au temps en considérant x constant :

$$\left.\begin{aligned} v&=\frac{\partial y}{\partial t}=y_0\omega\cos\omega\left(t\mp\frac{x}{c}\right),\\ j&=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-y_0\omega^2\sin\omega\left(t\mp\frac{x}{c}\right)=-\omega^2 y.\end{aligned}\right\} \tag{6.5}$$

Si y est l'élongation des particules pendant les oscillations, v et j seront la vitesse et l'accélération de ces particules oscillantes au point de coordonnée x. Les amplitudes de ces quantités sont liées entre elles :

$$v_0=y_0\omega; \quad j_0=y_0\omega^2=v_0\omega.$$

Les dérivées partielles de y par rapport à x pour t constant sont égales à :

$$\frac{\partial y}{\partial x}=\left(\mp\frac{\omega}{c}\right)y_0\cos\omega\left(t\mp\frac{x}{c}\right),$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}=-y_0\frac{\omega^2}{c^2}\sin\omega\left(t\mp\frac{x}{c}\right)=-\frac{\omega^2}{c^2}y.$$

Par conséquent,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \tag{6.6}$$

C'est l'équation différentielle d'une onde plane progressant le long de l'axe OX ; on l'a déduite de l'équation de l'onde (6.3). Mais on peut faire la conclusion inverse : si une grandeur physique quelconque $y=y\ (x,\ t)$ dépend du temps et d'une coodronnée, de telle sorte que ses dérivées partielles vérifient l'équation (6.6), la grandeur y

se propage dans le milieu sous la forme d'une onde plane (6.3) avec la vitesse

$$c=\sqrt{\frac{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}}$$

et la fréquence d'oscillations

$$\omega=\sqrt{-\frac{1}{y}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}.$$

Lorsque des oscillations élastiques (notamment sonores) se propagent dans un milieu, les particules du milieu accomplissent un mouvement oscillatoire autour de leurs positions d'équilibre. On pourrait décrire le mouvement ondulatoire en s'intéressant aux élongations et aux vitesses des particules. Mais, vu l'agitation moléculaire chaotique des particules, une telle description est incommode. Aussi caractérise-t-on une onde élastique (notamment une onde sonore) par les variations périodiques *de la pression et de la densité*, qui ont lieu lors des compressions et des dilatations successives du milieu. Désignons, par exemple, la pression et la densité de l'air à l'état d'équilibre par p_0 et ρ_0 et leurs valeurs instantanées au point considéré par p et ρ. Décrivant alors une onde sonore dans l'air, on pourra prendre en considération l'excès de pression $\Delta p=p-p_0$ ou l'excès de densité $\Delta\rho=\rho-\rho_0$.

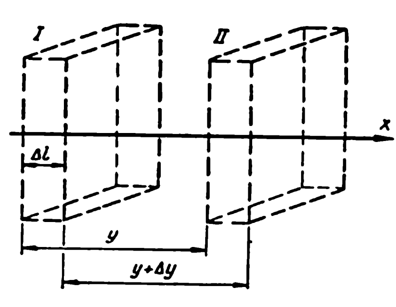


Fig. I. 56.

Voyons dans quelles conditions on peut avoir des ondes harmoniques de la forme (6.3) dans des milieux élastiques. Découpons un élément de surface S dans une couche d'épaisseur Δl suivant la direction de l'axe OX (fig. I.56). Supposons que dans la position *I* l'excès de pression, à gauche soit Δp_1, et à droite $\Delta p_2=\Delta p_1+\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x}\Delta l$; par conséquent, sur l'élément découpé dans le milieu agit une force résultante $\Delta F=S(\Delta p_1-\Delta p_2)=-S\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x}\Delta l$. La masse de cet élément est $\Delta m=\rho S\Delta l$, ρ étant la densité moyenne dans le volume de l'élément. Alors, en vertu de la deuxième loi de la mécanique, l'élément considéré du milieu aura pour accélération :

$$j=\frac{\Delta F}{\Delta m}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x}$$

(le signe moins signifie que si l'excès de pression Δp dans le sens positif de x croît, alors la force ΔF et l'accélération j sont dirigées dans le sens inverse).

L'élongation d'une particule du milieu y dépendant de deux variables : du temps et de la coordonnée, nous écrirons l'accélération de l'élément sous la forme $j=\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$; alors

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\Delta p)}{\partial x}. \qquad (6.7)$$

Si toutes les particules du milieu se trouvant dans cet élément ont la même élongation y, le volume de l'élément ne varie pas, donc la pression p et la densité ρ restent constantes à l'intérieur. La variation du volume de l'élément, quand on passe de la

position I à la position II, peut provenir de ce que une des faces se déplace de y et l'autre de $y+\Delta y$; on prendra Δy proportionnel à l'épaisseur de l'élément ; comme $\frac{\partial y}{\partial x}$ représente la différence de déplacement par unité de longueur le long de l'axe OX, on a :

$$\frac{\Delta y}{\Delta l}=\frac{\partial y}{\partial x}; \quad \Delta y=\frac{\partial y}{\partial x}\Delta l,$$

donc la variation relative de l'élément est :

$$\varepsilon=\frac{S\,(y+\Delta y)-Sy}{S\Delta l}=\frac{\partial y}{\partial x}.$$

La masse du milieu à l'intérieur de l'élément ne variant pas, l'accroissement relatif de la densité est égal à la diminution relative du volume de l'élément et inversement, c'est-à-dire

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=-\varepsilon=-\frac{\partial y}{\partial x}. \tag{6.8}$$

Ainsi, la variation de l'excès de pression Δp dans l'équation (6.7) à l'intérieur de l'élément peut être calculée si l'on connaît le lien entre Δp et ρ ou ε.

Si le milieu est un corps solide, lorsque les déformations sont petites, on peut se servir de la loi de Hooke : $p=\varepsilon E$. La dilatation ou la compression relative de l'élément de volume coïncident (pour une onde plane $S=$Cte) avec la variation relative de son volume ; la tension de compression ou de traction peut être posée égale à la valeur moyenne de Δp à l'intérieur de l'élément ; l'augmentation de Δp étant accompagnée de la diminution du volume, on a :

$$\Delta p=-\varepsilon E=-E\frac{\partial y}{\partial x}; \quad \frac{\partial\,(\Delta p)}{\partial x}=-E\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

Substituant dans la formule (6.7), on obtient l'équation différentielle des ondes planes se propageant dans les solides :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=\frac{E}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

où $\frac{E}{\rho}$ doit être identifié avec le carré de la vitesse de propagation de cette onde :

$$c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}. \tag{6.9}$$

Pour le fer $E\approx 2\cdot 10^{11}$ N/m^2, $\rho=7800$ kg/m^3 et $c\approx 5100$ m/s.

Dans les gaz les processus rapides de compression et de détente sont décrits par l'équation

$$pV^{\gamma}=\text{Cte},$$

(voir deuxième partie, § 10), γ étant une constante égale à 1,4 pour les gaz diatomiques (pour l'air). Il résulte de cette équation :

$$\frac{dp}{p}=-\gamma\frac{dV}{V}=-\gamma\varepsilon.$$

Si la pression excédentaire Δp est petite en comparaison de la pression du gaz p_0, on a :

$$\Delta p\approx -p_0\gamma\varepsilon\,; \quad \frac{\partial\,(\Delta p)}{\partial x}=-p_0\gamma\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=-p_0\gamma\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}.$$

Substituant dans la formule (6.7), on obtient de nouveau l'équation différentielle de

l'onde plane (6.6), la vitesse de propagation étant (en posant $\rho \approx \rho_0$)

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}. \qquad (6.10)$$

Ainsi, l'équation différentielle de l'onde plane et les formules des vitesses de propagation (6.9) et (6.10) ont été établies dans l'hypothèse que les excès de pression Δp et de densité $\Delta\rho$ sont petits. Trouvons les variations de ces quantités dans le temps ; de (6.8) et (6.3) on déduit pour n'importe quel milieu :

$$\Delta\rho \approx -\rho_0 \frac{\partial y}{\partial x} = \rho_0 y_0 \frac{\omega}{c} \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) = \Delta\rho_0 \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right). \qquad (6.11)$$

L'amplitude des oscillations de la densité du milieu dans l'onde est égale à

$$\Delta\rho_0 = \rho_0 y_0 \frac{\omega}{c} = \frac{\rho_0 v_0}{c}.$$

On obtient également pour les oscillations de la pression Δp des formules identiques pour tous les milieux :

$$\Delta p \approx \Delta p_0 \cos\omega\left(t - \frac{x}{c}\right); \quad \Delta p_0 = \rho_0 c v_0 \qquad (6.12)$$

Ainsi, Δp et $\Delta\rho$ sont proportionnels non pas à l'élongation des particules du milieu y mais à leurs vitesses v.

On peut déduire de (6.11) et (6.12) l'expression générale de la vitesse de propagation de l'onde plane dans un milieu élastique :

$$c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta\rho}} \quad \text{ou} \quad c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}.$$

§ 30. Flux d'énergie dans les processus ondulatoires

Le processus de propagation d'une onde dans une direction quelconque d'un milieu s'opère avec transfert d'énergie des oscillations dans cette direction. Soit S une partie du front d'onde à l'instant t (fig. I.57). Au bout de l'intervalle de temps Δt le front de l'onde se déplace de $\Delta l = c \cdot \Delta t$ et les particules du milieu comprises dans le volume $S\Delta l$ sont mises en mouvement oscillatoire. Désignons par w l'énergie des oscillations des particules du milieu, contenues dans l'unité du volume ; supposons que le volume $S \cdot \Delta l$ soit assez petit et donc que l'énergie w soit constante partout dans ce volume. On peut affirmer que dans le temps Δt le milieu contenu dans le volume $S \cdot \Delta l$ a reçu à travers la surface S l'énergie $wS\Delta l$. Par conséquent, l'énergie qui a traversé la surface S pendant l'unité de temps est

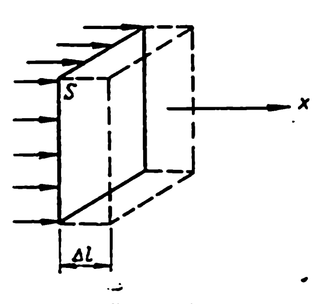


Fig. I. 57.

$$P = \frac{wS\Delta l}{\Delta t} = wSc.$$

La grandeur P est appelée *flux d'énergie de l'onde dans l'unité de temps à travers la surface* S (on oriente S perpendiculairement à la direction de la propagation de l'onde). On appelle *densité* du flux d'énergie l'énergie traversant l'unité de surface pendant l'unité de temps perpendiculairement à la direction de la propagation de l'onde :

$$I = \frac{P}{S} = wc. \tag{6.13}$$

La vitesse de propagation de l'onde c étant un vecteur, il en résulte que la densité du flux d'énergie sera aussi un vecteur (vecteur d'Oumov).

Dans l'onde sphérique produite par une source ponctuelle d'oscillations, la densité du flux d'énergie décroît comme l'inverse du carré de la distance à la source d'oscillations. Pour le démontrer, supposons que la source d'oscillations communique chaque seconde au milieu ambiant la même énergie W. Cette énergie est uniformément répartie sur la surface sphérique du front d'onde d'aire $S = 4\pi R^2$, et il passe à travers l'unité d'aire de cette surface dans l'unité de temps l'énergie $I = \frac{W}{4\pi R^2}$, c'est-à-dire que I est proportionnelle à $\frac{1}{R^2}$. Cette relation, ainsi que la formule (6.13), n'est valable que s'il n'y a pas dans le milieu transformation de l'énergie d'oscillation en d'autres formes d'énergie, par exemple en chaleur.

Etablissons la formule donnant w. Considérons un élément de volume du milieu dont les dimensions sont suffisamment petites par rapport à la longueur d'onde λ pour que les phases et les amplitudes des oscillations de toutes les particules puissent être considérées comme identiques dans cet élément. Soit m la masse d'une particule, et n le nombre de particules dans l'unité de volume. Alors l'énergie totale des oscillations (la somme des énergies cinétique et potentielle) des particules contenues dans l'unité de volume sera égale, en vertu de (5.18), à

$$w = n\frac{mv_0^2}{2} = \frac{\rho v_0^2}{2} = \frac{1}{2}\rho y_0^2\omega^2 ; \tag{6.14}$$

$$I = \frac{1}{2}\rho c y_0^2\omega^2 = \frac{1}{2}\rho c v_0^2,$$

$\rho = mn$ étant la densité du milieu, y_0 l'amplitude, des oscillations, $v = y_0\omega$ l'amplitude de la vitesse, ω la pulsation des osillations des particules du milieu. Pour une onde sphérique la densité du flux d'énergie décroît comme l'inverse du carré de la distance au centre oscillant, donc l'amplitude des oscillations y_0 décroît comme l'inverse de la distance à ce point.

Notons que, en vertu de (6.11), (6.12) et (6.5), les maxima des pressions et densités excédentaires dans l'onde coïncident, non pas avec les maxima des élongations y, mais avec les maxima des *vitesses* des particules du milieu $v = \frac{\partial y}{\partial t}$. Donc l'énergie potentielle des

régions comprimées et dilatées du milieu varient en phase avec l'énergie cinétique des particules oscillantes du milieu, c'est-à-dire que le long de l'onde ces deux formes d'énergie (potentielle et cinétique) deviennent simultanément maxima et minima.

Pendant la propagation d'une onde dans un milieu il y a *absorption* d'énergie, c'est-à-dire transformation de l'énergie mécanique des oscillations en agitation moléculaire chaotique (thermique) des particules du milieu. Supposant que dans une couche d'épaisseur dx la quantité d'énergie dI absorbée par l'unité d'aire est proportionnelle à I et à l'épaisseur de la couche, on obtient

$$dI = -\beta I\, dx; \quad I = I_0 e^{-\beta x}. \tag{6.15}$$

La quantité β est le coefficient d'absorption de l'énergie de l'onde dans le milieu donné. L'énergie de l'onde étant proportionnelle au carré de l'amplitude (de l'élongation, de la vitesse, de la pression ou de la densité excédentaire), en traversant les couches du milieu d'épaisseur x ces amplitudes iront en décroissant suivant la loi :

$$y_{0x} = y_0 e^{-\alpha x}; \quad \Delta p = \Delta p_0 e^{-\alpha x}.$$

La quantité α $\left(=\frac{\beta}{2}\right)$ est appelée coefficient d'amortissement des oscillations dans le milieu. Pour l'air et certains autres gaz α est proportionnel au carré de la fréquence des oscillations : $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-11} \nu^2$ s^2/m, pour l'eau (jusqu'à $\nu = 10^6$ Hz) $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-14}$ ν^2 s^2/m, c'est-à-dire qu'il est près de 700 fois plus petit que dans l'air. Par exemple, l'amplitude des oscillations ultrasonores de fréquence $\nu = 10^6 Hz$ décroît de $e = 2{,}718$ fois dans l'air à la distance de $\frac{1}{\alpha} = 0{,}05$ m, et d'autant dans l'eau à la distance de 33,4 m. Ceci explique le grand usage des ondes sonores et ultrasonores pour l'exploration des mers ; la détection sous-marine, etc.

§ 31. Principe de Huyghens ; interférence et diffraction des ondes. Réflexion et réfraction des ondes

Dans l'étude des processus ondulatoires sous la forme la plus générale on se pose le problème suivant : on a un corps oscillant de forme et de dimensions données et l'on connaît l'amplitude, les phases et les directions des oscillations de tous les points ; on suppose connues les propriétés du milieu en chaque point et dans toutes les directions ; on demande de déterminer la forme et la disposition du front d'onde ou de la surface d'onde dans le milieu à tout instant, ainsi que les amplitudes des oscillations en différents points de ces surfaces. Pour cela, on considère d'abord l'interaction du corps oscillant et du milieu, et on détermine le front de l'onde au voisinage immédiat de ce corps. La propagation de l'onde est ensuite déterminée par le principe de Huyghens et le principe de superposition.

Le premier principe repose sur le fait que tous les points du front d'onde envisagé à un certain instant t_0 peuvent être considérés comme des sources indépendantes d'ondes qui commencent à émettre à l'instant t_0. Ces ondes sont dites élémentaires (parfois secondaires) ; elles peuvent être sphériques (si le milieu est isotrope), ellipsoïdales ou autres selon les propriétés du milieu.

Le principe de Huyghens stipule que pour trouver le front d'onde à l'instant voisin $t=t_0+\Delta t$ il faut construire les fronts de toutes les ondes élémentaires pendant le temps Δt et mener leur enveloppe. Cette enveloppe est le lieu géométrique des points atteints par l'onde à l'instant t. Par conséquent, le principe de Huyghens permet de déterminer d'une manière purement géométrique le front d'onde aux instants ultérieurs à t_0, connaissant sa disposition à cet instant.

Le principe de superposition permet de déterminer l'intensité du mouvement oscillatoire (l'amplitude des oscillations) en différents points du nouveau front d'onde, lorsqu'elle était connue en tous les points du front d'onde correspondant à l'instant t_0.

Le contenu de ce principe est le suivant. Soit S le front d'onde (ou la surface d'onde) à l'instant t_0, et S' le front d'onde à l'instant $t=t+\Delta t$ (fig. I.58). Remplaçons chaque point M de la surface S par une source ponctuelle d'ondes élémentaires ; ces ondes sont sphériques si le milieu est homogène et isotrope. Les phases des oscillations aux points M_1, M_2, ... sont identiques mais les amplitudes peuvent être différentes ; habituellement, pour simplifier les raisonnements, on considère une surface S dont tous les points oscillent avec la même amplitude. A l'instant t les ondes élémentaires issues des points M_1, M_2, etc. atteignent le point A sur la surface S', et les phases et amplitudes des oscillations de ces ondes élémentaires au point A dépendent des distances r_1, r_2, ..., en vertu de la formule de l'onde sphérique (6.4). Le principe de superposition stipule qu'on peut trouver l'amplitude des oscillations au point A en composant toutes les oscillations engendrées en ce point par les ondes élémentaires issues de la surface S. On suppose alors d'ordinaire que les oscillations dans le milieu sont *linéaires*, aussi l'élongation résultante y à partir de la position d'équilibre est-elle égale à la somme des élongations $y_1+y_2+\ldots$ de chaque onde élémentaire.

Fig. I. 58.

La superposition d'oscillations en divers points d'un milieu dues à plusieurs ondes est appelée *interférence* de ces ondes. L'oscillation résultante en chaque point dépend, en vertu du § 26 chap. V, de la fréquence, de l'amplitude, de la phase et de la direction des oscillations de chaque onde. Notamment, si les ondes ont même fréquence et si elles atteignent

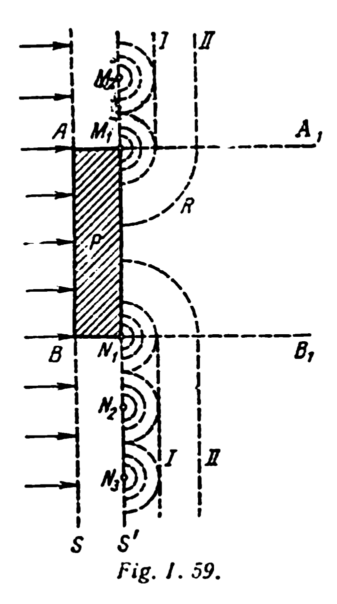


Fig. I. 59.

le point considéré du milieu avec une différence de phase constante (ne variant pas dans le temps), elles sont dites *cohérentes*. Les corps oscillants produisant dans un milieu des ondes cohérentes sont appelées sources cohérentes. Ainsi, les points M_1, M_2, ... de la surface S oscillent avec les mêmes fréquences et phases, et les ondes qui y prennent naissance arrivent au point A avec des déphasages dépendant uniquement des distances r_1, r_2, ... et ne variant pas dans le temps ; il en résulte que tous les points de la surface d'onde sont des sources cohérentes et les ondes élémentaires qu'ils rayonnent des ondes cohérentes.

Le principe de Huyghens et le principe de superposition permettent de résoudre un certain nombre de problèmes importants sur la propagation des ondes dans un milieu inhomogène et anisotrope. Notamment, considérons la propagation d'une onde dans un milieu contenant des corps faisant obstacle au passage de cette onde, l'absorbant ou la réfléchissant. Supposons qu'une onde plane S ayant une seule et même amplitude en tous ses points tombe sur un corps P « opaque » pour cette onde, arrêtant l'élément AB de cette onde. Appliquons le principe de Huyghens à l'instant où le front d'onde se trouve en S' (fig. I.59). Construisant les fronts d'ondes élémentaires issues des points M_1, M_2, ..., N_1, N_2 ... et menant les enveloppes *I*, *II*, etc., on remarque que le front d'onde pénètre dans la région R dite « région d'ombre géométrique » (il résulte de considérations géométriques que l'onde découpée par le corps ne doit pas traverser cette région).

Cette pénétration de l'onde dans la région d'ombre géométrique est appelée *diffraction* de l'onde. Appliquant le principe de superposition, on peut établir que le long du nouveau front d'onde *I* ou *II* l'amplitude des oscillations (ou la densité du flux d'énergie) n'est déjà plus partout la même, comme cela était pour le front d'onde S. Un tel problème est examiné en détail en optique pour les ondes lumineuses ; indiquons ici que pendant la diffraction d'une onde il y a une certaine redis-

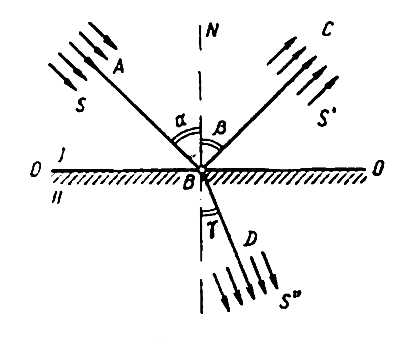


Fig. I. 60.

tribution de l'énergie dans le voisinage du front d'onde, et que cette redistribution est particulièrement appréciable au voisinage des corps opaques.

Le principe de Huyghens explique également les lois de réflexion et de réfraction des ondes à la surface de séparation de deux milieux. Les constructions correspondantes pour les ondes lumineuses sont données en optique ; elles subsistent également lorsqu'on considère d'autres ondes élastiques dans des milieux mécaniques. Envisageons une onde *plane* S tombant sur la surface plane de séparation $O—O$ de deux milieux homogènes et isotropes I et II, dans lesquels les vitesses de propagation des oscillations sont respectivement c_1 et c_2, et soit α l'angle entre la normale AB au front de cette onde et la normale N à la surface de séparation (fig. I.60). Alors, conformément à l'expérience, la construction de Huyghens conduit aux résultats suivants:

1) la normale BC au front S' de l'onde réfléchie forme avec N un angle β égal à α ;

2) la normale BD au front de l'onde réfractée forme avec N un angle γ déterminé par la relation

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=\frac{c_1}{c_2}.$$

Indiquons que lorsqu'une onde passe d'un milieu dans un autre, la fréquence des oscillations ν est conservée et que la longueur d'onde dépend de la vitesse de propagation :

$$\lambda_1=\frac{c_1}{\nu}; \quad \lambda_2=\frac{c_2}{\nu}; \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{c_1}{c_2}.$$

§ 32. Ondes stationnaires

Considérons l'interférence de deux ondes planes sinusoïdales de même amplitude et de même fréquence progressant en sens inverses. Pour simplifier le raisonnement, supposons que les équations de ces ondes s'écrivent :

$$y_1=y_0\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right); \quad y_2=y_0\sin\omega\left(t+\frac{x}{c}\right). \qquad (6.15)$$

Cela signifie qu'à l'instant t les deux ondes oscillent en phase à l'origine des coordonnées O ($x=0$). Au point A de coordonnée x la grandeur oscillante résultante est, en vertu du principe de superposition (cf. § 25),

$$y=y_1+y_2=2y_0\cos\omega\frac{x}{c}\sin\omega t. \qquad (6.16)$$

Cette équation montre que pendant l'interférence de deux ondes courant en sens inverse, on observe en chaque point de coordonnée x un mouvement oscillatoire harmonique de même pulsation ω, mais d'amplitude

$$Y_0=2y_0\cos\omega\frac{x}{c}=2y_0\cos 2\pi\frac{x}{\lambda},$$

dépendant de la coordonnée x ; les points du milieu où $\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}=0$ n'oscillent pas : $y=0$; ces points sont appelés les « nœuds des oscillations ». L'amplitude atteint son maximum $2y_0$ aux points où $\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}=\pm 1$. Ces points sont les « ventres des oscillations ». Il est facile de montrer que la distance entre deux nœuds ou deux ventres consécutifs est égale à $\frac{\lambda}{2}$; la distance entre un ventre et un nœud voisin est égale à $\frac{\lambda}{4}$. Lorsqu'on ajoute $\frac{\lambda}{2}$ à x, le cosinus dans la formule (6.16) change de signe (car la quantité sous le cos augmente de π). Par conséquent, si dans une demi-onde (alternance) — entre deux nœuds consécutifs — les points se meuvent dans un sens, les points de l'alternance voisine se mouvront dans le sens inverse.

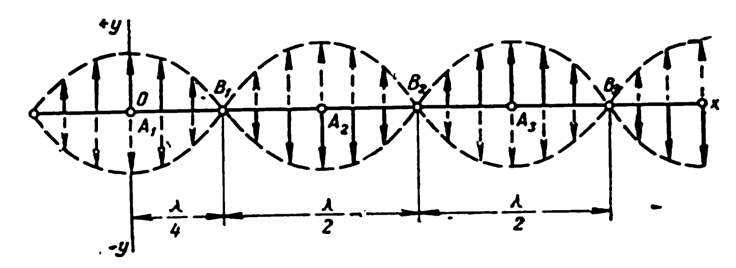


Fig. I.61.

Le processus ondulatoire dans un milieu représenté par la formule (6.16) est appelé *onde stationnaire*. Graphiquement une onde stationnaire peut être représentée comme sur la fig. I.61. Soit y l'élongation d'un point à partir de sa position d'équilibre ; alors la formule (6.16) décrit l'onde stationnaire de l'élongation. A l'instant où $\sin \omega t=1$ les élongations de tous les points sont maxima et dirigées dans un sens ou dans l'autre suivant le signe de $\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$ correspondant au point x considéré. Ces élongations sont indiquées sur la fig. I.61 par des flèches pleines. Au bout d'un quart de période, lorsque $\sin \omega t=0$, toutes les élongations des points du milieu sont nulles ; les particules du milieu traversent la droite Ox avec différentes vitesses. Dans un autre quart de période, lorsque $\sin \omega t=-1$, les élongations des particules sont encore une fois maxima mais en sens inverse ; ces élongations ont été indiquées sur la fig. I.61 par des flèches pointillées. Les points A_1, A_2, ... correspondent aux ventres de l'onde stationnaire ; les points B_1, B_2, ... sont les nœuds de cette onde.

Les particularités caractéristiques d'une onde stationnaire, contrairement à une onde courante ordinaire, sont les suivantes (on envisage des ondes planes non amorties) :

1) dans une onde stationnaire les amplitudes des oscillations sont différentes en différents lieux du système ; le système possède des nœuds et des ventres. Dans une onde courante l'amplitude est partout la même ;

2) tous les points compris entre deux nœuds consécutifs d'une onde stationnaire oscillent avec la *même phase* ; la phase est inversée lorsqu'on passe à la région comprise entre un de ces nœuds et le nœud suivant. Dans une onde courante, en vertu de (6.16), les phases des oscillations dépendent de la coordonnée ;

3) dans une onde stationnaire il n'y a pas transfert *unilatéral* d'énergie comme dans une onde courante.

Décrivant des processus oscillatoires dans des systèmes élastiques, on peut prendre pour grandeur oscillante y non seulement l'élongation ou les vitesses des particules du système, mais encore la grandeur de la déformation relative ou la grandeur de la tension de compression, de traction ou de glissement, etc. Alors, dans une onde stationnaire, aux endroits où se forment les ventres des vitesses des particules se trouvent les nœuds des déformations, et inversement, les nœuds des vitesses coïncident avec les ventres des déformations. La transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle, et vice versa, s'opère dans les limites comprises entre un ventre et le nœud voisin. On peut considérer que chaque secteur de ce genre n'échange pas d'énergie avec les secteurs voisins. Notons que la transformation de l'énergie cinétique des particules du milieu en énergie potentielle de déformation a lieu deux fois par période.

Ci-dessus, considérant l'interférence d'une onde directe et d'une onde inverse (6.16), nous avons laissé de côté la nature de ces ondes. Supposons maintenant que le milieu dans lequel se propagent les oscillations ait des dimensions finies, que, par exemple, les oscillations aient lieu dans un corps continu — dans une tige ou dans une corde, dans une colonne de liquide ou de gaz, etc. L'onde qui se propage dans un tel milieu (corps) est réfléchie par les frontières, et ce corps est le siège d'interférences d'ondes issues d'une source extérieure et réfléchies par les frontières.

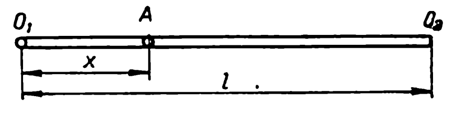


Fig. I. 62.

Considérons un exemple très simple ; supposons que l'on excite au point O_1 (fig. I.62) d'une verge ou d'une corde un mouvement oscillatoire sinusoïdal de pulsation ω ; choisissons l'origine du temps de sorte que l'élongation en ce point s'exprime par la formule

$$y = y_0 \sin \omega t,$$

y_0 étant l'amplitude des oscillations au point O_1 ; l'onde produite dans la tige est réfléchie par l'autre extrémité O_2, et court en sens

inverse. Trouvons le résultat de l'interférence des ondes directe et inverse en un point A de la tige de coordonnée x. Pour simplifier le raisonnement, supposons qu'il n'y ait pas dans la tige dissipation d'énergie d'oscillation, les amplitudes de l'onde incidente et de l'onde réfléchie étant alors égales. A l'instant t, lorsqu'au point O_1 l'élongation est égale à y, au point A l'élongation y_1 résultant de l'onde incidente s'écrit, conformément à l'équation de l'onde,

$$y_1 = y_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c}\right).$$

Pour trouver l'élongation y_2 au point A de l'onde réfléchie (au même instant t), il faut calculer le temps Δt pendant lequel l'onde parcourt le chemin de O_1 à O_2 et inversement jusqu'au point A. Etant donné que $O_1O_2 + O_2A = l + (l - x) = 2l - x$, et que $\Delta t = \frac{2l - x}{c}$, l'élongation provoquée au point A par l'onde réfléchie sera égale à

$$y_2 = y_0 \sin \omega \left(t - \frac{2l - x}{c}\right).$$

On a supposé alors qu'à l'extrémité réfléchissante de la tige il n'y avait pas de variation discontinue de la phase d'oscillation ; dans certains cas un tel saut de phase (appelé « perte de phase ») a effectivement lieu et doit être pris en considération.

La composition des oscillations en divers points de l'onde incidente et de l'onde réfléchie donne une onde stationnaire :

$$y = y_1 + y_2 = 2y_0 \cos \omega \frac{l - x}{c} \sin \omega \left(t - \frac{l}{c}\right) =$$
$$= y_{0x} \sin (\omega t - \varphi), \tag{6.17}$$

où $\varphi = \omega \frac{l}{c} = 2\pi \frac{l}{\lambda}$ est une certaine phase constante ne dépendant pas de x et la quantité

$$y_{0x} = 2y_0 \cos \omega \frac{l - x}{c} = 2y_0 \cos 2\pi \frac{l - x}{\lambda} \tag{6.18}$$

l'amplitude des oscillations au point A ; elle dépend de la coordonnée x, c'est-à-dire qu'elle est différente en divers points de la tige.

Trouvons les coordonnées des points de la tige où se forment les nœuds $\left(\cos 2\pi \frac{l - x}{\lambda} = 0\right)$ et les ventres $\left(\cos 2\pi \frac{l - x}{\lambda} = 1\right)$ de l'onde stationnaire. Le cosinus prend les valeurs 0 et 1 lorsque la quantité sur laquelle elle porte est un multiple de $\frac{\pi}{2}$:

$$2\pi \frac{l - x}{\lambda} = k \frac{\pi}{2}; \quad x = l - k \frac{\lambda}{4}, \tag{6.19}$$

où k est un entier. Lorsqu'il est impair, le cosinus s'annule et la formule (6.19) donne les coordonnées des nœuds de l'onde stationnaire ; lorsqu'il est pair, on obtient les coordonnées des ventres.

Ci-dessus nous avons considéré seulement la composition de deux ondes : d'une onde incidente se dirigeant de O_1 vers O_2 et de l'onde réfléchie correspondante se dirigeant de O_2 vers O_1. Toutefois, il faut prendre en considération que l'onde réfléchie subit une nouvelle réflexion à la limite O_1 de la tige, et court de nouveau dans le sens de la première onde incidente. Les réflexions de ce genre aux extrémités de la tige sont nombreuses et l'on doit chercher l'interférence non pas de 2 ondes mais de toutes les ondes courant simultanément dans la tige.

Supposons que la source extérieure d'oscillations ait produit dans la tige des ondes pendant un certain laps de temps τ, puis qu'il n'y ait plus eu d'apport d'énergie d'oscillation de l'extérieur. Il y a eu en ce laps de temps dans la tige $N=\tau:\frac{l}{c}$ réflexions ($\frac{l}{c}$ est le temps pendant lequel l'onde parcourt la tige de bout en bout), et il existera donc simultanément dans la tige $\frac{N}{2}$ ondes incidentes et $\frac{N}{2}$ ondes réfléchies.

Supposons que par suite de l'interférence des deux ondes (incidente et réfléchie) l'élongation au point A soit égale à y.

Trouvons la condition pour laquelle toutes les élongations y provenant de chaque couple d'ondes ont au point A *le même* sens et donc s'ajoutent. Pour cela, les phases des oscillations dues à chaque couple d'ondes au point A doivent se distinguer d'un multiple de 2π de la phase des oscillations dues au couple d'ondes suivant. Mais chaque onde ne repasse au point A dans le même sens qu'au bout du temps $\frac{2l}{c}$, c'est-à-dire qu'elle est déphasée en arrière de $\omega\frac{2l}{c}=4\pi\frac{l}{\lambda}$; ; écrivant que ce retard de phase est égal à $2\pi n$, on obtient :

$$4\pi\frac{l}{\lambda}=n\cdot 2\pi\,; \quad l=n\frac{\lambda}{2}, \tag{6.20}$$

c'est-à-dire que la tige doit contenir un nombre entier de demi-ondes. Indiquons que dans ces conditions les phases de toutes les ondes allant de O_1 dans le sens direct diffèrent les unes des autres d'un multiple de $2\pi\, n$, où n—un entier ; de la même manière, les phases de toutes les ondes allant de O_2 dans le sens inverse diffèrent aussi l'une de l'autre d'un multiple de $2\pi\, n$. Dès lors, si un couple d'ondes (incidente et réfléchie) donne le long de la tige une distribution des élongations conforme à la formule (6.17), cette distribution des élongations ne varie pas lorsqu'il y a interférence de $\frac{N}{2}$ couples de telles ondes ; seules les amplitudes des oscillations sont modifiées. Si l'amplitude maximum des oscillations pendant l'interférence de deux ondes est égale, d'après (6.18), à $2y_0$, elle sera plus grande quand il y aura plus d'ondes. Soit Y_0 cette amplitude ; alors la distribution de l'amplitude des oscillations le long de la tige sera représentée au lieu de (6.18) par

la formule

$$y_{0x} = Y_0 \cos 2\pi \frac{l-x}{\lambda}. \qquad (6.21)$$

Il résulte de (6.19) et (6.20) que

$$x = l - k\frac{\lambda}{4} = n\frac{\lambda}{2} - k\frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{4}(2n-k), \qquad (6.22)$$

n étant un entier ($n=1, 2, 3, \ldots$). On déduit les coordonnées des nœuds de l'onde stationnaire de cette formule en posant $k=1, 3, 5, \ldots$; on a alors, selon la longueur de la tige,

$$x = \frac{\lambda}{4},\ 3\frac{\lambda}{4},\ 5\frac{\lambda}{4},\ \text{etc.};$$

les coordonnées des ventres s'obtiennent en posant $k=0, 2, 4, \ldots$

$$x = 0,\ \frac{\lambda}{2},\ \lambda,\ \frac{3\lambda}{2},\ 2\lambda,\ \frac{5\lambda}{2},\ 3\lambda,\ \text{etc.}$$

On a représenté sur la fig. I.63 une onde stationnaire dans une tige de longueur $l=3\frac{\lambda}{2}$; les points A_1, A_2, A_3 correspondent aux ventres, les points B_1, B_2, B_3, aux nœuds de cette onde stationnaire.

On a déjà montré au chapitre V qu'en l'absence d'actions périodiques extérieures le caractère des mouvements oscillatoires dans un système et la fréquence des oscillations, grandeur fondamentale, sont déterminés par les dimensions et les propriétés physiques du système. Tout système oscillant possède son propre mouvement

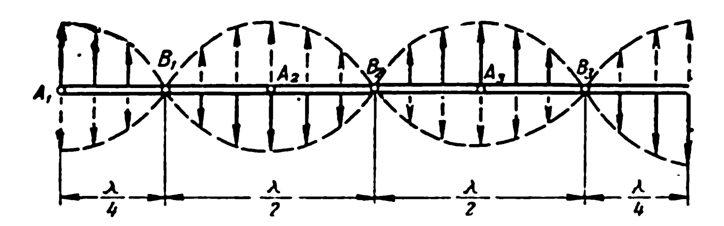


Fig. I. 63.

oscillatoire, qu'on peut observer en écartant le système de sa position d'équilibre et en l'abandonnant à lui-même. Nous avons envisagé au chapitre V essentiellement des systèmes oscillants à paramètres *concentrés*, dans lesquels certains corps (ponctuels) étaient doués de masse inerte et d'autres corps (des ressorts) de propriétés élastiques. A l'encontre de ces systèmes, les systèmes oscillants dans lesquels la masse et l'élasticité caractérisent chaque volume élémentaire sont dits systèmes à paramètres *répartis*. Telles sont les tiges, les cordes, ainsi que les colonnes de liquide ou de gaz. Les oscillations propres de ces systèmes sont des ondes stationnaires ; la caracté-

ristique fondamentale de ces ondes — la longueur d'onde ou la distribution des nœuds et des ventres ainsi que la fréquence des oscillations — est déterminée uniquement par les dimensions et les propriétés du système. Les ondes stationnaires peuvent aussi exister dans un système en dehors de toute action extérieure (périodique) ; cette action n'est nécessaire que pour susciter ou entretenir dans le système des ondes stationnaires, ou bien pour changer l'amplitude des oscillations. Notamment, si l'action extérieure sur un système à paramètres répartis s'exerce avec une fréquence égale à la fréquence des oscillations propres de ce système — celle de l'onde stationnaire,— on a alors le phénomène de *résonance* examiné au chapitre V.

Revenant encore à notre tige ou à notre corde, notons que pour une longueur donnée l elles peuvent être parcourues simultanément par des ondes stationnaires de diverses fréquences. En effet, la condition $l=n\frac{\lambda}{2}$ peut être observée pour un certain ensemble de longueurs d'onde :

$$l=n_1\frac{\lambda_1}{2}=n_2\frac{\lambda_2}{2}=n_3\frac{\lambda_3}{2}=\ldots,$$

n_1, n_2, ... étant des entiers. Il est évident que ces longueurs d'onde λ_1, λ_2, ... caractéristiques pour ce système doivent être entre elles des *multiples* : si $n_1=1$, $n_2=2$, $n=3$, ... , alors $\lambda_2=\lambda_1\frac{n_1}{n_2}=\frac{1}{2}\lambda_1$, $\lambda_3=\lambda_1\frac{n_1}{n_3}=\frac{1}{3}\lambda_1$, etc. Il correspond à chacune de ces longueurs d'onde une fréquence d'oscillation déterminée :

$$\omega_1=2\pi\frac{c}{\lambda_1};\ \omega_2=2\pi\frac{c}{\lambda_2}=2\omega_1;\quad \omega_3=2\pi\frac{c}{\lambda_3}=3\omega_1,\ \text{etc.}$$

On suppose ici que la matière de la tige (c'est-à-dire le milieu oscillant) n'est pas dispersive, c'est-à-dire que la vitesse de propagation c de l'onde est la même pour toutes les fréquences.

Par conséquent, pour les systèmes à paramètres répartis les oscillations propres — ondes stationnaires — sont caractérisées par tout un *spectre* de fréquences multiples entre elles. La plus petite de ces fréquences, correspondant à la plus grande longueur d'onde $\left(n=1,\quad \lambda_1=2l,\quad \omega_1=\pi\frac{c}{l}\right)$, est la fréquence *fondamentale* ; les autres ($n=2$, $\omega_2=2\omega_1$; $n=3$, $\omega_3=3\omega_1$, etc.) sont les *harmoniques*. Tout système est caractérisé non seulement par son spectre d'oscillations, mais encore par une distribution déterminée de l'énergie entre les oscillations de différentes fréquences. En ce qui concerne les instruments de musique, cette distribution confère aux sons une particularité spécifique appelée leur timbre, qui varie selon l'instrument.

Les calculs exposés ci-dessus concernent une tige de longueur l effectuant des oscillations *libres*. Cependant, on considère habituel-

lement des tiges fixées à une ou deux extrémités (par exemple une corde vibrante), ou bien encore maintenues en un ou plusieurs points. Les points de fixation, où les particules du système ne peuvent osciller, sont des nœuds *forcés*. Ainsi, si l'on veut avoir dans une tige des ondes stationnaires, cette tige étant fixée en un, deux, trois points

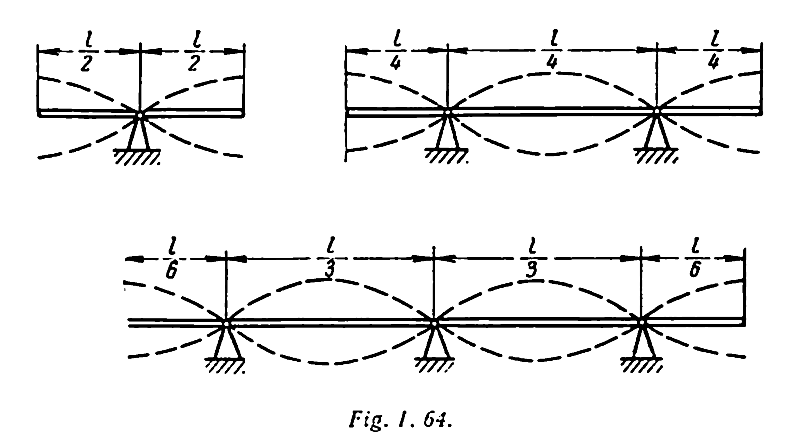


Fig. I. 64.

et plus, ces points ne peuvent être arbitraires, ils doivent coïncider avec les nœuds de l'onde stationnaire dans la tige. Ceci est illustré par la fig. I.64, où l'on a représenté en pointillé les élongations des points de la tige ; on a toujours des ventres aux extrémités libres et des nœuds aux extrémités fixes. Pour les colonnes d'air en vibration dans les tubes les nœuds des élongations (et des vitesses) se forment sur les parois réfléchissantes ; aux ouvertures, on a toujours des ventres pour les élongations et les vitesses.

§ 33. Oscillations et ondes sonores

Les oscillations sonores perçues par l'oreille humaine ont des fréquences comprises entre 20 et 20 000 Hertz (*Hz*) ; les fréquences inférieures à 20 *Hz* sont appelées *infra-sons* et celles supérieures à 20 000 *Hz ultra-sons*.

Lorsqu'une onde sonore harmonique se propage dans l'air, l'*excès* de pression $\Delta p = p - p_0$ ou de densité $\Delta\rho = \rho - \rho_0$ est donné, en vertu de (6.11) et (6.12), par les formules

$$\Delta p = \Delta p_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right); \quad \Delta\rho = \Delta\rho_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right), \quad (6.23)$$

(si Δp et $\Delta\rho$ sont petits par rapport à p et ρ). La pression excédentaire Δp est parfois appelée simplement « pression sonore » (ne pas confondre avec la pression du son sur un obstacle) et Δp_0 l'amplitude de l'onde sonore.

On appelle *intensité* d'une onde sonore la quantité d'énergie transportée par l'onde sonore en l'unité de temps à travers l'unité de surface orientée perpendiculairement à la direction de la propagation ; d'après (6.13), (6.14) et (6.12), l'intensité du son est égale à :

$$I=\frac{1}{2}\rho c v_0^2=\frac{\Delta p_0^2}{2\rho c} \tag{6.24}$$

Les amplitudes de l'élongation, de la vitesse et de l'accélération des particules du milieu oscillant dans une onde sonore ainsi que $\Delta\rho_0$ peuvent être exprimées en fonction de l'intensité du son :

$$\left.\begin{aligned} &y_0=\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; \quad v_0=\sqrt{\frac{2I}{\rho c}}; \quad j_0=\omega\sqrt{\frac{2I}{\rho c}};\\ &\Delta\rho_0=\frac{\Delta p_0}{c^2}. \end{aligned}\right\} \tag{6.25}$$

L'intensité du son s'exprime aussi en fonction de la pression sonore *efficace* $\Delta p_{eff}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Delta p_0$:

$$I=\frac{\Delta p_{eff}^2}{\rho c}. \tag{6.26}$$

Le produit de la vitesse du son dans un milieu par la densité de ce milieu est une importante caractéristique acoustique du milieu, qu'on appelle *résistance acoustique spécifique*. Cette grandeur entre dans toutes les formules importantes d'acoustique. Ainsi, lorsqu'un son tombe normalement sur la surface de séparation de deux milieux, le coefficient k montrant quelle est la fraction de l'énergie sonore réfléchie par cette surface est égal à

$$k=\left(\frac{\rho_1 c_1-\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1+\rho_2 c_2}\right)^2.$$

Pour l'air dans les conditions normales $\rho c \approx 430$ *kg/m²s*, pour l'eau $\rho c \approx 145\cdot 10^4$ *kg/m²s*, aussi le coefficient de réflexion du son à la surface entre l'eau et l'air est-il d'environ 99,9%. Dans un milieu inhomogène, par exemple dans l'atmosphère, qui est constituée d'un grand nombre de couches de différentes résistances acoustiques, le son est partiellement réfléchi par la surface de séparation de chacune de ces couches et rapidement diffusé. Dans une atmosphère homogène le son est moins diffusé et on peut l'entendre très loin. La résistance acoustique des solides est plus grande : pour le fer il est égal à $40\cdot 10^6$ et pour le quartz à $15\cdot 10^6$ *kg/m²s*.

D'après (6.24), l'intensité du son pour une amplitude donnée Δp_0 est inversement proportionnelle à la résistance acoustique du

milieu, et l'amplitude de l'onde sonore Δp_0 pour une intensité sonore donnée est proportionnelle à la résistance acoustique.

Lorsque le son passe d'un milieu dans un autre, sa *fréquence* ν ne varie pas, mais la longueur d'onde varie proportionnellement à la vitesse de propagation

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{c_1}{c_2}. \tag{6.27}$$

Ainsi, soit une onde sonore de fréquence $\nu=1000$ *Hz* passant de l'air dans l'eau ; sa longueur d'onde dans l'air est $\lambda_1=332$ *m/s* : 1000 $1/s=0,332$ *m* ; dans l'eau, $\lambda_2=1400$ *m/s* : 1000 $1/s=1,4$ *m*.

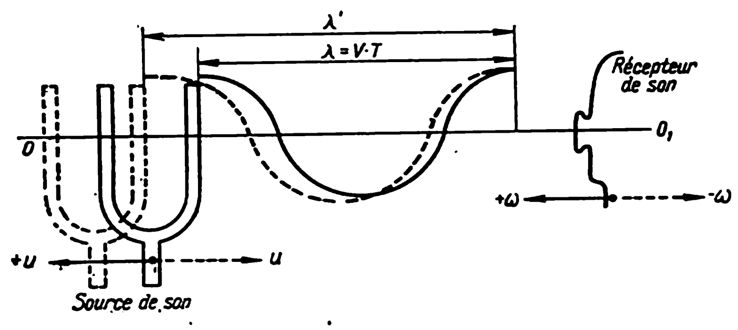


Fig. I. 65.

Si la *source* ou le *récepteur* de son se meuvent par rapport au milieu où le son se propage, la fréquence ν du son émis par cette source et la fréquence γ' de ce son perçu par le récepteur sont différentes (effet Doppler). Envisageons le cas particulier d'une onde sonore harmonique plane se propageant le long de OO_1 (fig. I.65). Faisons les hypothèses :

1) la source de son se meut par rapport au milieu avec la vitesse u; le récepteur est au repos.

Dans ce cas, pendant la période T des oscillations l'onde s'est éloignée de la source (diapason) de la distance cT et la source elle-même s'est déplacée de uT. Si la source *s'éloigne*, comme c'est le cas sur la fig. I.65, c'est-à-dire si elle se meut dans le sens *inverse* de la propagation, la longueur d'onde est alors $\lambda'=cT+uT=(c+u)T$; si la source va au-devant du récepteur, c'est-à-dire dans le sens de la propagation du son, on a évidemment $\lambda'=cT-uT=(c-u)\ T$. Alors la fréquence du son perçu dans ces deux derniers cas peut être mise sous la forme

$$\nu'=\frac{c}{\lambda'}=\frac{\nu}{1\pm\frac{u}{c}}, \tag{6.28}$$

$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{1}{T}$ étant la fréquence des oscillations de la source;

2) la source de son est au repos, le récepteur se meut par rapport au milieu avec la vitesse $\pm w$.

Alors la longueur de l'onde dans le milieu ne varie pas et est égale à $\lambda = cT$; toutefois, deux amplitudes successives de l'onde atteindront le récepteur non pas dans T secondes mais dans un temps T' supérieur ou inférieur, selon que le récepteur s'éloigne ou se rapproche de la source. Pendant ce temps T' le son se propage de cT' et le récepteur franchit la distance $\pm wT'$. La somme de ces grandeurs doit être égale à la longueur d'onde, donc : $\lambda = cT' \pm wT' = (c \pm w)\, T'$. La fréquence du son perçu par le récepteur étant $\nu' = \frac{1}{T'}$, et comme $\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{T} = \nu$, on a

$$\nu' = \nu\left(1 \pm \frac{w}{c}\right); \tag{6.29}$$

3) la source et le récepteur de son se meuvent par rapport au milieu.

Combinant les raisonnements faits dans les deux cas précédents, on obtient

$$\nu' = \nu\frac{1 \pm \frac{w}{c}}{1 \pm \frac{u}{c}}. \tag{6.30}$$

La sensation sonore est caractérisée par : 1) la *hauteur* du son, 2) le *timbre* et 3) l'*intensité*. La hauteur du son est déterminée par la fréquence des oscillations. Toutefois, les sources de son émettent non pas une fréquence unique mais tout un *spectre* de fréquences, l'énergie de l'onde étant répartie entre les diverses fréquences. La hauteur du son est déterminée par la fréquence *fondamentale*, transportant le plus d'énergie. Si le spectre est constitué de fréquences *isolées*, il est dit *linéaire*, s'il est constitué d'un ensemble continu de fréquences, il est dit *continu*. La fig. I.66 représente le spectre acoustique d'un piano correspondant à la fréquence fondamentale (au *ton*) 256 Hz. C'est un exemple de spectre *mixte*, c'est-à-dire constitué de fréquences isolées et d'un intervalle à spectre continu (intervalle a—b). On a indiqué dans ce spectre le *ton fondamental* du son, de fréquence 256 Hz, d'intensité maximum ; les autres fréquences transportent moins d'énergie et elles sont moins audibles.

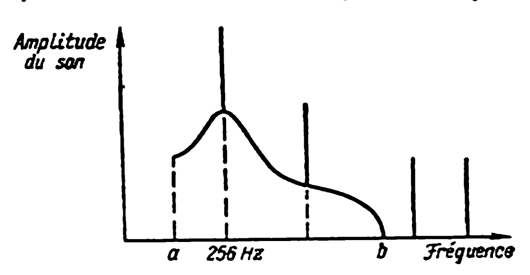


Fig. I. 66.

Le spectre acoustique du son définit, selon son caractère (linéaire, continu, ou mixte) et la distribution de l'énergie entre les fréquences, cette particularité de la sensation sonore qu'on appelle le *timbre* du son. Différents instruments musicaux émettant un son de même ton ont toutefois un spectre acoustique différent, c'est-à-dire se distinguent par le timbre du son.

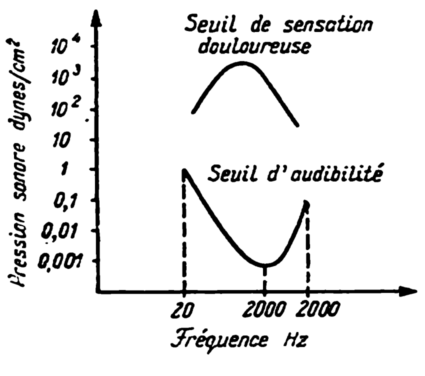


Fig. I. 67.

Appréciant la perception sonore, il faut prendre en considération que la sensibilité de l'oreille humaine est différente aux diverses fréquences. L'intensité d'un son de fréquence donnée doit être suffisante pour produire une sensation sonore, mais si elle dépasse une certaine limite, le son n'est plus audible et provoque une sensation douloureuse. Ainsi donc, il existe pour chaque fréquence une intensité *minimum* du son (seuil d'audibilité) et une intensité *maximum* (seuil de sensation douloureuse) pour lesquelles le son peut être encore perçu. La fig. I.67 représente l'intervalle d'audibilité de l'oreille humaine. L'oreille jouit d'un maximum de sensibilité aux fréquences allant de 800 à 6000 *Hz*. Dans cet intervalle, l'intensité minimum de son (seuil d'audibilité) est égale à 10^{-12} W/m^2 ; le seuil de sensation douloureuse se situe vers 1 W/m^2.

Il a été établi (loi physiologique générale de Weber-Fechner) que le quotient de la *variation* minimum de l'intensité du son ΔI que l'oreille peut détecter par l'intensité du son I est une grandeur presque constante (cette assertion est bien observée pour les fréquences entre 100 et 4000 *Hz*). Plus l'intensité du son I est grande, plus doit être grande la variation ΔI pouvant être perçue par l'oreille, c'est-à-dire que la sensibilité de l'oreille faiblit lorsque l'intensité croît. De la sorte, la perception de la force du son n'est pas proportionnelle à l'intensité de ce son. Deux sons de différentes intensités I_1 et I_2 produisent la même sensation si la différence $I_1—I_2$ est égale ou inférieure à la valeur minimum ΔI. Comme la variation de la force du son (de son volume) est définie par le rapport $\frac{\Delta I}{I}$, on convient de mesurer la force du son par une certaine grandeur L dont la variation élémentaire dL est en raison de $\frac{\Delta I}{I}$. Intégrant l'égalité $dL = k\frac{dI}{I}$ (k étant un facteur de proportionnalité constant) entre I_0 et I, I_0 étant l'intensité minimum du son correspondant au seuil d'audibilité, on obtient

$$L = k \ln \frac{I}{I_0}.$$

Il en résulte que la sensation *subjective d'intensité* du son est proportionnelle au logarithme du quotient de l'intensité du son donné par le seuil d'audibilité. Ceci étant, on est convenu d'introduire une évaluation *objective* du son d'intensité I :

$$L = \log \frac{I}{I_0} \text{ bels ou } L = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{ décibels,} \tag{6.31}$$

avec $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$. La grandeur L est appelée niveau de l'intensité du son en *décibels*. Etant donné qu'on mesure le plus souvent directement la pression sonore Δp et que $I = \frac{\Delta p_{ef}^2}{\rho c}$, on a

$$L = 20 \log \frac{\Delta p_{eff}}{\Delta p_{aud}} \tag{6.32}$$

ou $\Delta p_{aud} = 2 \cdot 10^{-5}\ N/m^2$ est la pression sonore du seuil d'audibilité. Dans la formule (6.32) L est appelé niveau de pression sonore en décibels.

La caractéristique physiologique du son est le *niveau de son intensité*, mesuré en phones, déterminé comme suit : on fait varier l'intensité d'un son standard de fréquence 1000 Hz de manière à obtenir l'égalité des intensités du son mesuré et du son standard (à l'oreille). On égale l'intensité du son mesuré au nombre de décibels du niveau de la pression sonore du son standard.

On a donné ci-dessous le niveau de la pression sonore L en décibels, l'intensité du son $I\ W/m^2$ et les pressions sonores $\Delta p_{ef} N/m^2$:

seuil d'audibilité	$L = 0$ décib.	$I = 10^{-12}\ W/m^2$	$\Delta p_{eff} = 2 \cdot 10^{-5}\ N/m^2$
chuchotements	20	10^{-10}	$2 \cdot 10^{-4}$
voix forte	70	10^{-5}	$6{,}3 \cdot 10^{-2}$
orchestre (fort)	100	10^{-2}	2
seuil de sensation douloureuse	130	10	63

Un facteur important d'audition *dans les locaux* est la *réverbération* du son, c'est-à-dire l'affaiblissement progressif de son intensité par suite des réflexions multiples sur les murs, le plafond, les objets, etc. Chaque son « dure » dans un local un temps déterminé, jusqu'à ce que son intensité soit réduite au seuil d'audibilité. Lorsque le son s'amortit trop lentement (locaux vides), le local « résonne ». Lorsqu'il s'amortit très vite, on dit qu'il est feutré (locaux aux murs tapissés). On appelle durée de réverbération le temps pendant lequel la force du son dans le local est réduite à son millionième. Cette durée diffère selon la fréquence et dépend du volume du local, ainsi que des corps qui s'y trouvent. Pour la fréquence standard de 512 Hz elle doit être d'environ une seconde pour les petits locaux (réverbération optimale) ; elle est voisine de deux secondes pour les grandes salles de concert et les théâtres (lorsqu'ils sont pleins).

§ 34. Les ultra-sons et leurs applications

Les fréquences des ultra-sons dépassent 20 000 Hz, aussi leur longueur d'onde dans divers milieux est-elle petite et les vitesses et accélérations des particules oscillantes du milieu ainsi que les pressions excédentaires sont grandes. L'intensité du rayonnement ultrasonore de certaines sources atteint plusieurs millions de W/m^2. Cependant, avant de calculer les plus importantes caractéristiques d'une onde ultrasonore d'après les formules (6.25), il faut vérifier si la condition $\Delta p \ll p_0$ à partir de laquelle ces formules ont été déduites, est observée. Pour la fréquence $\nu = 160$ kHz $(\omega = 2\pi\nu = 10^6$ $1/s)$ et l'intensité $I = 5$ $W/cm^2 = 5 \cdot 10^4$ W/m^2 on déduit de la formule (6.24) pour l'air ($\rho c \approx 420$ kg/m^2s)

$$\Delta p_0 = \sqrt{2I\rho c} \approx 6500 \ N/m^2 = 0{,}065 \ at.$$

Calculons les autres grandeurs :

1) longueur d'onde : $\lambda = \frac{c}{\nu} = 332 : 160\,000 = 0{,}0021$ $m = 2{,}1$ mm ;

2) amplitude des élongations des particules du milieu :

$$y_0 = \frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{2I}{\rho c}} = \frac{1}{10^6}\sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 10^4}{430}} = 1{,}54 \cdot 10^{-5} \ m = 0{,}0154 \ mm;$$

3) amplitude de la vitesse du mouvement oscillatoire des particules du milieu : $v_0 = \omega y_0 = 15{,}4$ m/s ;

4) amplitude de l'accélération des oscillations des particules du milieu : $j_0 = \omega v_0 = 15{,}4 \cdot 10^6$ m/s^2. Aux grandes fréquences et intensités, on peut obtenir des accélérations des millions de fois plus grandes que l'accélération de la force de pesanteur.

Les ultra-sons peuvent être obtenus au moyen de sources de fréquences audibles pour des dimensions et des paramètres adéquats (diapasons miniatures, cordes courtes, sifflets, sirènes à grande vitesse de rotation du rotor etc.). Vaste est le champ d'application des sources d'ultra-sons basées sur l'utilisation de la magnétostriction et de l'électrostriction (variation des dimensions des corps plongés dans des champs magnétique et électrique). Si, par exemple, on place un barreau de nickel dans un champ magnétique de haute fréquence, sa longueur varie avec la même fréquence que celle du champ (de quelques millièmes de pour-cent). Lorsque les oscillations propres du barreau entrent en résonance avec celles du champ, on peut obtenir des amplitudes considérables, et donc une grande intensité pour l'onde rayonnée. De la même façon, on peut produire des ondes ultra-sonores en plaçant une pastille de quartz (ou d'un autre diélectrique) dans un champ électrique de haute fréquence.

Les différentes sources d'ultra-sons sont caractérisées par la puissance du rayonnement acoustique (d'une fraction de watt à plusieurs dizaines de kilowatt) et le rendement, c'est-à-dire le quotient de cette puissance par la puissance absorbée. Ce rendement atteint 60 à 70%

pour les bons générateurs d'ultra-sons. La puissance du rayonnement d'une source dépend aussi de la résistance acoustique du milieu où l'on induit les ultra-sons. Ainsi, d'après la formule (6.14), une pastille de quartz, à la même fréquence et la même amplitude d'oscillation, rayonne dans l'eau une puissance 3500 fois plus grande que dans l'air.

Grâce à la faible longueur d'onde des ultra-sons, on peut les faire converger au moyen de réflecteurs concaves ou de « lentilles à ultra-sons » (en aluminium par exemple) ; on a alors une grande concentration de puissance dans l'unité de volume du milieu. Ainsi, si l'on fait converger toute l'énergie rayonnée par une pastille de quartz de diamètre $d=1,15$ *cm* sur 1 *cm* du milieu, l'intensité étant $I=10$ W/cm^2, l'énergie communiquée chaque seconde à ce milieu est $I\frac{\pi d^2}{4}=$ $=10$ *joules*. Cette énergie étant intégralement absorbée, la température d'un gramme d'eau augmente avec une vitesse de 2,5° C à la minute.

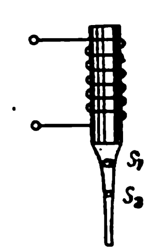


Fig. I. 68.

A part les miroirs et les lentilles, on augmente également l'amplitude des oscillations et l'intensité des ultra-sons en utilisant des barreaux de sections décroissantes, dont on munit la surface rayonnante de la source d'ultra-sons (fig. I.68). En choisissant convenablement le matériau du barreau et la loi de décroissance de sa section, on réduit presque à rien l'énergie absorbée ainsi que le rayonnement par la surface latérale. Alors la quantité d'énergie traversant chaque seconde deux sections S_1 et S_2 est la même et on a :

$$I_1S_1=I_2S_2\,; \qquad I_2=I_1\frac{S_1}{S_2}.$$

L'intensité du son étant proportionnelle au carré de l'amplitude de l'élongation, de la vitesse, etc., pour les sections circulaires I est inversement proportionnelle au carré du diamètre, et y_0, v_0, Δp_0 au diamètre du barreau.

Grâce aux grandes valeurs des vitesses, accélérations, pressions et densités excédentaires acoustiques, ainsi qu'à des méthodes bien étudiées de rayonnement, de réception, de mesure de l'intensité et de la vitesse des ultra-sons, il a été possible de s'en servir pour la résolution d'un grand nombre de problèmes techniques. Enumérons les applications les plus importantes des ultra-sons :

1) utilisation des ultra-sons comme moyen de communication et de détection ; localisation d'objets et d'inhomogénéités dans les milieux acoustiquement perméables ; dans les mers, détection de bancs de poissons, de sous-marins, détermination de la profondeur ; dans les grosses pièces métalliques forgées ou moulées, détection de failles et de poches (appareil de Sokolov) ;

2) étude des propriétés physiques de différentes substances solides, liquides et gazeuses (vitesse de propagation, coefficient d'absorption, etc.) ;

3) influence sur différents processus physico-chimiques : cristallisation, aimantation, diffusion, divers processus électrochimiques, etc. ; formation d'émulsions ;

4) usinage mécanique de corps très durs ou très fragiles ; nettoyage de menus objets (pièces du mécanisme d'une montre, etc.) immergés dans un liquide ; dégazage ;

5) action sur des êtres biologiques.

Chapitre VII

MÉCANIQUE DES FLUIDES

§ 35. Pression hydrostatique. Lois de Pascal et d'Archimède. Formule barométrique

En l'absence de forces extérieures (sous l'action des seules forces d'attraction moléculaire), toute masse de liquide occupe un volume déterminé et prend la forme d'une boule. Soumettant le liquide à des forces extérieures, on peut faire varier son volume (c'est-à-dire comprimer le liquide ou le faire dilater) ainsi que sa forme. Par suite de la force d'attraction terrestre, distribuée dans tout le volume, le liquide affecte la forme du récipient, sa surface libre s'établit horizontalement. Une goutte de liquide tombant dans l'air prend, sous l'action de la force de résistance de l'air distribuée sur sa surface, une forme aérodynamique correspondant au minimum de résistance à la chute ; lorsque la vitesse de chute est petite, la goutte est quasi sphérique. Dans l'état d'apesanteur (chute dans le vide ; à l'intérieur d'un vaisseau cosmique) un liquide libre prend la forme d'une boule.

Les gaz n'occupent un volume déterminé qu'en présence d'une pression comprimante (de la part des parois de l'enceinte). Les gaz et les liquides ne peuvent être soumis qu'à une compression ou une dilatation uniforme (volumique). La compressibilité des liquides et des gaz est déterminée par le coefficient de compressibilité :

$$K = -\frac{1}{V}\left(\frac{dV}{dp}\right)_{T=\mathrm{Ctc}}, \qquad (7.1)$$

dV étant la variation du volume V correspondant à la variation de pression dp (à température T constante). Le coefficient de compressibilité dépend de la température et de la pression. A 0° C et pour $p=$ $=1$ *atm.* on a pour l'eau $K\approx 0{,}5\cdot 10^{-10}$ m^2/N, pour le mercure $3{,}8\times$ $\times 10^{-11}$ m^2/N. Pour les gaz, K dépend fortement du caractère de la variation de la température lorsque le volume varie. La quantité inverse $\frac{1}{K}=D$ est appelée *module d'élasticité volumique* et se mesure en N/m^2 ou en atmosphères (kG/cm^2).

Si l'on place dans un liquide ou dans un gaz au repos une plaque mince rigide, les parties du liquide ou du gaz situées de part et d'autre

de la plaque agiront sur l'aire ΔS avec des forces ΔF de même grandeur et normales à la plaque, *quelle que soit l'orientation de cette plaque* (fig. I.69). Ces forces existent aussi bien en l'absence de toute plaque pour tout élément imaginaire ΔS. La limite

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S},$$

qui est un *scalaire*, est appelée *pression* au point donné du liquide ou du gaz.

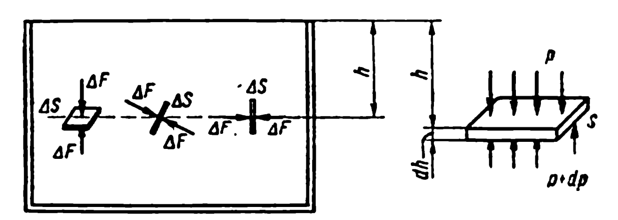


Fig. I. 69.

En vertu de la loi de Pascal, la pression extérieure p_0 appliquée à la surface du liquide se transmet dans tout le volume, ce qui explique la compression uniforme (volumique).

Ainsi, dans une presse hydraulique, on crée au moyen d'une faible force F_1 appliquée au piston de petite section S_1 une grande pression extérieure sur le liquide $p = \frac{F_1}{S_1}$; cette pression se communique à tout le volume du liquide et aux parois. On utilise cette propriété pour obtenir une grande force agissant sur un second piston :

$$F_2 = pS_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$$

$$(S_2 \gg S_1; \quad F_2 \gg F_1).$$

Dans les conditions de l'attraction terrestre, la surface libre d'un liquide (de petites dimensions) au repos est horizontale. La pression est la même sur toute surface horizontale considérée dans le liquide. Lorsqu'on a un mélange de plusieurs liquides, le liquide le plus dense occupe le fond ; la surface de séparation entre deux liquides consécutifs est aussi horizontale.

En vertu du *principe d'Archimède*, la résultante de toutes les forces de pression appliquées aux surfaces des corps immergés dans un fluide (dans un liquide ou dans un gaz) est dirigée verticalement vers le haut et est égale au poids du fluide correspondant au volume du corps. Un corps peut être en équilibre dans le fluide si la force d'Archimède est égale au poids du corps ; lorsqu'un corps flotte à la surface d'un liquide, égalité de ces forces est réalisée pour une immersion déterminée.

Ecrivons la condition d'équilibre pour une couche de fluide d'épaisseur dh. Pour un élément dont l'aire est S (fig. I.69) la force de poussée s'exerçant par le bas doit équilibrer le poids de l'élément et la force de pression s'exerçant par le haut ; soit ρ la densité du fluide ; alors,

$$(p+dp)\,S=\rho gS\,dh+pS$$

d'où

$$dp=\rho g\,dh.$$

Si ρ et g ne varient pas de la surface du liquide jusqu'à la profondeur h, on obtient en intégrant

$$p-p_0=\rho gh;\qquad p=p_0+\rho gh. \tag{7.2}$$

Cette formule permet de calculer la pression dans un liquide au repos à la profondeur h à partir de la surface libre horizontale ; ρgh est la *pression hydrostatique*.

Calculant la pression dans l'atmosphère, il est commode de prendre au lieu de h la hauteur H du point considéré au-dessus de la surface de la Terre. Comme $dh=-dH$, on a $dp=-\rho g\,dH$. Si la densité de l'air est en raison de la pression (il en est ainsi au voisinage de la surface de la Terre à température égale), on a alors $\rho=\text{const}\cdot p$, et on obtient par intégration la *formule* dite *barométrique*

$$p=p_0e^{-\text{Cte}\cdot gH};\qquad \rho=\rho_0e^{-\text{Cte}\cdot gH}, \tag{7.3}$$

p_0 étant la pression de l'air à la surface de la Terre. A une faible altitude, $p\approx p_0-\rho_0\,gH$. On peut déterminer la valeur de la constante en assimilant l'air à un gaz parfait *.

§ 36. Mouvements laminaire et turbulent. Formule de Bernoulli. Nombre de Reynolds

Un liquide (un gaz) peut être mis en mouvement par des forces de pesanteur, par une différence de pression en divers points du volume du liquide et par des forces de frottement (de viscosité) entre couches se déplaçant les unes par rapport aux autres avec des vitesses différentes. Considérons dans le liquide une *ligne de courant* : c'est une courbe tangente en chaque point à la vitesse en ce point. Le régime est dit

---

* En vertu de la formule (2.14) du § 9 de la deuxième partie du cours, pour un gaz parfait $p=knT$, n étant le nombre de particules dans l'unité de volume du gaz, k la constante de Boltzmann, T la température absolue du gaz. Comme $\rho=nm$, m étant la masse d'une particule, on a $\rho=\frac{m}{kT}p$, c'est-à-dire que la constante dans la formule (7.3) vaut $\frac{m}{kT}$; par conséquent,

$$p=p_0e^{-\frac{mgH}{kT}};\quad \rho=\rho_0e^{-\frac{mgH}{kT}}.$$

Notons que mgH est le travail accompli pour élever une particule de gaz à la hauteur H.

permanent (*stationnaire*) lorsque la forme et la disposition des lignes de courant, ainsi que les vitesses en chaque point, ne varient pas dans le temps. Le régime est dit *laminaire* lorsque les diverses couches de liquide glissent les unes sur les autres sans se mélanger. Le régime est *turbulent* lorsque le fluide est animé de mouvements tourbillonnaires qui produisent un brassage continuel de toute la masse.

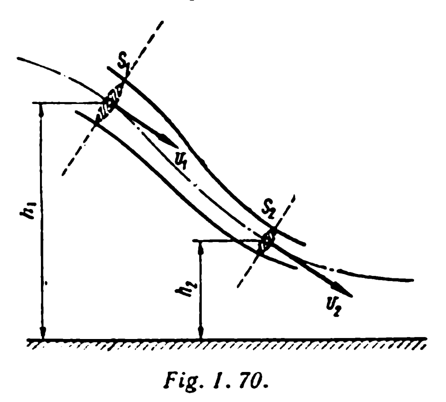


Fig. I. 70.

Si l'on peut négliger la compressibilité du liquide (du gaz) et les forces de viscosité, on a en régime permanent en chaque point d'une ligne de courant l'*équation de Bernoulli*

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{Cte.} \quad (7.4)$$

Pour l'établir, considérons un jet de liquide compris entre deux sections S_1 et S_2, la surface latérale étant constituée par des lignes de courant (fig. I.70). Dans le petit laps de temps Δt, la section S_1 est traversée par un volume élémentaire de liquide de forme cylindrique de base S_1 et de hauteur $v_1\Delta t$; chaque unité de volume traversant S_1 apporte l'énergie cinétique $\frac{\rho_1 v_1^2}{2}$ et l'énergie potentielle $\rho_1 g h_1$. La force extérieure $p_1 S_1$ agissant dans la section S_1 déplace le volume en question de $v_1\Delta t$, accomplissant un travail positif $p_1 S_1 v_1 \Delta t$. Dans le même laps de temps Δt, il sort par la section S_2 un volume de liquide égal à $S_2 v_2 \Delta t$, et la force extérieure $p_2 S_2$ accomplit un travail négatif égal à $p_2 S_2 v_2 \Delta t$. En régime *permanent*, l'énergie totale du liquide du jet compris entre les sections S_1 et S_2 doit rester constante. Dès lors, la somme des variations de toutes les formes d'énergie et des travaux des forces extérieures doit être nulle :

$$S_1 v_1 \Delta t \left(\frac{\rho_1 v_1^2}{2} + \rho_1 g h_1\right) + p_1 S_1 v_1 \Delta t -$$

$$- S_2 v_2 \Delta t \left(\frac{\rho_2 v_2^2}{2} + \rho_2 g h_2\right) - p_2 S_2 v_2 \Delta t = 0.$$

Supposons le liquide incompressible ($\rho_1 = \rho_2$) et le jet continu ; alors les volumes de liquide entrant chaque seconde par S_1 et sortant par S_2 seront égales :

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

Après simplifications, on obtient l'équation (7.4).

L'équation de Bernoulli sert à résoudre certains problèmes d'hydro- et d'aéromécanique. Voici deux exemples :

1) calcul de la vitesse d'écoulement du liquide d'un réservoir. On a pour les deux points *1* et *2* de la ligne de courant (fig. I.71) :

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Comme $p_1 = p_2$ sont égales à la pression extérieure p_0 de l'air, et que v_1 est très petite, on a

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_2)} \approx \sqrt{2gh}. \qquad (7.5)$$

Dans le cas d'un gaz passant d'un récipient à haute pression p_1 dans un récipient à basse pression p_2, on peut négliger $\rho g h$, et il vient

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}; \qquad (7.6)$$

2) calcul de la pression dans un étranglement (fig. I.72). Posant $h_1 = h_2$, il vient

$$p_2 = p_1 - \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2);$$

comme $v_2 > v_1$, on a $p_2 < p_1$ et on peut la descendre au-dessous de la pression atmosphérique. On peut se servir de ce fait pour aspirer du gaz ou du liquide dans le tube par une ouverture latérale *C*.

Outre les forces de pesanteur et la différence de pression, on peut provoquer le mouvement d'un liquide (d'un gaz) ou freiner ce mouve-

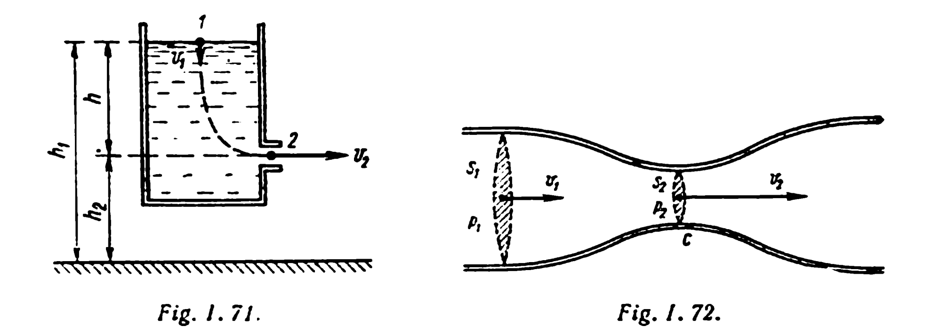


Fig. I.71. *Fig. I.72.*

ment au moyen des forces de frottement entre deux couches voisines. En régime laminaire, la force de frottement entre deux couches voisines se mouvant avec les vitesses v et $v + dv$ est égale à (fig. I.73) :

$$F = \eta \frac{dv}{dn} S, \qquad (7.7)$$

S étant la surface de contact, η le coefficient de viscosité (dynamique), $\frac{dv}{dn}$ le gradient de la vitesse du courant au point donné, c'est-à-dire la

vitesse de variation de la vitesse perpendiculairement à la vitesse elle-même, et donc à la surface S. La courbe «a» montre le caractère de la variation de la vitesse à mesure qu'on s'éloigne des parois du tube ou du canal ; à même la paroi, par suite de l'adhésion du liquide et de son freinage par les rugosités, la vitesse du courant est nulle. Le coefficient de viscosité η se mesure en newton-secondes par mètre carré

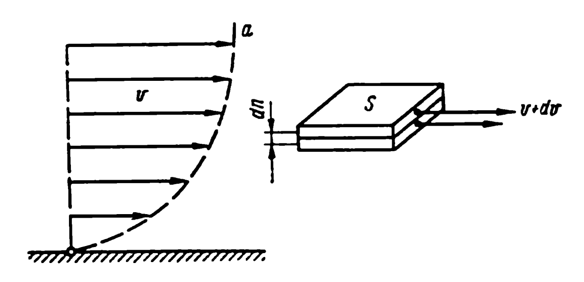


Fig. I. 73.

($N \cdot s/m^2$), et dans le système CGS en poises ($g/cm \cdot s$). Le coefficient de viscosité des liquides dépend notablement de la température ; pour l'eau à 0° C $\eta = 0{,}0018$, et à 15° C il est déjà tombé à 0,0011 $N \cdot s/m^2$. Pour l'air, on a respectivement :

$$\eta_0 = 1{,}71 \cdot 10^{-4}, \quad \eta_{15} = 1{,}81 \cdot 10^{-4}\ N \cdot s/m^2.$$

Certaines formules contiennent le rapport $\frac{\eta}{\rho} = \nu$, dit viscosité cinématique du liquide (du gaz) ; il se mesure en mètres carrés par seconde (m^2/s).

Un corps en mouvement dans un liquide ou dans un gaz, ainsi qu'un corps plongé dans un courant de liquide ou de gaz, subit :

1) des forces de frottement tangentielles entre le corps et le liquide (gaz) qui glisse dessus. Pour chaque élément ΔS (fig. I.74), cette force ΔF_t est déterminée par le gradient de la vitesse du courant dans la couche limite et par le coefficient de viscosité ; elle est tangente à l'élément de surface.

2) des forces de pression normales ΔF_n dépendant de la valeur de la pression dans le courant au voisinage de chaque élément ΔS, ces forces étant dirigées perpendiculairement à l'élément ($\Delta F_n = p\Delta S$).

La composition vectorielle de ces forces pour toute la surface détermine la grandeur, la direction et le point d'application de la force totale agissant sur le corps dans le courant (liquide ou gaz) :

$$R = \sum (\Delta F_t + \Delta F_n).$$

La projection de R sur la direction du flux est la *traînée* ; l'autre composante, lorsqu'elle est dirigée verticalement vers le haut, est la *poussée*. La grandeur de ces forces dépend de la forme (de l'aérodynamique)

et des dimensions des corps, de leur orientation dans le flux (angle d'attaque α, voir fig. I.74), de l'état de la surface (rigosité), de la vitesse du corps ou du flux et des propriétés du fluide (densité, coefficient de viscosité, etc.). La mesure et le calcul de ces forces est un problème important pour l'aéro- et l'hydrodynamique. N. Joukovsky, S. Tchaplyguine et d'autres éminents savants ont obtenus des résultats fondamentaux dans ce domaine.

Pour simplifier certains calculs, notamment lors de la déduction de l'équation de Bernoulli, on néglige la compressibilité des liquides

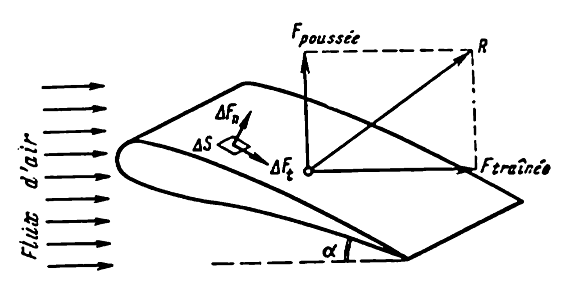


Fig. I. 74.

et des gaz, ainsi que le travail des forces de viscosité. Voyons les conditions dans lesquelles ceci est possible. Soit, dans un flux horizontal, v la vitesse maximum sur une ligne de courant, la vitesse minimum étant supposée nulle. Pour les deux points correspondants, l'équation de Bernoulli donne :

$$\frac{\rho v^2}{2} + p_1 = p_2; \qquad v = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\rho}}.$$

Si $p_2 \gg p_1$, on a $v \approx \sqrt{\frac{2p_2}{\rho}}$; pour les gaz, cette vitesse est celle de la propagation du son. Par conséquent, si l'on veut que la différence de pression $p_2 - p_1$ soit petite et qu'on puisse négliger la compressibilité, la vitesse maximum du gaz doit être notablement inférieure à celle du son dans ce gaz. A titre d'exemple, calculons la variation de pression dans un flux d'air se déplaçant avec la vitesse du son : $v = 340$ *m/s*, si l'on freine ce flux jusqu'à annuler sa vitesse : $v = 0$ (nous prendrons la densité de l'air à 0° C) :

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho v^2}{2} = \frac{1{,}29 \cdot 340^2}{2} = 0{,}645 \cdot 10^5 \; N/m^2$$

soit environ 0,65 *atm*. Lorsqu'on a une telle variation de la pression, on ne saurait, évidemment, négliger ni la compressibilité de l'air, ni sa variation de température. Force a donc été de créer, pour les courants sub- et supersoniques, un domaine particulier de la mécanique — la *dynamique des gaz.*

On peut négliger le travail des forces de viscosité dans les conditions suivantes ; envisageons l'écoulement d'un liquide (d'un gaz) dans un tube de rayon r, supposons le tube horizontal et la vitesse du courant invariable sur un tronçon l. Alors, en vertu de l'équation de Bernoulli, en l'absence de frottement entre le liquide (le gaz) et les parois, la pression aux extrémités du tronçon l doit être la même. En présence de frottement, il apparaît une différence de pression p_2-p_1 qu'on peut égaler au rapport de la force de frottement F entre le fluide et les parois à la section du tube πr^2 :

$$p_2-p_1=\frac{F}{\pi r^2}.$$

D'après (7.7),

$$F=\eta\frac{dv}{dn}S=\eta\frac{dv}{dn}\cdot 2\pi r l.$$

Remplaçons le gradient de la vitesse $\frac{dv}{dn}$ par la valeur moyenne $\frac{v}{r}$, considérant qu'à la paroi $v=0$, et que sur l'axe du tube la vitesse est v. Ceci étant,

$$p_2-p_1=2\eta\frac{dv}{dn}\frac{l}{r}=\frac{2\eta v l}{r^2}.$$

On peut négliger les forces de frottement si cette différence de pression est petite en comparaison de $\frac{\rho v^2}{2}$:

$$\frac{\rho v^2}{2}\gg\frac{2\eta v l}{r^2};\qquad \frac{\rho v r^2}{4\eta l}\gg 1.$$

Cette condition est certainement vérifiée pour des l très petits, c'est-à-dire lorsqu'on envisage un petit tronçon de tube.

Pour fixer les idées, on pourra, par exemple, choisir l en fonction de r sous la forme $l=\frac{x}{4}$. On peut alors affirmer que sous la condition :

$$\frac{\rho v r}{\eta}\gg 1 \tag{7.8}$$

on peut négliger les forces de frottement. La quantité sans dimension

$$Re=\frac{\rho v r}{\eta}=\frac{v r}{\nu} \tag{7.9}$$

est ce qu'on appelle le *nombre de Reynolds* du tube cylindrique. Des calculs analogues peuvent être faits pour des tubes et canaux de sections quelconques. Par un choix convenable de l, on peut faire de sorte que le nombre de Reynolds contienne une grandeur caractérisant la section. Le nombre de Reynolds est une caractéristique très importante du courant dans les conditions données ; si, par exemple, dans les conditions données ce nombre dépasse une certaine valeur critique, le courant devient turbulent ; aux valeurs plus petites, le courant est laminaire.

DEUXIÈME PARTIE

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE ET THERMODYNAMIQUE

Chapitre I

PRINCIPES DE LA THÉORIE MOLÉCULAIRE ET CINÉTIQUE ET DE LA THERMODYNAMIQUE

§ 1. Agitation thermique

Les atomes et molécules constituant les diverses substances se trouvent perpétuellement en état d'agitation moléculaire thermique.

La première particularité de cette agitation est sa chaoticité ; aucune direction de l'espace n'est privilégiée par rapport aux autres. Expliquons ce fait ; si l'on suit le mouvement d'une molécule, on constate qu'avec le temps, par suite de chocs contre d'autres molécules, la grandeur et la direction de sa vitesse varient d'une manière tout à fait désordonnée ; en outre, si l'on note à un instant quelconque les directions des vitesses des molécules, on voit qu'elles sont distribuées uniformément dans l'espace.

La seconde particularité de l'agitation thermique consiste dans l'échange d'énergie entre les molécules, ainsi qu'entre les différents types de mouvements ; plus précisément, l'énergie de translation des molécules peut se transformer en énergie de rotation ou d'oscillation et réciproquement.

L'échange d'énergie entre les molécules ainsi qu'entre différents types d'agitation moléculaire a lieu à cause de l'interaction des molécules, notamment de chocs entre elles. Aux grandes distances, les forces d'interaction des molécules sont très faibles et on peut les négliger ; aux petites distances, ces forces ont une action notable, modifiant les grandeurs et les directions des vitesses des molécules qui se rapprochent. Dans les gaz, les molécules sont habituellement éloignées les unes des autres ; ce n'est que pendant des laps de temps très courts, alors que les molécules se sont rapprochées les unes des autres, qu'elles interagissent : leurs vitesses varient, et elles échangent de l'énergie. Les interactions fugitives de ce genre sont appelées des chocs. On distingue deux espèces de chocs entre molécules :

1) chocs de première espèce, après lesquels seules ont varié la grandeur et la direction des vitesses des particules ; la composition

et la structure des molécules elles-mêmes ne subissent aucun changement ;

2) chocs de seconde espèce, après lesquels il y a changement de la composition ou de la structure des particules. Alors, une partie de l'énergie cinétique des molécules est dépensée sous forme de travail pour vaincre les forces internes, pour changer la composition ou la structure de ces molécules. Dans certains cas, au contraire, il peut se dégager une certaine quantité d'énergie aux dépens de l'énergie potentielle des molécules.

Dans la suite, nous ne considérerons que les chocs de première espèce, alors qu'il y a échange d'énergie aussi bien entre les molé-

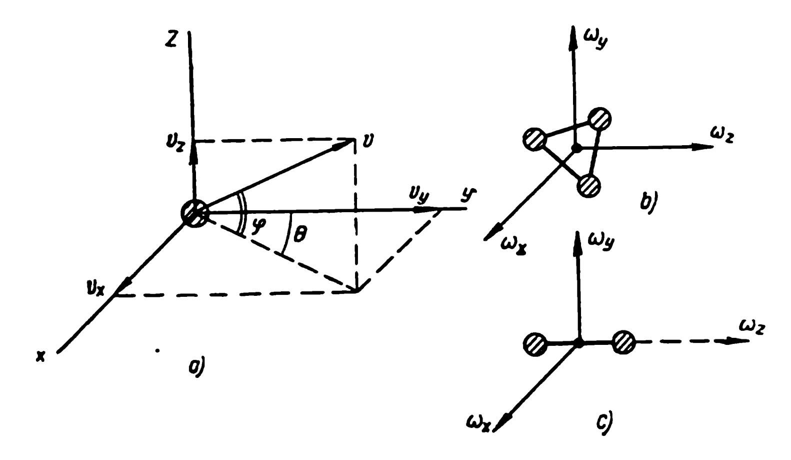


Fig. II. 1.

cules qu'entre divers types d'agitation moléculaire dans les gaz. L'échange d'énergie lors de l'agitation moléculaire dans les corps solides et liquides étant un processus plus complexe, il fait l'objet de sections particulières de la physique. On fait appel aux chocs de seconde espèce pour expliquer la conductivité des gaz et des liquides, ainsi que le rayonnement thermique des gaz.

Décrivant un type d'agitation moléculaire (translation, rotation ou oscillation), il faut connaître un certain nombre de grandeurs. Ainsi, le mouvement de translation d'une molécule est caractérisé par la grandeur et la direction de la vitesse. Pour cela, il suffit de connaître *trois* quantités : la vitesse v et deux angles φ et θ entre la direction de la vitesse et les plans de coordonnées, ou bien encore les trois projections de la vitesse sur les axes de coordonnées v_x, v_y et v_z (fig. II. 1,*a*). Remarquons que ces trois grandeurs sont *indépendantes* : lorsque v est donnée, φ et θ peuvent avoir des valeurs quelconques, et inversement, si l'on donne, par exemple, φ, les valeurs

de v et θ peuvent être quelconques. De la même manière, la donnée de v_x n'implique aucune restriction sur les valeurs de v_y et v_z et réciproquement. Par conséquent, pour la description du mouvement *de translation* des molécules dans l'espace, il faut connaître les trois quantités indépendantes v, φ et θ ou bien v_x, v_y, v_z. L'énergie du mouvement de translation des molécules s'écrit

$$E_{trans}=\frac{mv_x^2}{2}+\frac{mv_y^2}{2}+\frac{mv_z^2}{2}. \qquad (1.1)$$

Pour la description du mouvement *de rotation* d'une molécule autour de son axe, il faut indiquer la grandeur et la direction de la vitesse angulaire de rotation ω, c'est-à-dire encore *trois* quantités indépendantes ω, φ, θ ou bien ω_x, ω_y, ω_z (fig. II. 1,*b*). L'énergie du mouvement de rotation d'une molécule s'écrit

$$E_{rot}=\frac{I_x\omega_x^2}{2}+\frac{I_y\omega_y^2}{2}+\frac{I_z\omega_z^2}{2}, \qquad (1.2)$$

I_x, I_y, I_z étant les moments d'inertie des molécules par rapport à des axes de coordonnées trirectangles. Dans le cas d'une molécule monoatomique, tous ces moments d'inertie sont très petits, aussi néglige-t-on l'énergie de son mouvement de rotation. Dans le cas d'une molécule diatomique (fig. II. 1, *c*), on néglige l'énergie du mouvement de rotation par rapport à l'axe passant par le centre des atomes, par conséquent,

$$E_{rot}=\frac{I_x\omega_x^2}{2}+\frac{I_y\omega_y^2}{2}. \qquad (1.3)$$

Pour décrire le mouvement *oscillatoire* des atomes dans une molécule, il faut préalablement décomposer ces mouvements en oscillations élémentaires s'effectuant dans des directions déterminées. Il est commode de décomposer une oscillation complexe en oscillations *rectilignes* élémentaires dans trois directions perpendiculaires. Ces oscillations sont indépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire que la fréquence et l'amplitude des oscillations dans l'une de ces directions sont tout à fait indépendantes des fréquences et amplitudes des oscillations dans les autres directions. Si chacune de ces oscillations rectilignes est *harmonique*, on peut les décrire à l'aide de la formule

$$x=x_0 \sin \omega t. \qquad (1.4)$$

Ainsi, pour décrire les oscillations rectilignes élémentaires des atomes, il faut connaître *deux* grandeurs : la pulsation ω et l'amplitude de l'oscillation x_0. Ces deux grandeurs sont aussi *indépendantes* : pour une pulsation donnée, l'amplitude de l'oscillation n'est soumise à aucune condition et réciproquement. Par conséquent, pour décrire le mouvement oscillatoire complexe d'une molécule autour d'un point (de sa position d'équilibre), il faut se donner six grandeurs

indépendantes : trois pulsations et trois amplitudes oscillatoires dans trois directions perpendiculaires.

Les grandeurs indépendantes déterminant l'état d'un système physique donné sont appelées degrés de liberté de ce système. Etudiant l'agitation moléculaire dans les corps (pour le calcul de l'énergie de ce mouvement), on tient compte que chaque molécule possède un nombre déterminé de degrés de liberté. On ne retient alors que les degrés de liberté participant à l'échange d'énergie. Une molécule d'un gaz monoatomique possède trois degrés de liberté de translation ; une molécule diatomique possède trois degrés de liberté de translation et deux degrés de rotation (on néglige le troisième degré de liberté correspondant à la rotation autour de l'axe réunissant les centres des atomes). Les molécules constituées de trois atomes et plus ont trois degrés de liberté de translation et trois degrés de rotation. Si à l'échange d'énergies participe également un mouvement oscillatoire, alors deux degrés de liberté s'ajoutent à chaque oscillation rectiligne indépendante.

Considérant séparément les mouvements de translation, de rotation et d'oscillation des molécules, on peut trouver l'*énergie moyenne* qui revient à chaque degré de liberté de ces types de mouvements. Considérons tout d'abord le mouvement de translation des molécules ; supposons que la i-ième molécule possède l'énergie cinétique $mv_i^2/2$ (m étant la masse de la molécule). La somme $\sum_{i=1}^{N} \frac{mv_i^2}{2} = E$ est l'énergie de translation de N molécules. Faisant le quotient de E par les $3N$ degrés de liberté, on obtient l'énergie moyenne par degré de liberté du mouvement de translation des molécules :

$$\varepsilon_{trans} = \frac{E}{3N} = \frac{1}{3N} \sum \frac{mv_i^2}{2}. \tag{1.5}$$

On peut de même calculer les énergies moyennes par degré de liberté des mouvements de rotation ε_{rot} et d'oscillation ε_{osc}. Si chaque molécule possède j_t degrés de liberté de translation, j_r degrés de liberté de rotation et j_0 degrés de liberté d'oscillation, l'énergie de l'agitation de toutes les N molécules s'écrit :

$$U = N\,(j_t\varepsilon_t + j_r\varepsilon_r + j_o\varepsilon_o) \tag{1.6}$$

En physique théorique, élaborant les fondements de la théorie moléculaire cinétique, on a établi que *les énergies moyennes de tous les types d'agitation moléculaire sont liées à la température*. Pour les gaz raréfiés, on peut poser avec une approximation suffisante que chaque degré de liberté de translation ou de rotation du mouvement des molécules reçoit en moyenne *une seule et même énergie*, égale à

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\,kT, \tag{1.7}$$

où $k=1{,}38\cdot10^{-23}$ *joule/degré* (constante de Boltzmann), T étant la température absolue du gaz. Le lien entre l'énergie moyenne du mouvement *oscillatoire* simple des molécules (c'est-à-dire s'effectuant dans une direction) et la température absolue a une forme plus compliquée :

$$\varepsilon=\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}, \tag{1.8}$$

où $h=6{,}625\cdot10^{-34}$ *joule·s* (constante de Planck), ν est la fréquence des oscillations, k la constante de Boltzmann. Aux hautes températures et basses fréquences d'oscillation, lorsque le produit kT est bien plus grand que $h\nu$, la formule (1.8) donne la valeur approchée $\varepsilon\approx kT$ $\left(e^{\frac{h\nu}{kT}}\approx1+\frac{h\nu}{kT}+\dots\right)$. Une oscillation élémentaire possédant deux degrés de liberté, l'énergie correspondant à chaque degré de liberté est égale à $\frac{1}{2}kT$. Ainsi donc, à des hautes températures et basses fréquences d'oscillation, il correspond à chaque degré de liberté du mouvement oscillatoire autant d'énergie $\left(\frac{1}{2}kT\right)$ qu'à chaque degré de liberté de translation ou de rotation. Dans de telles conditions, on peut calculer très simplement l'énergie totale du mouvement chaotique des particules d'un système de N molécules :

$$U=N\frac{i}{2}kT, \tag{1.9}$$

$i=i_t+i_r+i_0$ étant le nombre de degrés de liberté d'une molécule du système donné.

§ 2. Interaction des molécules ; énergie de liaison

Le caractère et la grandeur de la force d'interaction de deux molécules dépendent de leur distance. Il est établi que les molécules se repoussent aux petites distances et s'attirent aux grandes distances. On a représenté sur la fig. II. 2 la variation de la force d'interaction F de deux molécules isolées en fonction de la distance r entre ces molécules (pour simplifier le raisonnement, on a supposé les molécules identiques). Un tel caractère de la dépendance entre F et r peut être expliqué en supposant qu'il existe simultanément des forces de répulsion, décroissant rapidement lorsque la distance croît, et des forces d'attraction, décroissant également lorsque la distance croît, mais moins vite cependant. A la distance $r=r_0$ ces forces sont égales, c'est-à-dire que leur résultante est nulle. Lorsque $r<r_0$ ce sont les forces de répulsion qui l'emportent, et lorsque $r>r_0$, les forces d'attraction.

Il est facile de montrer qu'à cause de ce caractère des forces d'interaction les molécules effectuent des mouvements oscillatoires. En effet, admettons que pour $r = r_0$, alors que les forces d'interaction sont nulles, les molécules se rapprochent avec la même vitesse v. Alors, au fur et à mesure que la distance décroît, les forces de répulsion effectuent un travail, diminuant leur énergie cinétique, et, à une certaine distance $r = r_1$, les molécules, qui ont perdu leurs énergies, s'arrêtent. On peut affirmer alors que l'énergie cinétique des deux molécules $2\frac{mv^2}{2}$ s'est transformée en énergie potentielle d'interaction.

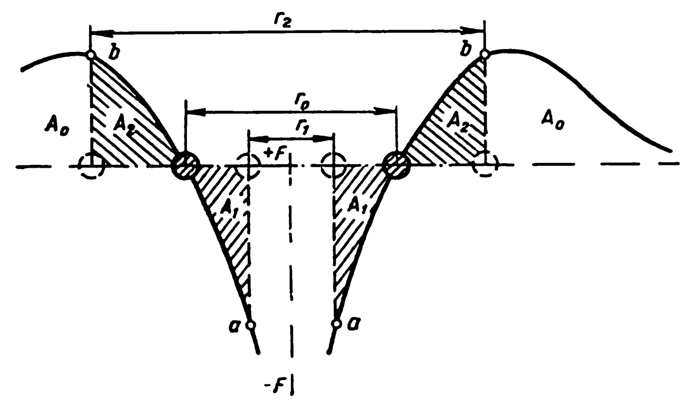


Fig. II. 2.

A l'échelle de la fig. II. 2, cette énergie, qui est égale au travail des forces de répulsion dans l'intervalle de r_1 à r_0, est représentée par les aires hachurées A_1. Par la suite, sous l'effet des forces de répulsion, les molécules se repoussent et l'énergie potentielle de ce système se transforme de nouveau en énergie cinétique. A la distance $r = r_0$, l'énergie potentielle du système s'annule (étant donné que les forces d'interaction sont nulles), c'est-à-dire qu'elle s'est transformée entièrement en énergie cinétique des molécules qui s'éloignent. Lorsque la distance entre elles croît ($r > r_0$), les forces d'attraction entrent en jeu et les molécules s'arrêtent à une certaine distance $r = r_2$. Dans cet état encore l'énergie cinétique des molécules s'est entièrement transformée en énergie potentielle ; sur la fig. II. 2 ces énergies ont été représentées par les aires hachurées A_2 (il est évident que $A_1 = A_2$). Puis, les molécules se meuvent en sens inverse et le processus recommence ; la distance entre les molécules varie périodiquement entre r_1 et r_2.

Le mouvement oscillatoire des molécules décrit ci-dessus n'est pas, en général, harmonique, car les forces agissant sur les molécules ne satisfont pas à la loi linéaire $F = -kx$ (k étant le coefficient de la force élastique, $x = r - r_0$ l'élongation des molécules à partir

de la position d'équilibre $r=r_0$). Ce n'est que pour de *faibles amplitudes* des oscillations, alors que r_2-r_0 et r_0-r_1 sont suffisamment petits et que l'arc de courbe $F(r)$ peut être assimilé sur le tronçon $a-b$ à un segment de droite, que les oscillations sont quasi harmoniques.

Nous avons envisagé le mouvement oscillatoire de deux molécules *isolées* suffisamment éloignées l'une de l'autre. En réalité, le phénomène des oscillations dans la matière est bien plus complexe, une molécule interagissant simultanément avec un grand nombre de molécules. Ceci fait qu'en définitive le mouvement des molécules est *chaotique*, c'est-à-dire que les directions des mouvements des diverses molécules sont uniformément distribuées dans l'espace, et celle d'une molécule, variant dans le temps, d'une manière tout à fait désordonnée.

Pour caractériser différents états de la matière, il est important d'établir le degré de liaison de chaque paire de molécules en interaction. Il est évident qu'on peut évaluer cette liaison par la quantité de *travail* qu'il faut dépenser pour arracher les molécules l'une à l'autre ou, comme on dit, pour les éloigner à l'infini. Sur la fig. II. 2 ce travail a été représenté à l'échelle du dessin par les aires A_0 ; il dépend de la distance maximum r_2 à laquelle s'éloignent les molécules oscillantes en interaction. Plus r_2 est grande, plus les forces d'attraction entre les molécules sont faibles, et, par suite, moins il faut de travail pour séparer ces molécules.

L'énergie nécessaire pour arracher deux molécules l'une à l'autre peut leur être communiquée de diverses manières ; notamment, le lien entre deux molécules en interaction peut être détruit par le choc thermique contre d'autres molécules. La probabilité d'un tel événement est particulièrement grande lorsque l'énergie cinétique moyenne du mouvement thermique des molécules est supérieure au travail d'arrachement des molécules. Comme l'énergie cinétique moyenne du mouvement thermique est proportionnelle à la température, aux très hautes températures les chocs détruisent tout lien entre les molécules ; cela signifie que lorsque la température est suffisamment élevée la matière se trouve à l'état gazeux. Aux basses températures, alors que le travail de séparation des molécules est de beaucoup supérieur à l'énergie moyenne de leur agitation thermique, la probabilité de destruction du lien entre les molécules est très faible et ce lien peut subsister pendant longtemps : la matière se trouve à l'état solide. L'état liquide, lui, est un état intermédiaire.

§ 3. Etats de la matière et transition de phases. Etats et processus d'équilibre et d'inéquilibre

Tous les états possibles dans lesquels peut se trouver telle ou telle matière se divisent avant tout en états d'agrégation : solide, liquide ou gazeux. Ces états sont caractérisés par les principales propriétés physiques de la matière.

Il convient de noter que pour certaines matières il n'y a pas de limite précise entre les différents états. Ainsi, quand on chauffe du verre, il se ramollit progressivement et il est impossible d'établir quand il passe de l'état solide à l'état liquide. Lorsque les pressions extérieures sont grandes, les métaux solides « coulent » comme les liquides et épousent la forme du récipient qui les contient.

On peut distinguer les différents états de la matière non seulement par les propriétés physiques, mais encore par les valeurs des grandeurs physiques caractérisant ces états, par exemple le volume, la température et la pression. Il en résulte qu'à chaque état d'agrégation correspond une infinité de différents états se distinguant l'un de l'autre par les valeurs du volume, de la pression, de la température et d'autres grandeurs physiques ; ces grandeurs variant, la matière passe d'un état à un autre tout en restant solide, liquide ou gazeux.

Les grandeurs physiques caractérisant tel ou tel état de la matière sont parfois appelées paramètres d'état. Les principaux paramètres sont : le volume, la pression extérieure et la température. Si les paramètres d'état sont reliés par une relation univoque déterminée, c'est-à-dire si pendant le passage d'un état à un autre une seule et même relation entre les paramètres est conservée, cette relation est appelée *équation d'état*. Ainsi, les gaz raréfiés obéissent à l'équation

$$\frac{pV}{T} = \text{Cte.} \tag{1.10}$$

Cette relation relie entre eux le volume, la pression et la température d'une infinité d'états où se trouve une masse gazeuse. Pour les autres états d'agrégation — solide et liquide — on n'a pas trouvé une relation simple de ce genre entre les paramètres.

Il convient de distinguer deux espèces de transition de la matière d'un état à un autre :

1) transitions au cours desquelles varient seulement les valeurs numériques des paramètres caractérisant l'état de la matière (volume, pression, température, etc.), mais la *composition*, la *structure* de la matière, c'est-à-dire son état, *ne varient pas*. Tels sont la compression, la détente, l'échauffement des gaz, ainsi que des corps solides et liquides, sous la condition que ces corps restent solides, liquides ou gazeux et qu'il n'y ait pas de changement notable dans la composition, la structure et les propriétés physiques ;

2) transitions au cours desquelles il y a changement de l'état d'agrégation de la matière, ou bien encore des modifications essentielles dans sa composition, sa structure et ses propriétés physiques. Ce sont les *transitions de phase* ; telles sont l'évaporation et la condensation, la fusion et la solidification, la cristallisation et la recristallisation, le passage des métaux à l'état de supraconductibilité, etc.

Au cours de certaines transitions de phase il y a changement de l'état de la matière, qui passe par exemple de l'état solide à l'état

gazeux ou inversement. Alors varient la configuration des molécules, leurs distances, le caractère de l'agitation thermique. La constance de la composition de la matière lors des transitions de phase de cette espèce peut être illustrée par l'exemple de l'eau : la fonte de la glace ou la vaporisation de l'eau n'impliquent pas le changement de la composition des molécules d'eau (H_2O).

Dans d'autres transitions de phase, l'état d'agrégation de la matière est conservé, mais il y a dans la matière des changements essentiels de structure (dans la configuration des molécules) et ses propriétés physiques changent notablement. Se rapportent à ces transitions : la perte des propriétés ferromagnétiques du fer chauffé à 780 et plus, le passage de certains métaux à l'état de supraconductibilité à de très basses températures, la résistance électrique de ses métaux disparaissant subitement, le passage d'une matière cristalline d'une modification à une autre, etc.

Il est des états tels qu'en l'absence d'actions extérieures un système physique peut s'y maintenir indéfiniment. Ce sont des états *d'équilibre*. Ainsi, si dans un gaz isolé la pression et la température dans le volume considéré sont partout identiques, cet état ne change pas avec le temps. Un état est dit d'inéquilibre si, en l'absence de forces et d'actions extérieures, le système ne peut se maintenir dans son état et passe spontanément à d'autres états. Un système initialement en état d'inéquilibre passe avec le temps à un état d'équilibre. Le temps de la transition de l'état d'inéquilibre à l'état d'équilibre est appelé *temps de relaxation*. Le passage inverse d'un état d'équilibre à un état d'inéquilibre peut s'opérer sous l'action de forces extérieures. Un système se trouve notamment en état d'inéquilibre lorsque la température est différente en différents lieux ; l'égalisation de la température dans les gaz, les solides et les liquides est un passage de ces corps à un état d'équilibre où la température est la même dans tout le volume considéré. On peut encore apporter un autre exemple d'état d'inéquilibre en envisageant le système diphasé constitué d'un liquide et de sa vapeur. Si l'on a au-dessus de la surface d'un liquide contenu dans un récipient fermé de la vapeur *non saturée*, le système est en état d'inéquilibre : le nombre de molécules N_1 qui s'échappent du liquide pendant l'unité de temps est supérieur au nombre N_2 des molécules qui retournent pendant ce même laps de temps dans le liquide. Donc, le nombre de molécules à l'état gazeux augmente avec le temps (c'est-à-dire que la densité de la vapeur augmente) jusqu'à l'équilibre : $N_1 = N_2$.

La transition d'un système physique d'un état (« initial ») à un autre état (« final ») par une succession d'états intermédiaires est appelée *processus* ou *transformation*. Si l'état initial et l'état final du système ainsi que les états intermédiaires sont des états d'équilibre, le processus lui-même est dit équilibré. Les processus équilibrés sont *réversibles*, c'est-à-dire qu'ils peuvent évoluer à rebours (de l'état « final » à l'état « initial ») en passant exactement par les

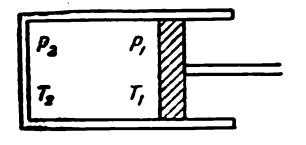


Fig. II. 3.

états intermédiaires par lesquels est passé le système de son état initial à son état final. Si pendant la transition d'un système d'un état à un autre tous les états intermédiaires, ou du moins certains d'entre eux, sont des états d'inéquilibre, le processus tout entier est dit d'inéquilibre. Les processus d'inéquilibre sont *irréversibles* ; on ne peut les faire évoluer à rebours en les faisant repasser par les mêmes états intermédiaires.

A titre d'illustration, considérons le processus de la détente et de la compression d'un gaz enfermé dans un cylindre sous le piston (fig. II. 3).

Si le piston se déplace vers la droite ou vers la gauche très lentement, la pression et la température du gaz en différents points arrivent à s'uniformiser : $p_1=p_2$, $T_1=T_2$, et, par conséquent, chaque état intermédiaire peut être considéré avec une précision suffisante comme un état d'équilibre. De tels processus peuvent évoluer aussi bien dans un sens (par exemple détente) que dans l'autre (compression) en passant par les mêmes états intermédiaires avec les mêmes pressions et températures dans tout le volume. On peut affirmer en général que *tous les processus suffisamment lents* (compressions, détentes, échauffements) *sont des processus équilibrés et réversibles.*

Si la compression et la détente sont *rapides*, les états intermédiaires ne sont plus des états d'équilibre. Lorsque la compression est rapide, la pression et la température au voisinage du piston (p_1 et T_1) sont plus grandes que lorsqu'on s'en éloigne (p_2 et T_2), étant donné que le nivellement de la pression et de la température demande un certain temps. Au contraire, lorsque la détente est rapide, la pression et la température sont plus petites au voisinage du piston. Par conséquent, les états intermédiaires sont en premier lieu des états d'inéquilibre ; en second lieu, les états par lesquels passe le gaz rapidement comprimé ($p_1>p_2$, $T_1>T_2$) se distinguent des états par lesquels passe le gaz lors du processus inverse de détente rapide ($p_1<p_2$, $T_1<T_2$). Par conséquent, *les processus évoluant rapidement sont des processus d'inéquilibre et irréversibles.*

§ 4. Energie interne d'un système thermodynamique. Premier principe de la thermodynamique

On appelle système thermodynamique tout système physique constitué d'un très grand nombre de particules, atomes et molécules en agitation thermique désordonnée, interagissant et échangeant de l'énergie. On a de tels systèmes thermodynamiques, d'ailleurs très simples, quand on considère les gaz, dont les molécules effectuent des mouvements de translation et de rotation et échangent de l'énergie

cinétique pendant les chocs. Les matières solides et liquides sont également des systèmes thermodynamiques. Les molécules des corps solides accomplissent des oscillations désordonnées autour de leurs positions d'équilibre ; l'échange d'énergie entre les molécules s'opère grâce à l'interaction continuelle de ces molécules, et le déplacement d'une molécule autour de sa position d'équilibre se reflète instantanément sur la position et la vitesse du mouvement des molécules voisines. Dans les corps liquides, l'échange d'énergie entre les molécules est dû aussi bien aux chocs fugitifs qu'à l'interaction continue des champs de forces des molécules.

Ainsi donc, *se rapportent aux systèmes thermodynamiques* les systèmes physiques doués d'*énergie thermique*. Etant donné que l'énergie moyenne des molécules en agitation est, en vertu des formules (1.7) et (1.8), liée à la température, il en résulte que la température est une grandeur physique importante caractérisant les différents états des systèmes thermodynamiques. A part la température, les états des systèmes de ce genre sont déterminés encore par le *volume* occupé et par la *pression* ou les forces extérieures agissant sur le système.

Un système thermodynamique, ainsi que tout autre système physique, possède une certaine réserve d'énergie qu'on appelle habituellement son *énergie interne*. L'énergie interne d'un système est la somme de toutes les espèces d'énergie cinétique et potentielle de tous ses constituants : molécules, atomes, électrons. Par conséquent, l'énergie interne est composée de l'énergie cinétique de translation et de rotation des atomes et des molécules, de leur énergie d'oscillation, de l'énergie potentielle d'interaction des atomes et des molécules, de l'énergie cinétique et potentielle des électrons dans les atomes et de l'énergie intra-nucléaire. Toutefois, dans la plupart des phénomènes physiques auxquels participent les systèmes thermodynamiques, toutes les espèces d'énergie énumérées ne subissent pas forcément des modifications. Ainsi, lorsqu'un corps gazeux est comprimé, détendu ou chauffé, seules varient les intensités du mouvement de translation et de rotation des molécules ; l'énergie intra-atomique ne participe pas à ces processus. L'énergie intra-nucléaire ne varie pas au cours des processus chimiques ; les changements sont observés seulement pendant les phénomènes de radioactivité et les réactions nucléaires.

Aussi, utilisant la notion d'énergie interne, a-t-on très souvent en vue *non pas l'énergie totale* du système donné, mais seulement celle, variable, qui participe aux phénomènes considérés.

L'énergie interne d'un système est une fonction *univoque* de son état, c'est-à-dire qu'il correspond à chaque état déterminé une valeur bien définie de l'énergie interne (la réciproque n'est pas vraie : pour une énergie interne donnée, un système peut occuper différents états). C'est pourquoi l'énergie interne d'un système, notamment d'un système thermodynamique, peut être exprimée (calculée) en fonction des valeurs de toutes les grandeurs physiques (paramètres)

déterminant son état : volume, pression, température, etc. Toutefois, le calcul de l'énergie interne des corps à l'état solide ou liquide est difficile et exige un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. On a une formule relativement simple seulement pour le calcul de l'énergie interne d'un gaz raréfié en fonction de sa température (pour les gaz fortement comprimés, cette énergie dépend encore du volume). On peut l'obtenir en raisonnant comme suit :

admettons que le gaz soit extrêmement raréfié, de sorte qu'en moyenne ses molécules sont très éloignées les unes des autres et interagissent très faiblement. Dans ces conditions, l'énergie potentielle des molécules en interaction peut être négligée, et l'énergie interne du gaz sera déterminée uniquement par l'énergie cinétique de l'agitation thermique des molécules.

Si le gaz, outre qu'il est raréfié, a encore une haute température, alors on peut se servir des formules (1.7) et (1.9) :

$$U = N \frac{i}{2} kT. \tag{1.11}$$

Cette formule convient également au calcul de l'énergie de l'agitation thermique des molécules dans les matières cristallines simples (diamant, métaux) aux hautes températures et basses fréquences des oscillations des molécules, la formule (1.9) restant en vigueur ; on a dans ce cas $i = 6$ (étant donné que les molécules accomplissent des oscillations indépendantes dans 3 directions perpendiculaires dans l'espace, et chaque oscillation étant douée de deux degrés de liberté).

Supposons que le système passe de l'état d'énergie U_1 à l'état d'énergie U_2. Il peut y avoir variation de l'énergie interne du système si :

1) le système emprunte à l'extérieur ou lui cède une certaine énergie ΔE sous une forme quelconque, ou bien

2) le système accomplit un travail A contre les forces extérieures agissant sur lui (ou bien encore les forces extérieures accomplissent un certain travail A lorsqu'elles modifient la configuration des parties constituantes du système).

Convenons que l'énergie est positive lorsqu'elle est empruntée à l'extérieur et négative lorsque c'est le système qui la cède au milieu ambiant. Convenons encore d'appeler travail extérieur le travail des forces du système agissant sur les corps environnants. Ce travail peut être positif ou négatif. Ainsi, si un gaz contenu dans un cylindre (fig. II. 3) se dilate, la force de pression du gaz agissant sur le corps extérieur qu'est le piston effectue un travail positif. Lorsque le gaz est comprimé, la force de pression sur le piston effectue un travail négatif, cette force s'opposant au mouvement du piston.

Avec notre convention sur les signes de ΔE et A, on peut écrire, en vertu de la loi de conservation de l'énergie :

$$U_2 - U_1 = \Delta E - (\pm A), \tag{1.12}$$

c'est-à-dire que l'énergie interne du système peut diminuer ($U_2<U_1$) s'il cède de l'énergie ΔE au milieu ambiant, ou encore s'il effectue un travail positif A.

En thermodynamique technique, on considère des processus où le système reçoit de l'extérieur ou cède une certaine quantité d'énergie thermique Q, ou encore accomplit un travail extérieur positif ou négatif A. Alors on peut remplacer dans l'équation (1.12) A par Q et la recopier sous la forme :

$$Q=(U_2-U_1)+A, \tag{1.13}$$

ou, sous forme différentielle :

$$dQ=dU+dA. \tag{1.14}$$

Ces relations, exprimant la loi de conservation de l'énergie appliquée aux processus thermodynamiques, sont la formulation mathématique du *premier principe de la thermodynamique*. Ce principe stipule que *lors de la transition d'un système thermodynamique d'un état dans un autre la variation de son énergie interne est égale à la différence entre la quantité de chaleur reçue ou cédée* ($\pm Q$) *et le travail extérieur* ($\pm A$) *effectué alors par le système* :

$$U_2-U_1=Q-A; \quad dU=dQ-dA. \tag{1.15}$$

Notons que dans ces formules la chaleur Q, l'énergie interne U et le travail extérieur A doivent être exprimés dans les mêmes unités (joules). Si la chaleur est exprimée en calories, on utiiisera la formule de conversion :

$$1\ cal=4{,}1868\ joules.$$

§ 5. Travail extérieur d'un système et échange de chaleur avec le milieu ambiant. Chaleur spécifique des corps

Le premier principe de la thermodynamique relie entre eux : 1) la variation de l'énergie interne d'un système, 2) l'échange de chaleur avec le milieu ambiant et 3) le travail extérieur. Ces grandeurs doivent être exprimées en fonction de la variation des paramètres du système quand il passe de son état initial à l'état final. Comme l'énergie interne du système est une fonction univoque de l'état, connaissant les paramètres des états initial et final, on peut calculer les énergies du système U_1 et U_2 dans ces états et trouver ensuite la variation de cette énergie U_2-U_1. Toutefois, un tel calcul n'est facile que pour les gaz raréfiés, pour lesquels il existe une expression simple de l'énergie interne (1.9) en fonction d'un seul paramètre d'état : la température.

Le travail extérieur effectué par le système peut être calculé en fonction des valeurs des forces extérieures agissant sur lui et de la grandeur de sa déformation : changement de sa forme et de ses dimensions. En effet, pour que les forces extérieures appliquées au système accomplissent un travail positif ou négatif, il faut qu'il y ait

déplacement des points d'application de ces forces. Nous considérerons dans ce qui suit seulement des systèmes physiques auxquels les forces extérieures sont appliquées *à leurs surfaces*, par exemple, sous forme de pression extérieure comprimant le système. Dans ce cas, le calcul du travail extérieur peut être effectué en fonction de la variation du volume du système.

Soit p_i la pression extérieure agissant sur l'élément d'aire ΔS_i (fig. II. 4). Si pendant la détente du système cet élément d'aire s'est déplacé de Δl_i, le travail correspondant est $\Delta A_i = p_i \Delta S_i \Delta l_i = p_i \Delta V_i$, où ΔV_i est l'accroissement du volume du système lorsque l'élément

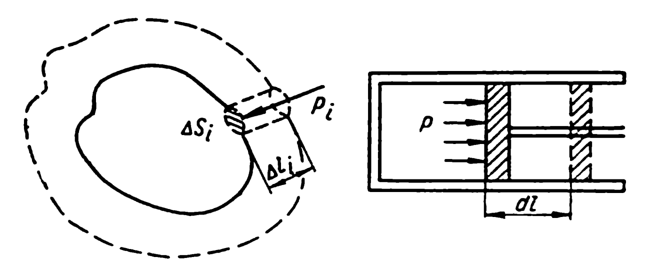


Fig. II. 4.

ΔS_i se déplace de Δl_i. Tout le travail de détente est égal à la somme des travaux élémentaires : $\Delta A = \Sigma p_i \Delta V_i$. Si la pression extérieure est la même sur tous les éléments de la surface, comme cela a lieu lors de la détente d'un gaz sous le piston (voir fig. II. 4), alors le travail extérieur est égal à

$$dA = Fdl = pSdl = pdV, \tag{1.16}$$

S étant l'aire du piston et $Sdl = dV$ la variation du volume du gaz. Pendant le mouvement du piston dans un cylindre la pression extérieure ne reste pas constante, et le travail extérieur accompli par le système quand son volume passe de V_1 à V_2 doit être calculé comme la somme :

$$A = \sum_{V_1}^{V_2} p_i \Delta V_i \quad \text{ou} \quad A = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \tag{1.17}$$

Ce n'est que dans le cas particulier où la pression extérieure est constante que l'on a

$$A = p\,(V_2 - V_1). \tag{1.18}$$

Notons que la grandeur du travail extérieur accompli par le système pour une variation déterminée du volume dépend du fait que cette variation s'effectue avec équilibre ou non. Supposons, par exemple, que le gaz se détende de dV ; si cette détente s'opère avec équilibre, le travail qui en résulte est alors $dA = pdV$, p étant la pression d'équilibre du gaz dans tout le volume considéré, ainsi

qu'à la surface du piston (fig. II.3). Comme il faut un certain temps pour que la pression du gaz s'uniformise pendant sa détente, si cette détente est rapide, la pression du gaz sur la surface du piston p_1 sera plus petite que si cette détente s'effectuait lentement (avec équilibre) ; le travail de détente $dA_d = p_1 dV$ est aussi plus petit que dA. S'il y a compression rapide, au contraire, la pression du gaz sur la surface du piston p_1 est plus grande que lorsqu'il y a compression lente avec équilibre, et le travail de compression $dA_c = p_1 dV$ est plus grand que dA. Par conséquent, lorsqu'il y a dilatation hors d'équilibre du système, on peut obtenir un travail positif plus petit que lorsqu'il y a dilatation avec équilibre. S'il y a compression hors d'équilibre, les forces extérieures agissant sur le système accomplissent un travail plus grand que lorsqu'il y a compression avec équilibre.

Il convient également de souligner que, pendant le passage équilibré d'un système d'un état déterminé à un autre, le travail accompli peut être différent selon la manière dont varie la pression avec le volume, c'est-à-dire selon la succession des états intermédiaires de ce passage. Les paramètres de l'état initial et de l'état final du système ne déterminent pas la grandeur du travail extérieur effectué pendant ce passage ; on peut trouver ce travail seulement si l'on connaît en outre la manière dont s'effectue ce processus de l'état initial à l'état final, étant donné qu'il existe une infinité de processus faisant passer ce système d'un état à un autre. Il correspond à chacun de ces processus un travail extérieur bien déterminé. Ceci étant, on désigne parfois le travail élémentaire (infiniment petit) pdV non pas par dA, mais par δA, soulignant ainsi que le travail (1.17) dépend du caractère de la variation de la pression dans le processus étudié $p = p(V)$. Toutefois, si l'on ne perd pas de vue cette dépendance, on pourra éviter des équivoques sans introduire une nouvelle notation.

L'échange de chaleur entre le système et le milieu ambiant dépend encore non seulement des paramètres des états initial et final du système, mais aussi de la succession des états intermédiaires. Ceci résulte du premier principe de la thermodynamique $Q = U_2 - U_1 + A$, où U_1 et U_2 sont déterminées une fois donnés les paramètres des états initial et final et le travail extérieur A dépendant en outre du processus transitoire. Il en résulte que l'échange de chaleur Q ne peut être exprimé uniquement en fonction de la température des états initial et final du système.

Supposons qu'une certaine quantité de gaz passe de l'état p_1, V_1 et T_1 à l'état p_2, V_2, T_2, et que le gaz ait reçu (ou cédé) la quantité de chaleur Q et accompli le travail extérieur A. Peut-on affirmer que la variation de la température du gaz de T_1 à T_2 a eu lieu uniquement parce qu'il a reçu ou cédé la chaleur Q? Evidemment non, puisque la variation de la température peut partiellement résulter du fait que le gaz a effectué un travail extérieur. On sait que la variation de la température des corps peut avoir lieu sans échange de chaleur avec le milieu ambiant : comprimant un gaz, on l'échauffe, il

se refroidit s'il se détend. Ainsi, lorsqu'un système passe d'un état à un autre, l'échange de chaleur entre le système et le milieu ambiant dépend de la grandeur du travail extérieur accompli pendant ce passage. Ceci étant, on désigne parfois l'échange de chaleur élémentaire non pas par dQ mais par δQ et on écrit le premier principe de la thermodynamique (1.14) sous la forme

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Toutefois, cette écriture ne sera pas indispensable si l'on a constamment présent à l'esprit dans les calculs et les raisonnements que Q et A dépendent de la succession des états traversés par le système. Si le système n'effectue pas un travail extérieur, l'échange thermique avec le milieu ambiant est égal à la variation de son énergie interne :

$$A = 0; \quad Q = U_2 - U_1; \quad dQ = dU. \tag{1.19}$$

Alors l'échange de chaleur peut être représenté en fonction de la variation de la température du système ; pour une matière homogène, on a recours à la formule

$$Q = Mc(T_2 - T_1); \quad dQ = McdT, \tag{1.20}$$

M étant la masse de la matière et c une grandeur caractérisant la matière considérée, appelée sa *chaleur spécifique*.

$$c = \frac{1}{M}\frac{dQ}{dT}. \tag{1.21}$$

Il résulte de mesures que la chaleur spécifique d'un corps donné n'est pas une grandeur constante, mais qu'elle varie avec la température (elle croît avec la température). Le calcul théorique de la chaleur spécifique des matières solides et liquides présente des difficultés considérables ; on ne la calcule facilement que pour les gaz.

On utilise aussi parfois la formule (1.20), exprimant la quantité de chaleur échangée en fonction de la température du système, lorsque le travail extérieur n'est pas nul, c'est-à-dire lorsque le système (par exemple un gaz) est compressé ou détendu et que, par conséquent, une partie de la variation de la température est due au travail extérieur. Dans ce cas, la chaleur spécifique du système c ne caractérise plus seulement les propriétés physiques du système, mais dépend encore du travail extérieur que le système accomplit pour la variation de température donnée.

§ 6. « Isoprocessus » ; processus adiabatique. Entropie d'un système. Processus cycliques

Parmi tous les processus équilibrés ayant lieu dans les systèmes thermodynamiques, on distingue les processus *isoparamétriques*, au cours desquels un des paramètres (volume, pression, température) reste *constant*. Nous emploierons le terme plus compact d'*isoprocessus* pour désigner un processus isoparamétrique :

1) processus *isochore*, le volume du système restant constant (V=Cte). Pendant un processus isochore le système n'accomplit pas de travail extérieur, donc, conformément à (1.13), la variation de l'énergie interne du système est égale à l'échange de chaleur avec le milieu ambiant ;

2) processus *isobare*, la pression exercée par le système sur les corps environnants restant constante (p=Cte). Pour un processus isobare le travail extérieur est calculé par la formule simple (1.18) ;

3) processus *isotherme*, la température du système restant constante (T=Cte). Si c'est l'évolution d'un gaz qui est isotherme, la constance de la température signifie, en égard à la formule (1.11), la constance de l'énergie interne ($U_1=U_2$) ; toutefois, pour les autres systèmes $U_1 \neq U_2$.

On adjoint encore à ces processus

4) le processus *adiabatique*, tout au long duquel le système n'échange pas de chaleur avec l'extérieur ($dQ=0$, $Q=0$). Il résulte du premier principe de la thermodynamique que pendant les transformations adiabatiques

$$Q=U_2-U_1+A=0\,; \quad U_1-U_2=A, \tag{1.22}$$

c'est-à-dire que le travail extérieur est accompli seulement au détriment de l'énergie interne du système. Si le système effectue un travail extérieur positif, son énergie interne diminue d'autant, et inversement, si le système accomplit un travail négatif, son énergie interne s'accroît (aux dépens du travail des forces extérieures).

Les processus adiabatiques, ainsi que n'importe quels autres processus, peuvent s'opérer avec ou sans équilibre. Pour caractériser un *processus adiabatique équilibré*, on peut introduire une certaine grandeur physique qui reste *constante* pendant tout le temps que dure ce processus ; c'est *l'entropie*. Cette grandeur doit être évidemment une fonction univoque de l'état, c'est-à-dire qu'il doit correspondre à chaque état du système une valeur bien déterminée de l'entropie. On est convenu de désigner l'entropie par S et de la définir comme suit : l'entropie est une fonction univoque de l'état du système dont la variation, lorsqu'il passe d'un état d'équilibre à un autre, est égale au quotient de la chaleur échangé avec le milieu ambiant par la température à laquelle a eu lieu cet échange ; pour une variation infinitésimale de l'état du système, on a

$$dS=\frac{dQ}{T}\,. \tag{1.23}$$

Lorsqu'un système passe d'un état d'équilibre *1* à un autre état *2* par une succession d'états d'équilibre intermédiaires, la variation de l'entropie se calcule par la formule

$$S_2-S_1=\int_1^2 \frac{dQ}{T}\,. \tag{1.24}$$

Pour des processus adiabatiques équilibrés, $dQ=0$, $S_2=S_1$; les *processus adiabatiques équilibrés sont des processus isoentropiques*, c'est-à-dire que l'entropie ne varie pas (S=Cte). Au cours des autres processus, notamment des processus isochores, isobares et isothermes, l'entropie varie. Pour les processus isothermes équilibrés on a T=Cte et le calcul de la variation de l'entropie donne un résultat très simple :

$$S_2-S_1=\frac{1}{T}\int_1^2 dQ=\frac{Q}{T}. \quad (1.25)$$

Dans tous les cas où le système *reçoit* de la chaleur de l'extérieur Q est positif. Par conséquent, $S_2>S_1$ et l'entropie du système augmente. Mais si le système *cède* de la chaleur, Q est affecté du signe moins, donc $S_2<S_1$; l'entropie du système diminue.

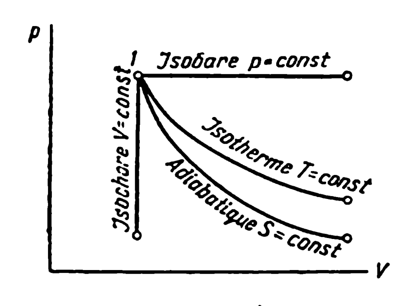


Fig. II. 5.

Les formules (1.23) et (1.24) ne permettent de calculer que les *variations* de l'entropie du système, et non pas l'entropie elle-même. Cependant, cela suffit amplement pour les calculs thermodynamiques ; ce qui nous intéresse presque toujours, c'est le passage du système d'un état à un autre, et c'est pourquoi les formules définitives de calcul contiennent non pas la valeur absolue de l'entropie, mais seulement sa variation dans la transformation considérée. On peut faire la même remarque sur l'énergie interne d'un système : la valeur exacte de l'énergie interne des systèmes thermodynamiques, compte tenu des énergies intra-atomique et intranucléaire, n'est utilisée presque nulle part ; seules les *variations* de l'énergie interne, lorsque le système passe d'un état à un autre, ont une importance pratique.

Les isoprocessus peuvent être représentés graphiquement dans des systèmes de coordonnées dont on porte sur les axes les valeurs des paramètres d'état. En particulier, si ces isoprocessus sont accomplis par des *corps gazeux*, on peut se borner à un système *plan* de coordonnées, dont on porte sur les axes la pression et le volume, ou la température et le volume, ou, enfin, la température et la pression. Le troisième paramètre d'état du gaz pouvant être calculé à l'aide de l'équation d'état $\left(\frac{pV}{T}=\text{Cte}\right)$, la connaissance de deux paramètres d'un gaz détermine complètement son état. On a représenté sur la fig. II. 5 les graphiques d'isoprocessus dans les coordonnées p, V à partir d'un seul et même état initial *1*. La courbe du processus adiabatique (l'« adiabatique ») a une pente plus raide que la courbe

du processus isotherme (l'« isotherme »). Cette circonstance peut être facilement expliquée en partant de l'équation d'état des gaz. La différence de pression lorsqu'un gaz se détend à partir du volume V_1 au volume V_2 est égale à :

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\text{Cte}\,;\ \frac{p_2V_2}{T_2}=\text{Cte}.$$

$$p_1-p_2=\text{Cte}\left(\frac{T_1}{V_1}-\frac{T_2}{V_2}\right). \tag{1.26}$$

Pendant une détente adiabatique, le travail extérieur est effectué seulement au détriment de l'énergie interne du gaz, donc l'énergie interne et la température du gaz décroissent ($T_2<T_1$). Dans un processus isotherme $T_2=T_1$. Par conséquent, dans la formule (1.26) la différence de pression p_1-p_2 est plus grande pour une détente adiabatique que pour une détente isotherme.

La commodité du système de coordonnées p, V tient à ce que, dans ces coordonnées, le travail extérieur effectué par le système est représenté, à l'échelle du dessin, par l'aire délimitée par la courbe du processus *1 — 2*, les verticales menées par les points *1* et *2* correspondant à l'état initial et à l'état final (fig. II. 6). En effet, le travail élémentaire de détente (ou de compression) lorsque le volume varie de dV est égal, en vertu de (1.16), au produit pdV, représenté sur la figure par l'aire hachurée. Le travail total de détente du gaz lorsque son volume passe de V_1 à V_2 est représenté par l'aire *1 — 2 — 3 — 4 — 1*. Ce travail dépend de la transition du système d'un état à un autre, c'est-à-dire de l'allure de la courbe *1 — 2*.

Très importants sont en thermodynamique les processus dits *cycliques* ou *fermés*, lorsque le système revient exactement à son état initial. Graphiquement, dans un système de coordonnées dont on a porté sur les axes les paramètres d'état, les processus cycliques sont représentés par des courbes fermées ; ainsi, pour les gaz dans le système p, V un processus cyclique est représenté par une courbe plane fermée (fig. II. 7).

Si tous les états par lesquels passe un système subissant une transformation cyclique sont des états d'équilibre, le processus cyclique tout entier est dit *équilibré*. Il est évident que les processus cycliques sont équilibrés (ou, plus exactement, presque équilibrés) s'ils évoluent assez lentement pour que, pendant le passage d'un état à un autre, le système ne s'écarte pas sensiblement de l'état d'équilibre. Les processus cycliques de ce genre évoluant lentement (avec équilibre) sont *réversibles*, c'est-à-dire qu'ils peuvent évoluer à rebours en passant par la même succession d'états. Les processus cycliques évoluant rapidement sont

Fig. II. 6.

constitués d'une succession d'états d'inéquilibre (cela a été représenté au paragraphe 5 dans le cas d'une compression et d'une détente rapide d'un gaz) ; les processus de ce genre passent en sens inverse par une autre succession d'états d'inéquilibre. Ci-dessous nous n'examinerons que les processus cycliques équilibrés.

Appliquons le premier principe de la thermodynamique aux processus cycliques ; étant donné que les états initial et final du système coïncident, on a $U_1=U_2$ et $U_2-U_1=0$, c'est-à-dire que lors des processus cycliques, la variation de l'énergie interne du système

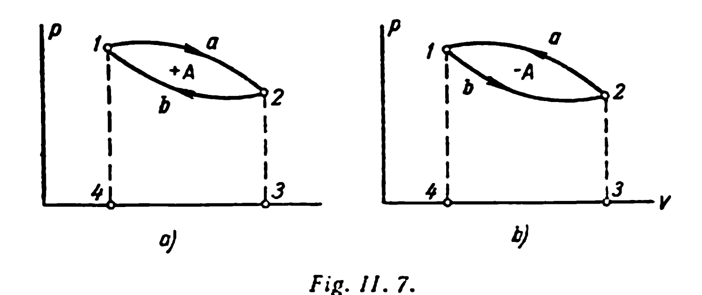


Fig. II. 7.

est nulle. Il résulte alors du premier principe de la thermodynamique (1.13)

$$Q=A, \tag{1.27}$$

c'est-à-dire, qu'évoluant cycliquement, le système accomplit un travail extérieur en contre-partie de la chaleur empruntée à l'extérieur, donc *transforme l'énergie thermique* empruntée à l'extérieur en *travail mécanique* contre les forces extérieures. C'est en cela que consiste la grande importance des processus cycliques en thermodynamique. Etant donné que, revenant à son état initial après une transformation cyclique, le système est doué de la même énergie interne, on peut répéter indéfiniment cette transformation, convertissant chaque fois une certaine quantité d'énergie thermique en travail mécanique sans qu'il y ait changements du système, quels qu'ils soient. Les processus cycliques sont parfois appelés *cycles*.

On peut faire évoluer un processus cyclique aussi bien dans un sens que dans l'autre. Considérons d'abord le processus cyclique représenté sur la fig. II. 7 (*a*) ; on a indiqué par des flèches les sens de ce processus. Sur le graphique, l'aire $1-a-2-3-4-1$ représente, à l'échelle du dessin, le travail extérieur *positif* (A_1) effectué par le système contre les forces extérieures pendant la détente, et l'aire $2-b-1-4-3-2$ le travail *négatif* (A_2) effectué par le système pendant sa compression (rappelons qu'un travail négatif du système signifie que le travail positif est effectué par les *forces extérieures*). Faisant la somme de ces deux travaux A_1 et A_2,

on obtient qu'à l'issue d'un tel cycle le système a effectué un travail positif $A=A_1-A_2$ (étant donné que $A_1>A_2$), représenté sur le graphique par l'aire *1 — a — 2 — b — 1*. Or, conformément à (1.27), pour accomplir un travail positif, le système doit recevoir de l'extérieur une quantité équivalente de chaleur $Q=A$. Par conséquent, les processus fermés évoluant dans le sens *1 — a — 2 — b — 1* peuvent être utilisés dans les *machines thermiques*, destinées à transformer de l'énergie calorifique en travail mécanique.

Il importe de souligner que dans la relation $Q=A$, déduite du premier principe de la thermodynamique pour les cycles, Q est l'échange de chaleur *résultant* entre le système et le milieu ambiant, c'est-à-dire la *différence* entre la chaleur Q_1 *empruntée* à l'extérieur et la chaleur Q_2 qui lui est *cédée* :

$$Q=Q_1-Q_2.$$

Il a été établi (cf. § 7) qu'évoluant d'après le cycle *1 — a — 2 — b — 1* un système thermodynamique ne peut transformer entièrement toute l'énergie thermique Q_1, *empruntée* à l'extérieur en travail mécanique ; le système cède obligatoirement au milieu une partie de l'énergie reçue sous forme de chaleur Q_2. Cela étant, on convient d'appeler *rendement d'un cycle* (plus exactement, coefficient d'utilisation de la chaleur) le rapport de la quantité de chaleur transformée en travail ($A=Q=Q_1-Q_2$) et de la quantité totale de chaleur Q_1 empruntée à l'extérieur :

$$\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}. \qquad (1.28)$$

Le rendement des processus cycliques évoluant hors d'équilibre est inférieur à ceux évoluant avec équilibre. En effet, lorsqu'il y a détente hors d'équilibre, comme on l'a montré au § 5, le système accomplit un travail A_1 plus petit que si l'équilibre était conservé pendant la détente. Il en résulte que le travail utile $A=A_1-A_2$ dans un cycle est plus petit hors d'équilibre.

Considérons à présent un cycle (fig. II. 7, *b*) évoluant dans le sens inverse *1 — b — 2 — a — 1*. La détente du système a lieu le long de la courbe *1 — b — 2*, et la compression le long de *2 — a — 1*. C'est pourquoi le travail *positif* A_1 accompli par le système pendant la détente (l'aire *1 — b — 2 — 3 — 4 — 1*) est plus *petit* que le travail négatif A_2 pendant la compression (l'aire *2 — a — 1 — 4 — 3 — 2*). Pour un tel cycle le travail résultant $A=A_1-A_2$ est *négatif*. En vertu du premier principe de la thermodynamique pour les cycles (1.27), il doit correspondre à un travail extérieur négatif un échange de chaleur négatif ($-A=-Q$), c'est-à-dire que le système décrivant le processus cyclique dans le sens *1 — b — 2 — a — 1* doit céder au milieu ambiant plus de chaleur ($-Q_2$) qu'il ne lui en emprunte ($+Q_1$) :

$$Q=Q_1-Q_2; \quad Q_1<Q_2.$$

Par conséquent, dans la transformation cyclique inverse le système reçoit l'énergie Q et le travail A, et restitue au milieu ambiant la chaleur $Q_2=Q_1+A$. Etant donné que, dépensant un travail extérieur A, on peut comprimer le système (par exemple un gaz) et élever sa température, la chaleur Q_2 peut être cédée à des corps environnants possédant une haute température, alors que la température Q_1 peut être empruntée à des corps à basse température. Répétant un grand nombre de fois un tel cycle, on peut ainsi refroidir progressivement les corps auxquels le système enlève la chaleur Q_1. Par conséquent, les cycles évoluant dans le sens *1 — b — 2 — a — 1* peuvent être utilisés dans les *machines réfrigératrices* où l'on dépense un travail mécanique pour obtenir du froid.

Etudiant en détail les processus cycliques, il convient de s'intéresser à la température à laquelle a lieu l'échange de chaleur entre le système et les corps environnants. Divisons le processus cyclique en tronçons élémentaires ; sur certains tronçons le système reçoit de la chaleur de l'extérieur (ces chaleurs seront désignées par ΔQ_1), sur d'autres, il cède de la chaleur au milieu ambiant (les chaleurs cédées seront désignées par ΔQ_2). Désignons les températures auxquelles le système reçoit la chaleur ΔQ_1 par T_1 et par T_2 les températures auxquelles le système cède à l'extérieur les chaleurs ΔQ_2. L'étude théorique de tous les processus cycliques équilibrés a montré que la somme des rapports $\frac{\Delta Q_1}{T_1}$ calculés sur les tronçons où le système reçoit de la chaleur est toujours égale à la somme des rapports $\frac{\Delta Q_2}{T_2}$ calculés sur les tronçons où le système cède de la chaleur :

$$\sum \frac{\Delta Q_1}{T_1}=\sum \frac{\Delta Q_2}{T_2}. \tag{1.29}$$

Admettons, pour simplifier, que le système évoluant en cycle équilibré reçoive la chaleur Q_1 à la température constante T_1 et cède la chaleur Q_2 à la température constante T_2, c'est-à-dire que les tronçons du cycle où il y a échange de chaleur entre le système et les corps environnants sont des *isothermes*. On a alors

$$\sum \frac{\Delta Q_1}{T_1}=\frac{1}{T_1}\sum \Delta Q_1=\frac{Q_1}{T_1}; \quad \sum \frac{\Delta Q_2}{T_2}=\frac{1}{T_2}\sum \Delta \quad Q_2=\frac{Q_2}{T_2},$$

et on déduit de la relation (1.29):

$$\frac{Q_1}{T_1}=\frac{Q_2}{T_2}; \quad \frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1}.$$

Substituant ce résultat dans l'expression du rendement du cycle (1.28), on obtient pour ce cas particulier

$$\eta=1-\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}. \tag{1.30}$$

Comme $Q_2 < Q_1$, on a $T_2 < T_1$, c'est-à-dire que le système doit emprunter la chaleur Q_1 aux corps ayant une haute température T_1 et céder la chaleur Q_2 aux corps environnants de basse température T_2.

§ 7. Deuxième principe de la thermodynamique

La relation (1.29) indiquée au paragraphe précédent est fondamentale en thermodynamique. Recopions-la sous la forme suivante quelque peu modifiée

$$\sum\left(\frac{+\Delta Q}{T_1}+\frac{-\Delta Q}{T_2}\right)=0; \quad \sum\frac{\pm\Delta Q}{T}=0. \tag{1.31}$$

Désignant par le symbole $\oint$ l'intégrale calculée le long du cycle fermé, on peut représenter l'expression ci-dessus par l'écriture plus précise

$$\oint\frac{dQ}{T}=0, \tag{1.32}$$

où les échanges élémentaires de chaleur dQ entre le système et le milieu ambiant sont pris avec leurs signes : le signe plus si dQ est fourni par l'extérieur, et le signe moins si dQ est cédé à l'extérieur.

La relation (1.29) résulte de calculs relatifs à certains processus cycliques relativement simples effectués par des systèmes thermodynamiques élémentaires. Ainsi, on démontrera cette relation au chapitre suivant pour le cycle de Carnot accompli par un gaz parfait. Néanmoins, il existe une multitude de processus cycliques et de systèmes thermodynamiques. Comme pour chacun des cycles étudiés la somme $\sum\frac{\Delta Q}{T}$ a toujours été nulle, cela justifie l'hypothèse que la relation (1.31), ou son équivalent (1.32), est *universelle*, c'est-à-dire qu'elle a vraisemblablement lieu sans exception pour toutes les transformations cycliques et tous les systèmes thermodynamiques. Cela équivaut à l'affirmation que la formule (1.32) ou (1.31) exprime une certaine *loi thermodynamique* ou qu'elle en est une conséquence. Pour trouver la formulation de cette loi, faisons l'étude de la relation (1.31) et de ses conséquences.

Tout d'abord, il résulte de la relation (1.31) que les cycles au cours desquels un système recevrait de la chaleur sans en céder sont impossibles. En effet, pour de tels cycles, toutes les quantités élémentaires de chaleur ΔQ seraient positives, et alors, en contradiction avec la relation (1.31), la somme $\sum\frac{\Delta Q}{T}$ serait différente de zéro (les termes négatifs de cette somme $\frac{-\Delta Q}{T}$, correspondant à la chaleur cédée par le système au milieu ambiant, seraient absents). Remarquons que les processus de ce genre ne contrediraient pas le premier principe de la thermodynamique, c'est-à-dire le principe de la conservation de l'énergie, car, ayant reçu de l'extérieur la quantité de chaleur Q_1, le système peut effectuer une quantité équivalente de travail positif

extérieur $A=Q_1$ et revenir à son état initial avec la même valeur pour son énergie interne.

Il est évident qu'il ne peut exister non plus de processus au cours desquels un système céderait seulement de la chaleur sans en recevoir ; alors dans la somme $\sum \frac{\Delta Q}{T}$ on n'aurait que des termes négatifs et elle ne pourrait être nulle. Les processus de ce genre ne contrediraient pas non plus la loi de conservation de l'énergie, étant donné que, par le travail des forces extérieures, on pourrait compenser intégralement la perte d'énergie du système cédant de la chaleur au milieu ambiant ($-A=-Q_2$), et le système pourrait encore revenir à son état initial avec une énergie totale nulle.

Par conséquent, on voit qu'il est impossible de réaliser un cycle où le système transformerait complètement en travail mécanique toute l'énergie calorifique Q_1 empruntée à l'extérieur ; le système cède obligatoirement au milieu ambiant une partie Q_2 de cette énergie sous forme de chaleur. Se servant de la notion de coefficient d'utilisation de la chaleur d'un cycle (1.28), on peut affirmer que ce coefficient ne peut jamais être égal à l'unité.

Admettons que l'échange de chaleur dans les deux sens avec l'extérieur soit *isotherme*. Alors, comme on l'a démontré au paragraphe précédent, il résulte de la relation (1.29): $\frac{Q_1}{T_1}=\frac{Q_2}{T_2}$ ou $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{T_1}{T_2}$, c'est à-dire qu'un système décrivant un cycle direct ($Q_1>Q_2$) reçoit la quantité de chaleur Q_1 d'une source chaude T_1 et cède la chaleur Q_2 à une source froide T_2. Par conséquent, pour transformer de l'énergie thermique en travail au moyen de cycles, il faut qu'il y ait une *différence de température* entre les corps environnant le système. Il est essentiel que, dans un cycle, il y ait non seulement transformation d'une certaine quantité de chaleur $Q=Q_1-Q_2$ en travail, mais encore un transfert improductif inévitable de chaleur Q_2 de la source chaude à la source froide. La quantité de « chaleur inutilisée » dépend de la différence de température entre les sources participant à l'échange de chaleur avec le système. Plus la différence entre la température T_1, à laquelle le système reçoit la chaleur Q_1 et la température T_2, à laquelle il cède la chaleur inutilisée Q_2, est grande, et plus est grand le rendement du cycle $\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$ et, par conséquent, Q_2 petit. Notamment, si la source froide, à laquelle le système cède la chaleur Q_2, a pour température le zéro absolu (c'est-à-dire que $T_2=0$), alors $\eta=1$ et $Q_2=0$.

On peut déduire de ces raisonnements que seuls peuvent exister des cycles où le système emprunte aux corps environnants, à température élevée, une certaine quantité de chaleur Q_1, dont ils transforment une partie en travail A, le reste, $Q_2=Q_1-A$, étant retourné au milieu ambiant, à des corps de température plus basse.

Nous avions en vue ci-dessus des processus cycliques évoluant

dans le sens direct (fig. II. 7, *a*) ; dans le cas de cycles évoluant dans le sens inverse (fig. II.7, *b*), le système enlève la chaleur Q_1 aux corps environnants à basse température, utilise le travail A dépensé par des forces extérieures pour élever la température, puis restitue la chaleur $Q_2=Q_1+A$ à des corps à haute température.

On peut obtenir encore une conséquence de la relation (1.31). Au paragraphe précédent, nous sommes convenu d'appeler la quantité $\frac{dQ}{T}$ variation de *l'entropie* du système. Etant donné que lorsque le système reçoit de la chaleur de l'extérieur (ΔQ positif) l'entropie du système croît, et qu'elle décroît lorsque le système cède de la chaleur au milieu ambiant (ΔQ négatif), dans la relation (1.31) la somme $\sum \frac{\Delta Q_1}{T_1}$ est l'accroissement total, et la somme $\sum \frac{\Delta Q_2}{T_2}$ la diminution totale de l'entropie du système pendant le cycle tout entier. Alors l'égalité $\sum \frac{\Delta Q_1}{T_1}=\sum \frac{\Delta Q_2}{T_2}$ ou $\oint \frac{dQ}{T}=0$ signifie qu'à l'issue d'un cycle l'augmentation de l'entropie du système par afflux de chaleur est complètement compensée par la diminution de l'entropie par restitution de chaleur, donc la variation totale de l'entropie est nulle :

$$\Delta S=\sum \frac{\Delta Q_1}{T_1}-\sum \frac{\Delta Q_2}{T_2}=0. \qquad (1.33)$$

Par conséquent, lorsqu'un système revient à son état initial après avoir décrit un cycle, son entropie reprend la même valeur qu'au début du cycle ; l'entropie a une valeur bien déterminée pour chaque état du système.

Ainsi, nous avons déduit de la relation (1.31) plusieurs conséquences caractérisant les cycles. Ces conséquences peuvent être utilisées pour l'énoncé du *second principe de la thermodynamique*, régissant, sans exception, tous les processus cycliques décrits par divers systèmes thermodynamiques. Il existe plusieurs énoncés de ce principe dont nous donnerons les suivants (nous n'envisagerons que les cycles directs, le système effectuant un travail extérieur positif) :

1) il n'existe pas de processus cycliques au cours desquels le système pourrait recevoir de l'extérieur *uniquement* de la chaleur Q_1, qui serait transformée en quantité équivalente de travail positif extérieur $A=Q_1$.

Toutefois, dans cet énoncé, on spécifie quels sont les cycles *irréalisables*, mais on passe sous silence les cycles *réalisables*. Aussi formule-t-on encore le second principe comme suit :

2) les cycles accomplis par n'importe quel système thermodynamique ont lieu avec emprunt d'une certaine quantité de chaleur Q_1 à des corps à température élevée, restitution d'une partie de cette chaleur Q_2 à des corps à température inférieure et transformation de la différence Q_1-Q_2 en travail mécanique.

Remarquons que l'énergie thermique est liée au mouvement désordonné des particules du système et que le travail mécanique ré-

sulté du mouvement *ordonné* de ces particules. Ainsi, si un gaz poussant un piston dans un cylindre (cf. § 3, fig. II. 3) effectue un travail mécanique, cela signifie qu'une partie de l'énergie cinétique du mouvement chaotique des molécules de ce gaz est communiquée au piston, c'est-à-dire se transforme en énergie de mouvement ordonné du piston. On peut affirmer en général que la transformation de l'énergie thermique en travail mécanique est la transition de l'énergie du mouvement chaotique des molécules du système en énergie du mouvement ordonné. Ceci étant, on peut interpréter le second principe de la thermodynamique comme suit :

3) à l'aide de cycles accomplis par un système thermodynamique quelconque, il est impossible de transformer entièrement l'énergie d'agitation moléculaire des corps environnants en énergie de mouvement ordonné de ces corps.

On peut donner un autre énoncé du deuxième principe de la thermodynamique en se servant de la notion d'entropie. Faisons au préalable une remarque au sujet du premier principe de la thermodynamique ; considérons l'équation (1.13), que nous avons appelée formulation mathématique de ce principe :

$$U_2 - U_1 = Q - A. \tag{1.34}$$

Appliquant cette relation à des processus cycliques, nous supposions que $U_1 = U_2$, et donc que $Q = A$. On considérait comme *évident* que, revenant à son état initial, le système retrouvait exactement la même valeur pour son énergie interne, c'est-à-dire qu'à chaque état déterminé l'énergie interne du système était complètement déterminée. Cette affirmation « évidente » exprime en fait le *premier principe de la thermodynamique* ; en effet, si l'énergie interne du système n'était pas une fonction univoque de l'état, alors U_1, U_2 et, par conséquent, l'équation (1.34) elle-même ne pourraient avoir un sens déterminé. De sorte qu'on peut formuler le premier principe de la thermodynamique comme suit :

1) *l'énergie interne des systèmes thermodynamiques est une fonction univoque de l'état de ces systèmes.*

Par conséquent, lorsque le système passe d'un état à un autre, la variation de l'énergie interne $U_2 - U_1$ est égale à la différence entre l'énergie empruntée à l'extérieur et celle restituée au milieu ambiant ; dans les processus cycliques cette variation est nulle.

On peut donner un énoncé analogue au second principe de la thermodynamique. Plus haut, analysant la relation (1.31), nous avons déduit que dans un cycle la variation totale de l'entropie des systèmes thermodynamiques était nulle, c'est-à-dire que, lorsque le système était retourné à son état initial, son entropie reprenait exactement la même valeur. Cette affirmation est équivalente à la relation (1.31), et donc au second principe de la thermodynamique ;

2) *l'entropie des systèmes thermodynamiques est une fonction univoque des états de ces systèmes.*

La variation de l'entropie lorsqu'un système passe avec équilibre d'un état à un autre doit être définie par la formule

$$S_2-S_1=\int_1^2\frac{dQ}{T}, \qquad (1.35)$$

et, en vertu de (1.33), cette variation est nulle pour les cycles. La variation de l'entropie pour des processus hors d'équilibre est une question très complexe examinée en physique théorique ; dans le cas du système thermodynamique simple d'un gaz parfait, cette question sera partiellement examinée au paragraphe suivant.

Le premier et le deuxième principe de la thermodynamique déterminent le fonctionnement des *machines thermiques et réfrigératrices* à fonctionnement périodique, destinées à la transformation de l'énergie thermique en travail mécanique et vice versa. Aussi formule-t-on parfois ces principes d'une autre manière, mais les nouvelles formulations coïncident en fait avec celles données plus haut ; la différence est que les nouveaux énoncés spécifient concrètement les champs d'application de ces principes.

Le premier principe de la thermodynamique stipule : *on ne peut* construire une machine thermique à action périodique qui, sans recevoir de l'énergie de l'extérieur, produirait un certain travail extérieur et retournerait exactement à son état initial.

En répétant un grand nombre de fois un tel cycle, on pourrait accomplir dans le milieu ambiant autant de travail qu'on le voudrait sans altérer la machine et sans emprunter de l'énergie au milieu ambiant. Les machines qui pourraient ainsi travailler sont appelées des « moteurs perpétuels de première espèce ». Le premier principe de la thermodynamique stipule qu'*il ne peut exister de moteur perpétuel de première espèce.*

Un tel cycle irréalisable de machine thermique a été représenté schématiquement sur la fig. II. 8.

Ici p_0, V_0, T_0 sont les principaux paramètres d'état de la machine, U_0, son énergie interne. On suppose qu'au bout d'un tel cycle il n'y a dans la machine aucun changement résiduel, et que la machine, avec tous les corps qu'elle contient, revient exactement à son état initial.

Toutefois, la première loi de la thermodynamique *admet* l'existence de machines thermiques accomplissant un travail mécanique en contre-partie de l'énergie thermique empruntée à l'extérieur. Le second principe de la thermodynamique *limite* les

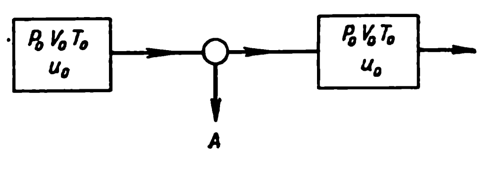


Fig. II. 8.

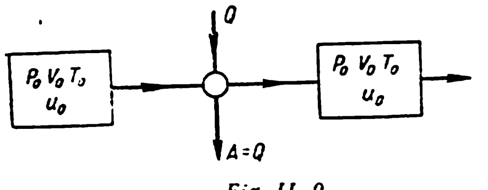


Fig. II. 9.

possibilités de transformation de l'énergie thermique en travail mécanique :

Il est impossible de construire une machine thermique à action périodique qui transformerait intégralement l'énergie thermique empruntée à l'extérieur en travail et qui reviendrait exactement à son état initial.

Répétant un grand nombre de fois un tel cycle, on pourrait transformer en travail les quantités considérables d'énergie thermique existentes. Une machine qui pourrait accomplir cette tâche est appelée « moteur perpétuel de seconde espèce ». Le cycle de fonctionnement de telles machines peut être représenté schématiquement (fig. II. 9).

On suppose alors qu'il n'y a dans la machine au bout d'un cycle aucun changement résiduel, et qu'il n'y a que dans le milieu ambiant disparition d'une quantité de chaleur Q et production de travail $A=Q$. Ainsi, le second principe de la thermodynamique stipule qu'*il ne peut exister de moteur perpétuel de seconde espèce.*

Le premier et le second principe de la thermodynamique admettent le fonctionnement périodique des machines thermiques seulement d'après le schéma de la fig. II. 10.

La source de chaleur, où la machine puise l'énergie thermique Q_1, doit avoir une température supérieure à la source froide, à laquelle la machine restitue une part Q_2 de l'énergie thermique inutilisée.

On appelle « machines thermiques *parfaites* » des machines dont les cycles évoluent avec *équilibre*, c'est-à-dire qui sont *réversibles*. De telles machines, si on les fait travailler en sens inverse, peuvent enlever de la chaleur Q_2 à la source froide, dépenser le même travail A, accompli à présent par les forces extérieures, et restituer à la source chaude la chaleur $Q_1=Q_2+A$ qui était empruntée quand la machine travaillait dans le sens direct. Alors, les changements ayant lieu dans la machine et dans le milieu ambiant pendant le cycle inverse correspondent exactement aux changements qui avaient lieu pendant le cycle direct. On peut montrer que, pour des températures déterminées de la source chaude T_1 et de la source froide T_2, le *rendement*

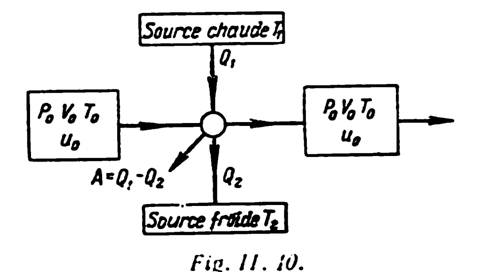


Fig. II. 10.

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}$$

de toutes les machines thermiques *parfaites*, travaillant aussi bien dans le sens direct que dans le sens inverse, indépendamment de leur construction, de la composition de la matière travaillante et du caractère du cycle de la machine, est le même et égal à

$$\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}.$$

Ceci résulte de la relation (1.30), également applicable aux machines thermiques, étant donné que ces machines sont des systèmes thermodynamiques. On peut montrer par des raisonnements élémentaires que s'il existait deux machines thermiques parfaites ayant des rendements différents, on pourrait réaliser, en faisant travailler l'une d'elles dans le sens direct et l'autre dans le sens inverse, un moteur perpétuel de seconde espèce.

Les machines travaillant suivant le cycle inverse (c'est-à-dire empruntant de la chaleur à des corps à basse température et la restituant à des corps à haute température) permettent de dépenser plus économiquement l'énergie de chauffage (par exemple de logements et de locaux de production, etc.). Soit une quantité d'énergie électrique W. Si on la convertit directement en chaleur, on a $Q=W$ *joules* de chaleur. Or, cette énergie peut alimenter une machine travaillant d'après le cycle inverse. Cette machine, dépensant le travail $A=W$, enlève au réservoir de chaleur à basse température la quantité de chaleur Q_2 et cède à l'usager $Q_1=Q_2+A=Q_2+W$ *joules* de chaleur à la température élevée requise. Ainsi, sans la machine l'usager recevrait W *joules* de chaleur, alors qu'elle en reçoit avec cette machine $W+Q_2$, la machine ne dépensant aucune autre énergie à part W. On peut affirmer que dans notre cas la machine travaille comme « une pompe thermique pompant de la chaleur dans le réservoir à basse température et refoulant cette chaleur dans le réservoir à haute température ».

On se sert également d'une machine thermique parfaite pour construire une échelle thermodynamique de chaleur (cf. § 18).

Chapitre II

GAZ PARFAIT

§ 8. Définition du gaz parfait ; équation fondamentale de la théorie cinétique des gaz. Vitesse moyenne des molécules

L'état gazeux de la matière est caractérisé par le fait que ses infimes particules — atomes et molécules — séjournent la plupart du temps à des distances relativement grandes les unes des autres. Les forces d'interaction ont une action notable seulement pendant des laps de temps très courts, lorsque les particules du gaz entrent en collision. Plus la densité du gaz est petite, plus est grand le libre parcours de ses molécules et, par conséquent, plus petite est l'action des forces moléculaires sur le comportement général du gaz au cours de telle ou telle modification de son état.

Par conséquent, étudiant les propriétés des gaz raréfiés, on peut négliger l'action des forces moléculaires ; les dimensions des molécules étant très petites, on peut négliger également le volume propre des particules de gaz par rapport au volume du récipient dans lequel il se trouve. On arrive ainsi à la notion de *gaz parfait*, dont la théorie se révèle très simple. Ayant fondé théoriquement les propriétés du gaz parfait, on peut passer ensuite à la théorie des gaz réels en apportant des corrections tenant compte de l'action des forces moléculaires et de l'influence du volume propre des particules du gaz.

On appelle gaz parfait un gaz satisfaisant aux conditions suivantes :

1) le volume propre des particules (molécules ou atomes) de gaz est infiniment petit par rapport au volume du récipient dans lequel le gaz est contenu ;

2) il n'y a pas de forces d'interaction des particules de ce gaz ; (ou bien elles sont si faibles qu'on peut les négliger) ;

3) les chocs des particules de gaz entre elles et contre les parois du récipient sont absolument élastiques.

Parfois, en relation avec la première hypothèse, on considère les particules du gaz parfait comme des « points matériels ». Alors, pour que l'échange d'énergie entre de tels corps ponctuels soit possible, on ne saurait ignorer l'action des forces moléculaires (la probabilité de collision de points matériels n'interagissant pas est nulle). Toutefois, si l'on assimile les particules du gaz parfait à des sphères très petites, mais de dimensions finies, la probabilité de collision de ces particules sera également nulle en l'absence de forces d'interaction : on pourra alors considérer ces collisions comme de simples chocs mécaniques de sphères.

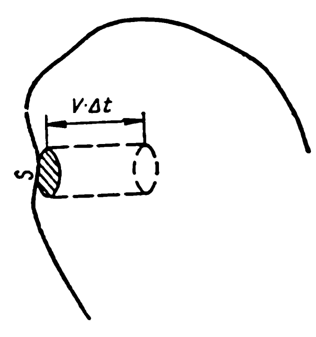


Fig. II. 11.

Les particules du gaz peuvent être animées de différentes vitesses : tout d'abord, pour simplifier les raisonnements, supposons que les particules du gaz aient toutes la même vitesse, leurs directions étant tout à fait arbitraires dans l'espace. Cela signifie que le nombre de particules se mouvant dans une direction est égal au nombre de particules se mouvant dans la direction opposée, ainsi que dans n'importe quelle autre direction. Il faut donc encore ajouter une quatrième hypothèse :

4) les particules de gaz parfait sont en agitation thermique chaotique.

Etablissons maintenant l'« équation fondamentale de la théorie cinétique des gaz », reliant la pression du gaz aux vitesses de ses particules. Dans leur mouvement désordonné, les particules du gaz rebondissent les unes contre les autres et contre les parois du récipient. L'action mécanique des chocs contre les parois du récipient se traduit par une pression sur ces parois. Calculons cette pression en utilisant les hypothèses faites ci-dessus. Délimitons sur la paroi du récipient (fig. II. 11) une aire élémentaire et calculons le nombre de particules venant frapper chaque seconde cet élément. Désignons par v la vitesse des particules, N le nombre total des particules du gaz, V le volume du gaz (du récipient), n le nombre des particules dans l'unité de volume $n=\frac{N}{V}$.

Construisons sur la surface S un cylindre de hauteur $v\Delta t$ et de volume $S\cdot v\Delta t$, Δt étant un petit intervalle de temps (Δt doit être notablement supérieur au temps moyen du libre parcours d'une particule d'un choc à un autre). Le nombre de particules dans ce volume est $\Delta N=n\cdot Sv\Delta t$; pendant le temps Δt, une certaine partie d'entre elles vont frapper S. A chaque choc des particules, il s'opère sur la surface S une certaine variation de la quantité de mouvement ; il nous faut calculer la variation totale de la quantité de mouvement

de toutes les particules qui sont venues rebondir *dans l'unité de temps* sur la surface S, et égaler cette variation à la force s'exerçant sur S. Le calcul est quelque peu compliqué par le fait que les particules viennent frapper S sous différents angles et à des vitesses différentes. Cependant, on est conduit, à un résultat exact si, pour simplifier les raisonnements et les calculs, on remplace le mouvement chaotique des particules par ce qui suit : supposons que le mouvement de ΔN particules s'effectue suivant trois directions orthogonales, de sorte qu'un sixième des particules se meuve perpendiculairement vers la surface, un autre sixième dans le sens contraire, les autres particules se mouvant suivant les quatres directions restantes parallèlement à S. Par conséquent, pendant le temps Δt le nombre de chocs sur la paroi S est égal à $\frac{1}{6}\, nSv\Delta t$. A chaque choc (absolument élastique) la quantité de mouvement de la particule varie de $2mv$, où m est la masse de la particule. En effet, pendant la première phase du choc, quand la particule lancée s'immobilise, elle perd complètement sa quantité de mouvement $m\mathbf{v}$ dirigée vers la paroi. Pendant la deuxième phase du choc, quand la particule rebondit, elle emporte la quantité de mouvement $m\mathbf{v}$ dans le sens inverse. Par conséquent, la variation totale de la quantité de mouvement d'une particule est égale à : $mv - (-mv) = 2m\mathbf{v}$. Pendant le temps Δt, $\frac{1}{6}\, nSv\Delta t$ particules rebondissent sur l'élément de paroi S ; la variation totale de la quantité du mouvement des particules incidentes est égale à

$$\Delta I = 2mv \cdot \frac{1}{6}\, nSv\Delta t = \frac{1}{3}\, nmv^2 S\, \Delta t.$$

Conformément à la deuxième loi de la mécanique, cette variation doit résulter de la force de réaction exercée par la paroi sur les particules du gaz. Etant donné que la force agissant sur le système est égale à la variation de la quantité de mouvement de ce système dans l'*unité de temps*, l'élément S doit exercer sur le gaz la force

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{1}{3}\, nmv^2 S.$$

La pression sur le gaz, c'est-à-dire la force extérieure $p = F/S$ avec laquelle l'unité d'aire de la paroi agit sur le gaz, est égale à

$$p = \frac{1}{3}\, nmv^2. \tag{2.1}$$

En vertu de la troisième loi de la mécanique, qui s'impose pendant le choc entre les particules et la paroi, on peut affirmer que cette formule donne également la pression du gaz sur l'unité d'aire de la paroi.

La formule (2.1) est l'*équation fondamentale de la théorie cinétique des gaz*. On peut substituer $n = \frac{N}{V}$, et alors

$$pV = \frac{1}{3}\, Nmv^2. \tag{2.2}$$

Nous avons supposé que les molécules avaient toutes la même vitesse ; s'il y a dans le gaz N_1 molécules douées de la vitesse v_1, N_2 molécules douées de la vitesse v_2 etc., on a :

$$pV=\sum\left(\frac{1}{3}mN_1v_1^2+\frac{1}{3}mN_2v_2^2+\dots\right)=$$

$$=\frac{1}{3}m\sum N_iv_i^2=\frac{1}{3}mNv_{quad}^2, \tag{2.3}$$

$$\sum N_iv_i^2=Nv_{quad}^2;\quad v_{quad}=\sqrt{\frac{N_1v_1^2+N_2v_2^2+\dots}{N}}; \tag{2.4}$$

v_{quad} est la vitesse quadratique moyenne des molécules du gaz ; elle diffère quelque peu de la vitesse moyenne arithmétique :

$$v_{arith}=\frac{N_1v_1+N_2v_2+\dots}{N}. \tag{2.5}$$

Le calcul théorique des vitesses des molécules s'appuie sur les hypothèses suivantes :

1) il n'y a pas dans le gaz même deux molécules ayant exactement la même vitesse ;

2) le nombre de molécules ΔN dont les vitesses sont comprises dans le petit intervalle entre v et $v+\Delta v$ (par exemple entre 100 et 101 *m/s* ou entre 500 et 501 *m/s*) est directement proportionnel au nombre total de molécules N, à la largeur de l'intervalle Δv et dépend de la grandeur de la vitesse v. Exprimons la dépendance entre ΔN et la vitesse sous forme d'une fonction $f(v)$:

$$\Delta N=Nf(v)\,\Delta v. \tag{2.6}$$

La fonction $f(v)=\frac{\Delta N}{N\,\Delta v}$, qui représente le nombre relatif de molécules par unité d'intervalle de vitesse, est appelée *fonction de distribution* des molécules de gaz selon les vitesses. Par conséquent, le nombre de particules dont les vitesses sont comprises entre 100 et 101 *m/s* n'est pas égal au nombre de particules dont les vitesses sont comprises entre 200 et 201, ou entre 500 et 501 *m/s*. La fonction $f(v)$ pour les états d'équilibre des gaz a été calculée théoriquement et vérifiée par des mesures ; d'après Maxwell, son expression est

$$f(v)=Av^2e^{-Bv^2}, \tag{2.7}$$

A et B étant certaines constantes dépendant de la masse des molécules m et de la température du gaz T.

$$A=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2};\quad B=\frac{m}{2kT} \tag{2.8}$$

(k est la constante de Boltzmann). Graphiquement, la fonction de distribution des molécules selon les vitesses a l'allure représentée sur

la fig. II.12. L'aire hachurée $f(v)dv$ est égale à $\frac{dN}{N}$, c'est-à-dire au nombre relatif de particules dont les vitesses sont comprises entre v et $v+dv$; la vitesse correspondant au maximum de la fonction de distribution, et que nous avons désignée par v_0, est appelée *vitesse la plus probable des molécules.* La plupart des molécules ont leurs vitesses voisines de v_0.

La mesure des vitesses des molécules a été effectuée par Stern à l'aide d'un montage dont le schéma est représenté sur la fig. II. 13. Dans un cylindre de petit diamètre I ayant une fente A est placé un fil de platine P recouvert d'une couche d'argent. Quand on chauffe avec un courant électrique, l'argent s'évapore, les atomes d'argent

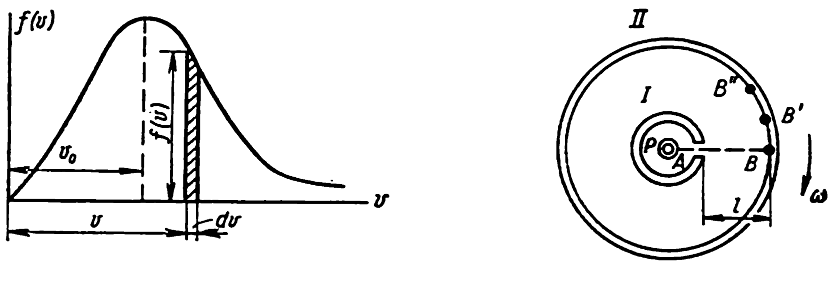


Fig. II. 12. *Fig. II. 13.*

s'échappent par la fente et atteignent la paroi interne d'un deuxième cylindre II. Si les deux cylindres sont immobiles, tous les atomes, quelles que soient leurs vitesses, ont un même point d'impact B du cylindre II. Si les deux cylindres tournent avec la même vitesse angulaire ω, les atomes d'argent ont pour points d'impact, selon leurs vitesses, les points B', B'', etc. Connaissant ω, la distance l et la déviation $x=BB'$, on peut calculer la vitesse des atomes atteignant le point B'' :

$$x=\omega\frac{l}{v}L\,;\qquad v=\frac{\omega l}{x}L,\ \text{où}\ L\ \text{— rayon du cylindre II.}$$

Ces mesures ont confirmé le calcul théorique des vitesses.

§ 9. Equation d'état des gaz parfaits

Considérons un volume de gaz V contenant N molécules sous la pression p et la température T. La quantité de gaz peut être mesurée soit par sa masse $M=Nm$ (m étant la masse d'une molécule), soit par le nombre de moles :

$$\nu=\frac{M}{\mu}, \tag{2.9}$$

μ étant la masse d'un mole de la matière $\left(\frac{g}{g\text{-}mole}\right.$ ou $\left.\frac{kg}{k\text{-}mole}\right)$. La masse s'exprime en *kg*, ν en *k-moles*. Le nombre de molécules dans un gaz peut être exprimé en fonction du nombre de molécules dans un *k-mole* de matière N_0 (nombre d'Avogadro, égal à $6{,}025 \cdot 10^{26} \frac{1}{k\text{-}mole}$:

$$N = \nu N_0 = N_0 \frac{M}{\mu}. \tag{2.10}$$

Le volume d'un gaz se mesure en m^3, la pression en $\frac{newtons}{m^2}$, la température d'après l'échelle absolue de Kelvin :

$$T^\circ = 273{,}15^\circ + t,$$

t° étant la température à l'échelle Celsius (cf. § 18).

On sait que tous les gaz obéissent, avec une certaine approximation, à la loi de Boyle-Mariotte et de Gay-Lussac ; pour une masse donnée de gaz, le quotient du produit de son volume et de sa densité par la température absolue reste constant lorsque le gaz passe d'un état d'équilibre à un autre.

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}; \quad \frac{pV}{T} = \text{Cte}. \tag{2.11}$$

On définit parfois un gaz parfait par la condition qu'il obéisse exactement aux lois de Boyle-Mariotte et de Gay-Lussac, donc à la loi (2.11). Comme pour une pression et une température données le volume du gaz V est proportionnel à sa masse, le rapport $\frac{pV}{T}$ doit être également proportionnel à la masse du gaz, et donc au nombre de ses particules N. Désignons le coefficient de proportionnalité par k : alors

$$\frac{pV}{T} = kN \text{ ou } pV = NkT. \tag{2.12}$$

On peut trouver le coefficient k si l'on détermine d'après la masse et le poids moléculaire du gaz le nombre de molécules N et si l'on mesure le volume, la pression et la température du gaz en l'un quelconque de ses états d'équilibre. Le calcul de $k = \frac{pV}{TN}$ donne pour divers gaz, pour différentes valeurs des paramètres (à des états d'équilibre) une seule et même valeur, égale à la constante de Boltzmann.

Remplaçons dans la formule (2.12) le nombre de molécules N par $N_0 \frac{M}{\mu}$. Le produit des deux constantes kN_0 est une constante universelle pour les gaz :

$$R = 8{,}31 \cdot 10^3 \frac{joule}{degré \cdot k\text{-}mole}.$$

On peut alors écrire la formule (2.12) sous la forme :

$$pV=\frac{M}{\mu}RT. \qquad (2.13)$$

Cette formule, qui relie entre eux les paramètres d'un gaz parfait en état d'équilibre, est appelée équation d'état de Clapeyron-Mendéléev. On peut écrire la formule (2.12) sous une autre forme en divisant ses deux membres par le volume ; on obtient

$$p=\frac{N}{V}kT; \qquad p=nkT. \qquad (2.14)$$

Par conséquent, la pression du gaz est directement proportionnelle au nombre de molécules dans l'unité de volume et à sa température.

Comparons l'équation (2.12) à laquelle obéissent les gaz à l'équation fondamentale de la théorie cinétique des gaz (2.2) déduite au paragraphe précédent ; il résulte de l'égalité des seconds membres de ces formules :

$$NkT=\frac{1}{3}Nmv^2; \quad \frac{mv^2}{2}=\frac{3}{2}kT. \qquad (2.15)$$

Dans l'équation fondamentale de la théorie des gaz (2.1) v est la vitesse quadratique moyenne v_{quad} ; or, l'énergie calculée selon cette vitesse :

$$\frac{mv_{quad}^2}{2}=\frac{m}{2}\left(\frac{v_1^2+v_2^2+\ldots}{N}\right)=\frac{1}{N}\left(\frac{mv_1^2}{2}+\frac{mv_2^2}{2}+\ldots\right)$$

est l'énergie cinétique moyenne de translation des molécules du gaz ; selon (2.15) elle est directement proportionnelle à la température absolue du gaz.

Rappelons-nous que la translation des molécules est caractérisée par trois degrés de liberté. Il résulte alors de la formule (2.15) qu'il correspond en moyenne à chaque degré de liberté des molécules la quantité d'énergie $\frac{kT}{2}$ ce dont il fut question au paragraphe 1 du chapitre précédent. On déduit également de la formule (2.15) l'expression de la vitesse quadratique moyenne des molécules en fonction de la température du gaz :

$$v_{quad}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}\approx 1{,}73\sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \qquad (2.16)$$

Pour la vitesse moyenne et la vitesse la plus probable des molécules v_0, les formules suivantes ont été établies :

$$v_{arith}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\approx 1{,}60\sqrt{\frac{RT}{\mu}},$$

$$v_0=\sqrt{\frac{2kT}{m}}=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}\approx 1{,}41\sqrt{\frac{RT}{\mu}}. \qquad (2.17)$$

§ 10. Le premier principe de la thermodynamique appliqué aux processus gazeux ; chaleur spécifique des gaz

Conformément au premier principe de la thermodynamique, si un gaz passant d'un état à un autre reçoit de l'extérieur (ou cède au milieu ambiant) l'énergie Q sous forme de chaleur et produit un travail extérieur A positif (ou négatif), on a :

$$Q=(U_2-U_1)+A, \tag{2.18}$$

et pour des états infiniment voisins

$$dQ=dU+dA. \tag{2.19}$$

La variation de l'énergie interne d'un gaz parfait peut être calculée à partir de la formule (1.9). On suppose habituellement que les molécules d'un gaz parfait sont douées seulement d'énergie de translation et de rotation (on attribue de l'énergie d'oscillation aux molécules des gaz réels, des liquides et des solides). Il a été établi qu'à l'état d'équilibre d'un gaz les degrés de liberté de translation et de rotation sont équivalents, c'est-à-dire qu'il revient en moyenne à chacun de ces degrés de liberté la même quantité d'énergie $\frac{kT}{2}$; alors une molécule de gaz parfait douée de i degrés de liberté possède l'énergie moyenne $\frac{i}{2}kT$, et l'énergie de N molécules est égale à

$$U=N\frac{i}{2}kT=\frac{M}{\mu}\frac{iR}{2}T \tag{2.20}$$

$\left(N=\frac{M}{\mu}N_0;\quad N_0k=R\right)$. Par conséquent,

$$U_2-U_1=\frac{M}{\mu}\frac{iR}{2}(T_2-T_1);\qquad dU=\frac{M}{\mu}\frac{iR}{2}dT. \tag{2.21}$$

Pour un gaz monoatomique $i=3$, pour un gaz diatomique $i=5$, pour les molécules composées de 3, 4 atomes et plus $i=6$. Il est essentiel que l'*énergie interne d'un gaz parfait dépend uniquement de la température*, et, à une température donnée, ne dépend ni du volume ni de la pression du gaz. Cette énergie est directement proportionnelle *à la masse du gaz* (ou bien au nombre de molécules dans le gaz), *au nombre de degrés de liberté* de chaque molécule et à la *température* absolue du gaz. Lors de la transition d'un état à un autre, l'énergie interne d'un gaz parfait ne varie que si la température du gaz varie pendant cette transition.

Le travail extérieur du gaz est calculé à partir des formules (1.16) et (1.17) :

$$dA=pdV;\qquad A=\int_1^2 p\,dV. \tag{2.22}$$

Rappelons que, selon le signe de la variation du volume V_2-V_1 ce travail peut être positif (lorsque le gaz se détend) ou négatif (lors-

que le gaz est comprimé, le travail positif étant fourni par les forces extérieures comprimant le gaz).

On peut calculer l'échange de chaleur entre le gaz et le milieu ambiant par la formule qui permet de calculer la quantité de chaleur indispensable pour le chauffage (ou la quantité de chaleur évacuée pendant le refroidissement) des solides et des liquides :

$$Q = Mc(T_2 - T_1); \quad dQ = M\,cdT. \tag{2.23}$$

Toutefois, il résulte de mesures que la chaleur spécifique pour une matière donnée n'est pas constante, mais dépend notablement de la manière dont s'effectue l'échauffement ou le refroidissement. Ainsi, à volume constant, la chaleur spécifique d'un gaz monoatomique est de près de 70% plus petite qu'à pression constante ; pour les gaz diatomiques ces chaleurs spécifiques diffèrent de 40%. Plus encore, on peut communiquer de la chaleur à un gaz et faire varier simultanément son volume de manière à ce que la chaleur communiquée de l'extérieur compense entièrement le travail extérieur du gaz, la température du gaz restant ainsi constante ; alors la formule (2.23) perd tout sens ($Q \neq 0$, $T_2 - T_1 = 0$). Par conséquent, lorsque la formule (2.23) est appliquée aux gaz, la chaleur spécifique dépend non seulement *de la matière* dont est constitué le gaz, mais aussi *des conditions d'échauffement*. Du reste, la dépendance entre la chaleur spécifique et la variation du volume existe également pour les liquides et les solides, mais cette dépendance est faible (le volume de ces corps variant peu quand on les chauffe), et on la néglige dans les calculs techniques approchés.

Substituons dans l'équation du premier principe de la thermodynamique (2.18) les expressions, mentionnées plus haut, de l'énergie interne (2.20) et de l'échange de chaleur (2.23) ; alors :

$$Mc(T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu}\frac{iR}{2}(T_2 - T_1) + A; \tag{2.24}$$

$$c = \frac{1}{\mu}\frac{iR}{2} + \frac{A}{M(T_2 - T_1)}.$$

Etant donné que $\frac{1}{\mu}\frac{iR}{2}$ est une quantité constante, la chaleur spécifique d'un gaz parfait dépend de la grandeur du travail extérieur A qu'il accomplit. Considérons deux cas très simples, mais très importants, d'échauffement d'un gaz. Supposons que l'on communique à un gaz la chaleur Q *à volume constant* ; alors le gaz ne travaille pas ($A = 0$) et toute la chaleur qui lui est communiquée sert à changer son énergie interne, c'est-à-dire qu'il s'échauffe. On déduit de la formule (2.24)

$$c_v = \frac{1}{\mu}\frac{iR}{2}, \tag{2.25}$$

où l'indice v signifie que le transfert de chaleur a lieu à volume constant. Le produit de la chaleur *spécifique* d'un gaz par son poids

moléculaire est appelé chaleur *molaire* :

$$C_v = \frac{iR}{2}. \qquad (2.26)$$

Ainsi, la chaleur molaire d'un gaz parfait à volume constant est une grandeur constante, la même pour tous les gaz dont les molécules ont le même nombre de degrés de liberté ; la chaleur spécifique, elle, est inversement proportionnelle au poids moléculaire du gaz.

Supposons maintenant que l'on communique de la chaleur au gaz *à pression constante*. Alors le gaz se détendra et fournira un travail extérieur positif

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p(V_2 - V_1) = pV_2 - pV_1 = \frac{M}{\mu}RT_2 - \frac{M}{\mu}RT_1 = \frac{M}{\mu}R(T_2 - T_1)$$

(nous nous sommes servis ici de l'équation d'état des gaz parfaits $pV_1 = \frac{M}{\mu}RT_1$ et $pV_2 = \frac{M}{\mu}RT_2$ pour exprimer le travail extérieur du gaz en fonction de la variation de sa température). Substituons cette expression du travail dans la formule (2.24) et affectons la chaleur spécifique à pression constante de l'indice p :

$$c_p = \frac{1}{\mu}\frac{iR}{2} + \frac{R}{\mu} = \frac{R}{\mu}\frac{i+2}{2}. \qquad (2.27)$$

La chaleur molaire à pression constante s'écrit alors

$$C_p = \mu c_p = \frac{i+2}{2}R. \qquad (2.28)$$

Ainsi, la chaleur spécifique d'un gaz parfait à volume et à pression constants dépend du nombre de degrés de liberté des molécules ; la chaleur molaire est la même pour tous les gaz dont les molécules ont le même nombre de degré de liberté, mais leurs chaleurs spécifiques sont différentes, étant donné qu'elles sont inversement proportionnelles au poids moléculaire.

Comparant les expressions des chaleurs spécifiques d'un gaz parfait à volume et à pression constants, il vient :

$$\left.\begin{aligned} C_p = C_v + R; \quad c_p = c_v + \frac{R}{\mu}, \\ \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.29)$$

Nous avons trouvé deux valeurs de la chaleur spécifique d'un gaz parfait correspondant à deux conditions différentes d'échauffement : à volume constant et à pression constante. Cependant, on peut com-

muniquer ou enlever de la chaleur dans d'autres conditions infiniment variées ; il convient d'en distinguer deux cas « limites » :

1) supposons que le gaz reçoive la chaleur Q et accomplisse en même temps le travail extérieur $A = Q$; alors la variation de l'énergie interne du gaz $U_2 - U_1 = Q - A$ est nulle, donc la température est constante. Appliquant à ce processus la formule (2.23), on obtient pour la chaleur spécifique du gaz $c = \frac{1}{M} \frac{Q}{T_2 - T_1}$ une valeur infinie :

$$Q \neq 0, \ T_2 = T_1, \ c = \infty.$$

Ainsi, *quand on communique ou qu'on enlève de la chaleur isothermiquement* (T=Cte), *le gaz se conduit comme si sa chaleur spécifique était infinie* :

2) supposons que l'échange de chaleur entre le gaz et le milieu ambiant soit infiniment petit (voisin de zéro), mais que, par forte compression ou détente, l'on provoque une grande variation de la température. Appliquant à un tel processus la formule (2.23), on obtient pour la chaleur spécifique du gaz de très petites valeurs. A la limite, lorsque $Q \to 0$, $T_2 \neq T_1$, $c \to 0$, c'est-à-dire *lorsque la température change adiabatiquement* (Q=0), *le gaz se conduit comme si sa chaleur spécifique était nulle.*

Par conséquent, appliquant la formule (2.23) ou (2.24) au calcul de la chaleur spécifique d'un gaz dans toutes les conditions où on lui communique ou enlève de la chaleur, on obtient pour cette chaleur spécifique toutes les valeurs possibles comprises entre 0 et l'infini. Parmi elles, les valeurs C_p et C_v jouent un rôle très important en thermodynamique. En particulier, utilisant la formule (2.26), on peut exprimer l'énergie interne d'un gaz parfait en fonction de C_v :

$$U = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} T = \frac{M}{\mu} C_v T. \tag{2.30}$$

Examinons à présent les processus les plus simples. Afin de pouvoir utiliser l'équation d'état des gaz parfaits $pV = \frac{M}{\mu} RT$, *applicables seulement aux états d'équilibre*, supposons que toutes les transformations considérées évoluent suffisamment lentement, et donc que la pression, la densité et la température soient identiques dans tout le volume du gaz, quel que soit l'état intermédiaire considéré.

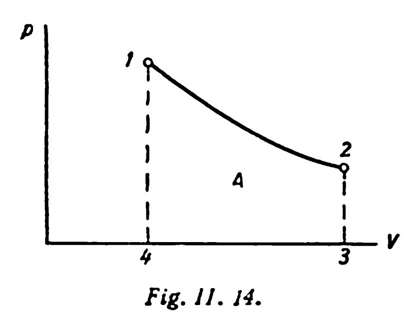


Fig. II. 14.

Portons en abscisses le volume et en ordonnées la pression du gaz. Dans ce système de coordonnées, chaque point *1* ou *2* correspond à un état d'équilibre défini du gaz, étant donné que, connaissant les deux paramètres d'état p et V, la

masse et le poids moléculaire, on peut, d'après l'équation d'état, calculer le troisième paramètre : la température T. Donc, toute courbe, par exemple, la courbe *1—2* (fig. II. 14), représente une certaine transformation à équilibre (donc réversible) du gaz parfait, et l'aire *1 — 2 — 3 — 4* le travail extérieur accompli pendant cette transformation.

Pour caractériser chacune de ces transformations, il faut connaître l'équation reliant les paramètres d'état du gaz (ou bien l'équation de la courbe représentant cette transformation dans le système de coordonnées choisi) et calculer en outre les grandeurs suivantes : 1) la variation de l'énergie interne du gaz, 2) l'échange de chaleur avec le milieu ambiant et 3) le travail extérieur effectué par le gaz. Trouvons ces grandeurs pour les transformations élémentaires.

I. Transformation isochore, le volume du gaz restant constant (fig. II.15) :

a) on peut obtenir l'équation du processus $V = \text{Cte}$ en utilisant l'équation d'état du gaz parfait : pour l'état initial $p_1V = \frac{M}{\mu} RT_1$; pour l'état final $p_2V = \frac{M}{\mu} RT_2$.

Divisant membre à membre, il vient :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ou} \quad \frac{p}{T} = \text{Cte}; \quad p = \text{Cte} \cdot T, \tag{2.31}$$

c'est-à-dire que dans une transformation isochore la pression du gaz est directement proportionnelle à la température absolue ;

b) la variation de l'énergie interne du gaz peut être calculée par la formule

$$U_2 - U_1 = \frac{M}{\mu} \frac{iR}{2} (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} C_v (T_2 - T_1). \tag{2.32}$$

Remarquons que cette formule convient à toutes les transformations sans exception, étant donné que l'énergie interne d'un gaz parfait dépend uniquement de la température, et que sa variation est directement proportionnelle à celle de la température ;

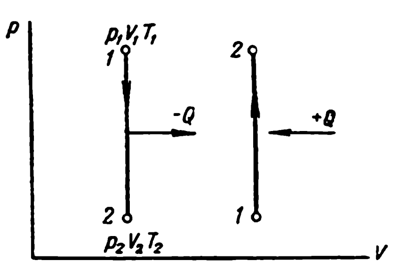


Fig. II. 15.

c) le travail extérieur est nul, étant donné que $V = \text{Cte}$;

d) l'échange de chaleur avec le milieu ambiant est

$$Q = Mc_v (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} C_v (T_2 - T_1). \tag{2.33}$$

Conformément au premier principe de la thermodynamique,

$$Q = U_2 - U_1 + A; \quad A = 0, \quad Q = U_2 - U_1,$$

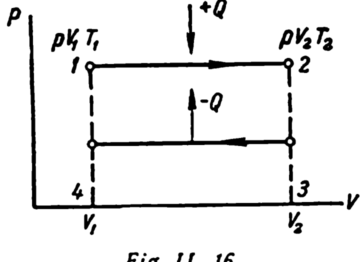


Fig. II. 16.

aussi, si le gaz reçoit de la chaleur, sa température ainsi que, d'après la formule (2.31), sa pression croissent ; si le gaz cède de la chaleur, sa température et sa pression décroissent. Sur la fig. II. 15 on a indiqué conventionnellement par des flèches horizontales le transfert de chaleur ainsi que son signe.

II. Transformation isobare, la pression de gaz étant constante pendant toute la transformation (fig. II. 16) :

a) on peut encore obtenir l'équation de la transformation p=Cte en utilisant l'équation d'état

$$\left.\begin{aligned} pV_1 &= \frac{M}{\mu} RT_1 \\ pV_2 &= \frac{M}{\mu} RT_2 \end{aligned}\right| \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2};$$

$$\frac{V}{T} = \text{Cte}, \quad V = \text{Cte} \cdot T, \qquad (2.34)$$

c'est-à-dire que dans la transformation isobare le volume du gaz est directement proportionnel à sa température absolue : la température croît en même temps que le volume ;

b) on peut calculer la variation de l'énergie interne du gaz par la même formule générale (2.30). Il convient d'avoir en vue que dans cette formule la chaleur molaire à volume constant est simplement une constante remplaçant $\frac{iR}{2}$;

c) le travail extérieur peut être calculé analytiquement au moyen de la formule (2.22) :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p\,(V_2 - V_1) \qquad (2.35)$$

ou bien encore peut être représenté graphiquement par l'aire *1 — 2 — 3 — 4*. Utilisant les équations d'état indiquées ci-dessus, on peut remplacer pV par $\frac{M}{\mu} RT$ et exprimer le travail extérieur en fonction de la variation de la température du gaz :

$$A = \frac{M}{\mu} R\,(T_2 - T_1); \qquad (2.36)$$

d) l'échange de chaleur avec le milieu ambiant se calcule par la formule :

$$Q = Mc_p\,(T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} C_p\,(T_2 - T_1), \qquad (2.37)$$

c_p étant la chaleur spécifique et C_p la chaleur molaire à pression constante. L'application du premier principe de la thermodynamique à la transformation isobare fournit la relation obtenue plus haut entre les chaleurs spécifiques à volume et à pression constants :

$$Q = U_2 - U_1 + A;$$

$$\frac{M}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} C_v (T_2 - T_1) + \frac{M}{\mu} R (T_2 - T_1);$$

$$C_p = C_v + R. \qquad (2.38)$$

Cette relation est l'équation de R. Mayer.

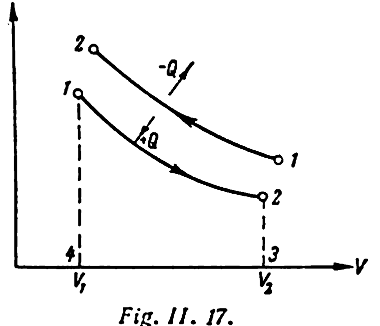


Fig. II. 17.

III. T r a n s f o r m a t i o n i s o t h e r m e, la température du gaz étant constante pendant toute la transformation.

a) l'équation d'une telle transformation (T=Cte) peut être mise, eu égard à l'équation d'état, sous la forme suivante :

$$pV = \frac{M}{\mu} RT; \; T = \text{Cte};$$
$$pV = \text{Cte}.$$

$$p_1V_1 = p_2V_2; \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}, \qquad (2.39)$$

ce qui montre que dans une transformation isotherme la pression du gaz est inversement proportionnelle à son volume. Graphiquement un tel processus est représenté par une hyperbole, comme sur la fig. II. 17 ;

b) la variation de l'énergie interne est évidemment nulle ($T_2 = T_1$, $U_2 = U_1$) ;

c) le travail extérieur (l'aire *1 — 2 — 3 — 4*) ne peut être calculé qu'analytiquement.

$$A = \int_1^2 p\,dV = \int_1^2 \frac{M}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT \int_1^2 \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} RT (\ln V_2 - \ln V_1);$$

$$A = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} \qquad (2.40)$$

(pendant le calcul on a fait la substitution $p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V}$). Si besoin est, on remplacera dans cette formule $\frac{M}{\mu} RT$ par p_1V_1 ou p_2V_2 et le rapport $\frac{V_2}{V_1}$ par $\frac{p_1}{p_2}$, de sorte qu'on peut, par exemple, écrire

$$A = p_1V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}; \qquad (2.41)$$

d) l'échange de chaleur entre le gaz et le milieu ambiant ne peut être trouvé au moyen de formules analogues à (2.33) ou (2.37), vu que T =Cte. Cet échange doit être calculé à partir du premier principe de la thermodynamique :

$$Q = U_2 - U_1 + A\,; \quad U_2 = U_1\,; \quad Q = A = \frac{M}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1}, \qquad (2.42)$$

c'est-à-dire que, lorsqu'un *gaz parfait* évolue isothermiquement, l'échange de chaleur entre le gaz et le milieu ambiant est égal en grandeur et en signe au travail extérieur. Lorsqu'il y a détente ($V_2 > V_1$) le logarithme du rapport $\frac{V_2}{V_1}$ est positif, donc le gaz effectue un travail positif et reçoit en échange une quantité équivalente de chaleur. Quand il y a compression, au contraire, le travail est négatif, et pour que le gaz ne s'échauffe pas, force sera d'évacuer une quantité équivalente de chaleur. Mettons en garde que pour les autres corps (gaz réels, liquides et solides), dont la dépendance entre l'énergie interne et la température est plus complexe que (2.20), les deux dernières formules (2.42) sont inapplicables.

IV. Transformation adiabatique; il n'y a pas d'échange de chaleur entre le gaz et le milieu ambiant, c'est-à-dire que $dQ = 0$;

a) on obtient l'équation d'une transformation adiabatique en partant de la première loi de la thermodynamique sous la forme différentielle :

$$dQ = dU + dA.$$

On a :

$$dQ = 0\,; \; dU = \frac{M}{\mu} C_v dT\,; \quad dA = pdV = \frac{M}{\mu} RT \frac{dV}{V}$$

$\left(\text{on a fait la substitution } p = \frac{M}{\mu}\frac{RT}{V}\right)$. Par conséquent,

$$\frac{M}{\mu} C_v dT + \frac{M}{\mu} RT \frac{dV}{V} = 0\,; \quad \frac{dT}{T} + \frac{R}{C_v}\frac{dV}{V} = 0. \qquad (2.43)$$

Or $\frac{dx}{x} = d\,(\ln x + \text{Cte})$, donc (2.43) exprime la relation suivante entre le volume et la température du gaz :

$$d\left(\ln T + \frac{R}{C_v}\ln V + \text{Cte}\right) = 0$$

$$\ln T + \frac{R}{C_v}\ln V = \text{Cte}. \qquad TV^{\frac{R}{C_v}} = \text{Cte}.$$

On peut faire dans cette formule une substitution en utilisant la relation $C_p = C_v + R$ et la notation $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$;

$$\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \gamma - 1.$$

L'équation des transformations adiabatiques prend alors en définitive la forme suivante :

$$TV^{\gamma-1}=\text{Cte};\quad T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1};\quad \frac{T_1}{T_2}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}. \qquad (2.44)$$

On peut éliminer de cette formule la température en utilisant l'équation d'état ; multiplions le premier membre par pV et le second par $\frac{M}{\mu}RT$ et incorporons $\frac{M}{\mu}R$ dans la constante. En simplifiant par la température, il vient :

$$pV^{\gamma}=\text{Cte};\quad p_1V_1^{\gamma}=p_2V_2^{\gamma};\quad \frac{p_1}{p_2}=\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}. \qquad (2.45)$$

Les formules (2.44) et (2.45) reliant les paramètres des gaz parfaits dans une transformation adiabatique sont dites équations de Poisson. Le rapport $C_p/C_v=\gamma$ est l'*exposant* de la transformation adiabatique.

Le graphique d'une transformation adiabatique portant sur un gaz parfait est représenté par une courbe à décroissance plus rapide que celle de la transformation isotherme issue du même point (fig. II. 18). Il en a déjà été question au § 6 ; rappelons que dans une transformation isotherme la chaleur apportée compense partiellement la chute de pression, alors que, par suite de l'absence d'échange de chaleur dans une transformation adiabatique, la température du gaz tombe et la pression décroît plus vite ;

b) on peut calculer la variation de l'énergie interne d'après la formule générale (2.32) si l'on connaît les températures initiale et finale du gaz. On peut aussi déterminer cette variation en partant du premier principe de la thermodynamique connaissant le travail extérieur effectué par le gaz : $Q=U_2-U_1+A=0$; $U_2-U_1=-A$, c'est-à-dire que dans une transformation adiabatique le gaz effectue un travail extérieur au détriment de son énergie interne ;

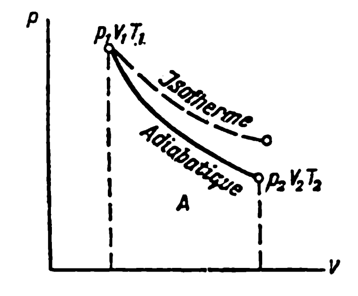


Fig. II. 18.

c) on peut calculer directement le travail interne dans une transformation adiabatique en intégrant l'expression du travail extérieur et utilisant l'équation (2.45), ou encore plus simplement en partant du premier principe de la thermodynamique (2.18) et de l'équation d'état :

$$A=U_1-U_2=\frac{M}{\mu}\frac{iR}{2}(T_1-T_2)=$$

$$=\frac{i}{2}\left(\frac{M}{\mu}RT_1-\frac{M}{\mu}RT_2\right)=\frac{i}{2}(p_1V_1-p_2V_2).$$

Comme $\frac{i}{2}=\frac{1}{\frac{i+2}{i}-1}$ et $\gamma=\frac{C_p}{C_v}=\frac{i+2}{i}$, on a $\frac{i}{2}=\frac{1}{\gamma-1}$, et il vient en définitive

$$A=\frac{1}{\gamma-1}(p_1V_1-p_2V_2). \tag{2.46}$$

§ 11. Transformations cycliques d'un gaz parfait ; cycle de Carnot. Entropie d'un gaz parfait. Loi de croissance de l'entropie

Soit un gaz décrivant un cycle, c'est-à-dire passant par un certain nombre d'états intermédiaires et revenant exactement à son état initial. Bornons-nous à l'étude de transformations cycliques équilibrées constituées d'états intermédiaires d'équilibre, l'équation d'état $pV=\frac{M}{\mu}RT$ ne s'appliquant qu'à ces transformations. Les transformations cycliques équilibrées sont représentées graphiquement (par exemple en coordonnées p, V) par des courbes fermées.

Il existe une infinité de transformations cycliques d'un gaz parfait. En particulier, les transformations cycliques peuvent être constituées des transformations élémentaires examinées au paragraphe précédent. On a représenté sur la fig. II. 19 plusieurs cycles de ce genre.

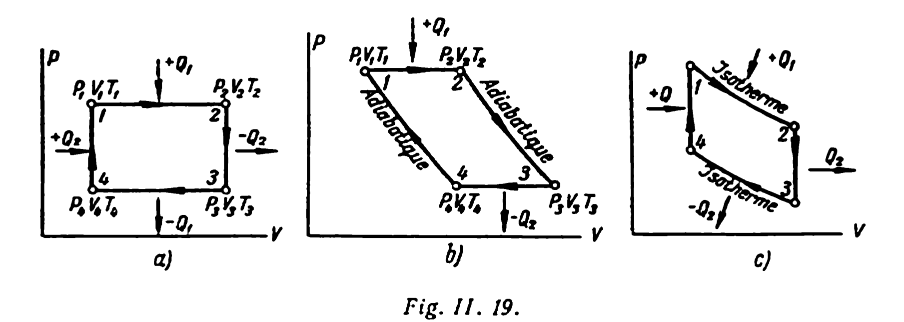


Fig. II. 19.

Vérifions, en premier lieu, si la relation (1.31) est observée pour ces transformations :

$$\sum\frac{\Delta Q}{T}=0 \quad \text{ou} \quad \oint\frac{dQ}{T}=0, \tag{2.47}$$

relation qui est à la base du second principe de la thermodynamique. Nous considérerons des cycles évoluant dans le sens *direct*, le gaz effectuant un travail extérieur *positif* en contre-partie de la chaleur empruntée à l'extérieur. Pour calculer l'intégrale sur le contour fermé (2.47), décomposons-la en intégrales sur différents tronçons :

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + \int_2^3 \frac{dQ}{T} + \int_3^4 \frac{dQ}{T} + \int_4^1 \frac{dQ}{T}. \tag{2.48}$$

Chacun de ces termes représente la variation de l'entropie sur le tronçon correspondant du cycle. Pour abréger l'écriture, supposons que le cycle soit effectué par une molécule-gramme du gaz, c'est-à-dire que $\frac{M}{\mu} = 1$. On a alors pour la transformation représentée sur la fig. II. 19, *a* :

$$dQ_1 = C_p\,dT\,;\ dQ_2 = C_v\,dT\,;\ dQ'_1 = C_p\,dT\,;\ dQ'_2 = C_v\,dT.$$

Pour les transformations isobares *1—2* et *3—4* la variation de l'entropie est égale à :

$$\int_1^2 \frac{dQ_1}{T} = \int_1^2 C_p \frac{dT}{T} = C_p \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\int_3^4 \frac{dQ'_1}{T} = \int_3^4 C_p \frac{dT}{T} = C_p \ln \frac{T_4}{T_3}.$$

Pour les transformations isochores *2—3* et *4—1* la variation de l'entropie est égale à :

$$\int_2^3 \frac{dQ_2}{T} = \int_2^3 C_v \frac{dT}{T} = C_v \ln \frac{T_3}{T_2}; \quad \int_4^1 \frac{dQ'_2}{T} = \int_4^1 C_v \frac{dT}{T} = C_v \ln \frac{T_1}{T_4}.$$

Substituant ces valeurs dans la formule (2.48), il vient :

$$\oint \frac{dQ}{T} = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} + C_v \ln \frac{T_3}{T_2} + C_p \ln \frac{T_4}{T_3} + C_v \ln \frac{T_1}{T_4}. \tag{2.49}$$

Mais on a pour les isobares *1—2* et *4—3*, en vertu de l'équation de la transformation :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}; \qquad \frac{V_3}{V_4} = \frac{T_3}{T_4}.$$

Etant donné que

$$V_1 = V_4\,;\ V_2 = V_3,\ \text{on a}\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4};\ \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1};$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\ln \frac{T_4}{T_3}; \quad \ln \frac{T_3}{T_2} = -\ln \frac{T_1}{T_4}.$$

Utilisant ces relations, on montre facilement que l'expression (2.49) est nulle, c'est-à-dire que la variation totale de l'entropie d'un gaz parfait ayant décrit un tel cycle est nulle.

On obtient un résultat analogue pour les autres transformations.

Considérons le *cycle de Carnot* constitué de deux isothermes et de deux adiabatiques (fig. II. 20). L'emprunt de chaleur Q_1 à l'extérieur est isotherme (*1—2*), le gaz étant en contact avec la source chaude T_1.

Puis, à l'état *2*, le gaz est isolé de la source chaude et se détend adiabatiquement (*2—3*), il n'y a pas d'échange de chaleur avec le milieu ambiant ; le gaz produit alors un travail extérieur au détriment de son énergie interne et sa température tombe à la valeur T_2. A cet instant, le gaz est mis en relation avec la source froide qui a la température T_2, et il y a compression isotherme (*3—4*) ; alors le gaz restitue à la source froide la quantité de chaleur Q_2 équivalente au travail des forces extérieures de compression. A l'état *4*, le gaz est isolé de la source froide et comprimé adiabatiquement (*4—1*) jusqu'à son

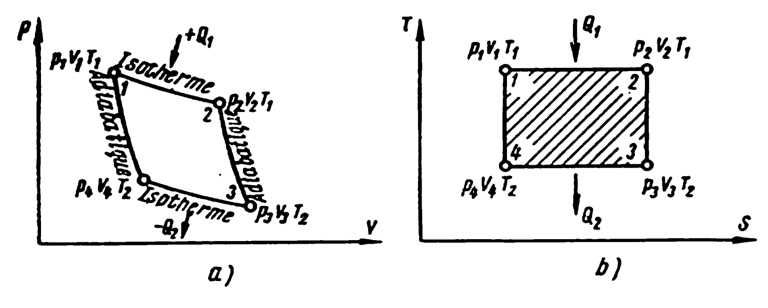


Fig. II. 20.

état initial *1* ; l'accroissement de la température de T_2 à T_1 a lieu au compte du travail des forces extérieures de compression.

La variation de l'entropie pendant les transformations isothermes *1—2* et *3—4* s'écrit

$$\int_1^2 \frac{dQ_1}{T_1} = \frac{1}{T_1}\int_1^2 dQ_1 = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{\frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{T_1} = \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

$$\int_3^4 \frac{dQ_2}{T_2} = \frac{1}{T_2}\int_3^4 dQ_2 = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{\frac{M}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_2} = \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_4}{V_3} = -\frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Les variations de l'entropie lors des transformations adiabatiques *2—3* et *4—1* étant nulles, on peut écrire pour ces transformations la relation (2.44) :

$$\begin{array}{l} T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1} \\ T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1} \end{array} \quad \Bigg| \quad \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}; \; \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

Par conséquent, la variation totale de l'entropie dans un cycle de Carnot est également nulle :

$$\oint \frac{dQ}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{M}{\mu} R \ln \frac{V_3}{V_4} = 0.$$

Pour un cycle de Carnot, le rendement s'exprime seulement en fonction de la température de la source chaude et de celle de la source froide :

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{M}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad (2.50)$$

(dans cette formule Q_2 est substituée en valeur absolue, son signe étant pris en considération dans l'expression même de η).

Pour les autres transformations cycliques, le rendement a une expression plus complexe. Le travail extérieur effectué dans un cycle quelconque doit être déterminé comme la somme algébrique des travaux positifs de détente et des travaux négatifs de compression. Graphiquement, ce travail est représenté par l'aire intérieure au cycle ; ces aires ont été hachurées sur la fig. II. 19.

Etablissons maintenant l'*expression générale* de la variation de l'*entropie d'un gaz parfait* quand il passe d'un état à un autre. Par définition,

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (2.51)$$

Substituons ici $dQ = dU + dA$; $dU = \frac{M}{\mu} C_v dT$, $dA = pdV$ et, en vertu de l'équation d'état, remplaçons $p = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V}$. On obtient :

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left(\frac{M}{\mu} C_v \frac{dT}{T} + \frac{M}{\mu} R \frac{dV}{V} \right) = \frac{M}{\mu} \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right). \qquad (2.52)$$

Par conséquent, on peut calculer la variation de l'entropie d'un gaz parfait en fonction de la variation de son volume et de sa température. On peut modifier quelque peu cette formule :

$$S_2 - S_1 = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{T_2}{T_1} \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{C_v}} = \frac{M}{\mu} C_v \ln \frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}}, \qquad (2.53)$$

car $\frac{R}{C_v} = \frac{C_p - C_v}{C_v} = \gamma - 1$; notons que, dans une transformation adiabatique, conformément à l'équation de Poisson, le numérateur

et le dénominateur de l'expression sous le logarithme sont égaux et, comme il fallait s'y attendre, la variation de l'entropie est nulle.

L'équation obtenue pour le calcul de la variation de l'entropie d'un gaz parfait n'est applicable que pour les transitions d'un état à un autre avec équilibre. Si les transitions ont lieu hors d'équilibre, la variation de l'entropie ne peut être calculée au moyen de formules simples.

En se servant de la notion d'entropie, on peut donner une caractéristique simple au processus de transition d'un état d'inéquilibre à un état d'équilibre et vice versa. Supposons que dans le volume V se trouve un gaz parfait dans un certain état d'*inéquilibre*. Partageons ce volume en volumes élémentaires ΔV suffisamment petits pour que l'on puisse considérer avec une approximation suffisante que la pression et la densité du gaz sont constantes dans ces éléments. Et il va de soi qu'on ne prendra pas ces éléments trop petits : chacun d'eux doit contenir un nombre suffisamment grand de particules pour qu'on puisse parler de température, de pression et de densité en différents points de ces volumes. Admettons maintenant que le gaz passe d'un état d'inéquilibre à un autre état voisin d'inéquilibre. Dans chaque volume élémentaire ΔV les paramètres d'état p, V et T varient quelque peu ; supposons, comme auparavant, que dans chacun de ces volumes ΔV ces paramètres soient partout identiques. On peut alors calculer par la formule (2.53) la variation de l'entropie ΔS_i dans chacun de ces volumes élémentaires et, en faisant leur somme, trouver la variation totale de l'entropie pour tout le gaz :

$$S_2-S_1=\sum \Delta S_i=\sum \frac{\Delta M_i}{\mu} C_v \ln \left[\frac{T_2 (\Delta V_2)^{\gamma-1}}{T_1 (\Delta V_1)^{\gamma-1}}\right]_i.$$

Il résulte de recherches qu'à chaque transition d'un gaz d'un état d'inéquilibre à un état d'équilibre (sans aucune action extérieure sur le gaz) la somme des variations de l'entropie $\Sigma\Delta S_i$ est toujours une quantité positive, c'est-à-dire que les états suivants sont caractérisés par des valeurs croissantes de l'entropie : $S_2 > S_1$. Il se trouve que cette affirmation est d'une *portée générale*, c'est-à-dire qu'elle s'applique à tous les systèmes thermodynamiques et à toutes les transformations qui ont lieu dans ces systèmes en l'absence d'actions extérieures. Ainsi, lorsqu'un système thermodynamique passe d'un état d'inéquilibre à un état d'équilibre sans action extérieure, son entropie croît et atteint sa plus grande valeur pour cet état d'équilibre. C'est ce qu'on appelle la *loi de croissance de l'entropie*.

Dans les systèmes thermodynamiques non isolés, l'entropie peut croître, primo, en raison de l'apport de chaleur de l'extérieur conformément à la formule (2.51), secundo, par suite du passage du système thermodynamique à un état d'équilibre. Donc, dans le cas général :

$$S_2-S_1 > \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (2.54)$$

§ 12. Diffusion, conductibilité thermique et frottement interne dans les gaz. Nombre de chocs et libre parcours moyen des molécules

La transition d'un gaz parfait de ses états d'inéquilibre à des états d'équilibre a lieu grâce à des phénomènes de transport : diffusion, conductibilité thermique et frottement interne. En particulier, l'évolution avec équilibre des transformations isobares, isothermes et autres n'est possible qu'en présence de ces phénomènes dans le gaz, grâce auxquels il y a égalisation continuelle de la densité, de la pression et de la température dans tout le volume du gaz considéré. Cette égalisation a lieu aussi bien en présence d'une action extérieure sur le gaz, que sans elle. Dans certains cas, les phénomènes de transport présentent un intérêt intrinsèque, par exemple quand il faut calculer la quantité de chaleur traversant une couche de gaz, ou bien la vitesse moyenne d'écoulement d'un gaz dans des tubes fins, etc.

Considérons d'abord la diffusion ; supposons d'abord que la densité du gaz ρ soit différente en ses divers points et supposons que I soit une surface d'égale densité, c'est-à-dire qu'en chacun de ses points la densité a une seule et même valeur ρ, et que II soit aussi une surface, de densité égale $\rho+\Delta\rho$ (fig. II. 21).

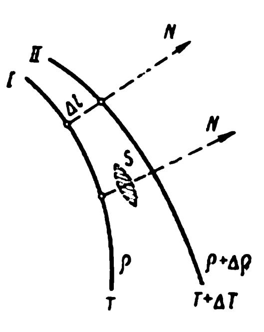


Fig. II. 21.

Choisissons sur la surface I un point A et menons à partir de ce point la normale N à la surface I dirigée dans le sens des densités croissantes. Désignons par Δl la distance entre deux surfaces voisines d'égale densité, mesurée le long de cette normale, alors le rapport $\frac{\Delta\rho}{\Delta l}$ ou, mieux, la limite de ce rapport

$$\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta\rho}{\Delta l} = \frac{d\rho}{dl} \tag{2.55}$$

caractérisera la vitesse de variation de la densité selon la normale à la surface d'égale densité ; cette grandeur est appelée *gradient de densité* au point considéré.

Choisissons un petit élément de surface S orienté perpenduculairement à N. Etant donné que la densité du gaz est différente de part et d'autre de cet élément, il passe plus de molécules à travers cet élément dans le sens de décroissance de la densité que dans le sens inverse. Si l'on multiplie la différence de ces nombres par la masse d'une molécule, on obtient le transport unilatéral de masse résultant dans le sens des densités décroissantes.

La quantité de matière dM diffusée à travers la surface S pendant le temps dt est proportionnelle à S, dt et au gradient de densité :

$$dM = D \frac{d\rho}{dl} S \, dt, \tag{2.56}$$

où D est un coefficient de diffusion dépendant du gaz.

On peut écrire des lois analogues pour les autres phénomènes de transport. Considérons la thermoconductibilité dans un gaz, c'est-à-dire, le transport unilatéral de chaleur à travers un élément de surface, dû à une différence de température de part et d'autre de cet élément. Supposons que, sur la même figure II. 21, I soit une surface *isotherme* menée par les points où la température T est la même, et II une telle surface menée par des points d'égale température $T - \Delta T$. Alors,

$$\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta T}{\Delta l} = \frac{dT}{dl} \tag{2.57}$$

est le *gradient de température*, montrant avec quelle vitesse varie la température du gaz dans le sens de la normale à la surface isotherme. La conductibilité thermique dans un gaz s'explique par le fait que les particules traversant l'élément S dans une direction transportent une plus grande quantité d'énergie que les particules se mouvant en sens inverse. Il est évident que du côté où la température du gaz est plus élevée et où l'énergie cinétique moyenne des molécules est plus grande les molécules de gaz emporteront avec elles une plus grande quantité de chaleur que celles venant dans le sens inverse. On suppose alors que le nombre de particules traversant chaque seconde l'élément de surface est le même dans les deux sens. Le transfert de chaleur résultant dQ à travers l'élément S pendant le temps dt est directement proportionnel à S, dt et au gradient de température :

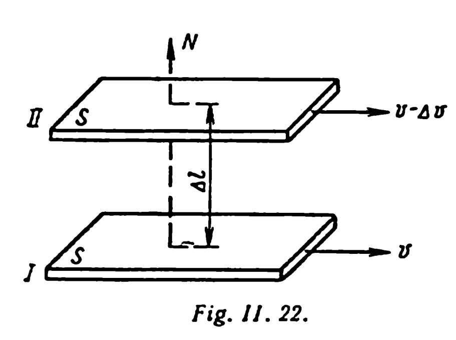


Fig. II. 22.

$$dQ = \varkappa \frac{dT}{dl} S \, dt, \tag{2.58}$$

où $\varkappa$ est un coefficient de conductibilité thermique qui dépend du gaz ; la formule (2.58) exprime la *loi de la conductibilité thermique*.

Considérons à présent le frottement interne qui a lieu entre deux couches voisines de gaz en mouvement relatif. Supposons que I et II soient deux couches de ce genre se mouvant avec les vitesses v et $v - \Delta v$, et désignons par Δl la distance entre ces couches, mesurée per-

pendiculairement à leur vitesse de déplacement (fig. II. 22). D'une manière analogue, faisons intervenir la notion de gradient de vitesse :

$$\lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta l} = \frac{dv}{dl}, \qquad (2.59)$$

qui montre avec quelle rapidité varie la vitesse d'écoulement du gaz (c'est-à-dire la vitesse du mouvement d'ensemble des molécules) perpendiculairement à cette vitesse. Il est évident que les molécules du gaz, qui sont, outre ce mouvement d'ensemble, en agitation thermique chaotique, passent d'une couche à une autre et vice versa. Lorsqu'une molécule de masse m passe d'une couche à une autre, sa quantité de mouvement varie de $m\Delta v$. Multipliant $m\Delta v$ par le nombre de molécules passant à chaque seconde d'une couche à l'autre, on obtient la variation totale de la quantité de mouvement qui a lieu en l'unité de temps dans chaque couche ; en vertu de la seconde loi de la mécanique, la variation de quantité de mouvement par seconde dans le système est la force extérieure qui lui est appliquée. Par conséquent, le *transfert de quantité de mouvement* d'une couche à l'autre se traduit comme une force de frottement entre couches voisines. Cette force est proportionnelle à l'aire S et au gradient de vitesse (de l'aire dépend le nombre de molécules atteignant et quittant à chaque seconde la couche considérée, et du gradient de vitesse la variation de la quantité de mouvement de chaque molécule). Par conséquent, on peut écrire la *loi de frottement interne* comme suit :

$$F = \eta \frac{dv}{dl} S, \qquad (2.60)$$

où η est un coefficient de frottement interne dépendant de la substance du gaz.

Les gradients de densité, de température et de vitesse étaient considérés comme des grandeurs scalaires. Toutefois, il est commode de les définir comme des grandeurs vectorielles : on les oriente dans le sens de la croissance de la grandeur physique considérée. C'est pour cela, par exemple, que la diffusion a lieu dans le sens inverse au vecteur gradient de densité, etc.

Dans le cas d'un gaz parfait, les coefficients de diffusion, de frottement interne et de thermoconductibilité sont égaux à :

$$D = \frac{1}{3} \lambda v_{arith}; \quad \eta = \frac{1}{3} \lambda v_{arith} \rho; \quad \varkappa = \frac{1}{3} \lambda v_{arith} \rho c_v, \qquad (2.61)$$

λ étant le libre parcours moyen d'une molécule entre deux chocs, v_{arith} la vitesse moyenne des molécules, ρ la densité du gaz, c_v sa chaleur spécifique à volume constant. Ces formules ont été déduites en supposant que les molécules traversent l'élément S (fig. II. 23) après avoir subi un choc pour la dernière fois en moyenne à la distance λ de cet élément, et qu'elles transportent la masse, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique qu'elles avaient à cette distance.

Pour le calcul du libre parcours moyen λ entre deux chocs consécutifs d'une molécule calculons d'abord le nombre moyen de chocs que subit une molécule dans l'unité de temps. Assimilons les molécules du gaz à des sphères de diamètre σ $\left(\frac{\sigma}{2}=r\right.$ peut être considéré comme le *rayon d'action des forces moléculaires*$\left.\right)$. Pendant le temps dt la particule parcourt le chemin moyen udt et heurte toutes les molécules dont les centres se trouvent dans le cylindre de volume $\pi\sigma^2udt$ représenté sur la fig. II. 24. En effet, si le centre de la molécule a se trouve sur la surface latérale de ce cylindre ou plus près de son axe, la molécule

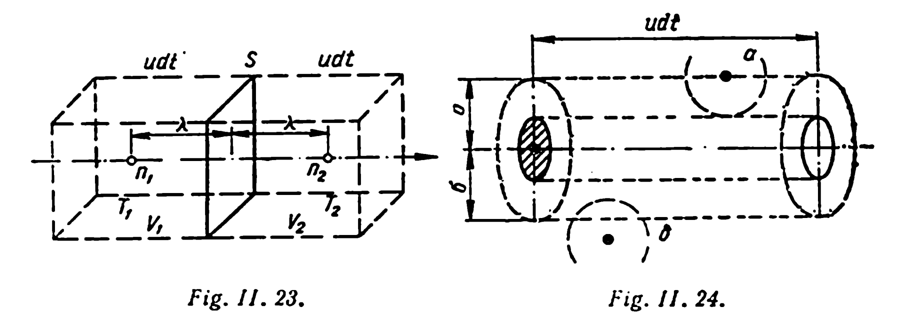


Fig. II. 23. *Fig. II. 24.*

en mouvement et la molécule a se heurteront ; si le centre de la molécule est extérieur au cylindre indiqué, il n'y a pas de choc.

Le nombre de chocs que subit la molécule pendant le temps dt sera donc égal au nombre de molécules dans le volume $\pi\sigma^2udt$. Toutefois, un calcul rigoureux tenant compte du mouvement relatif de toutes les molécules du gaz donne un terme correctif égal à $\sqrt{2}$. On obtient alors pour le nombre de chocs dans l'unité de temps

$$\nu=\frac{\sqrt{2}\pi\,\sigma^2\,n\,u\,dt}{dt}=\sqrt{2}\pi\,\sigma^2\,nu, \tag{2.62}$$

et le parcours moyen est égal au rapport du trajet moyen d'une molécule pendant l'unité de temps (u) et du nombre de collisions qui ont lieu pendant ce temps :

$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}. \tag{2.63}$$

Les coefficients de conductibilité thermique et de frottement interne pour chaque gaz dépendent seulement de la température, et non pas de sa densité. En effet, le produit $\lambda\rho=\lambda nm=\frac{m}{\sqrt{2}\pi\sigma^2}$ est une constante pour le gaz donné, en conséquence $\varkappa$ et η dépendent seulement de la vitesse moyenne du mouvement thermique, c'est-à-dire de la température.

Chapitre III

GAZ RÉELS, LIQUIDES ET SOLIDES

§ 13. Ecart aux lois des gaz parfaits. Vapeurs saturées. Etat critique

Il résulte de mesures que les relations obtenues au paragraphe précédent pour les gaz parfaits, notamment l'équation de l'état d'équilibre

$$pV = \frac{M}{\mu} RT, \tag{3.1}$$

peuvent être appliquées aux gaz réels, mais seulement pour de petites pressions et des températures élevées. Par exemple, pour l'azote, à la température de 0°C, le produit pV se distingue de $\frac{M}{\mu} RT$ pour l'intervalle de pressions de 1 à 100 atmosphères de pas plus de 0,5%, alors que l'écart atteint 100% pour des pressions de l'ordre de 1 000 *atm*.

Une telle divergence s'explique principalement par l'action des forces moléculaires. Si l'on prend un gaz réel sous une faible pression (la densité est petite, il y a peu de molécules dans l'unité de volume), la distance moyenne entre les molécules est grande, et on peut négliger les forces d'interaction. En d'autres termes, elles se trouvent la plupart du temps à des distances telles les unes des autres que les forces d'interaction sont pratiquement nulles. Ces forces ne s'exercent que pendant des intervalles de temps très courts, au moment où il y a « collision » entre les molécules et échange d'énergie. Un tel gaz se distingue peu d'un gaz parfait. On ne peut noter une petite différence que dans la durée des processus de collision des molécules. Désignons le temps moyen entre deux collisions successives par τ et la durée de la collision elle-même par τ_0. Pour les molécules d'un *gaz parfait* (considérées comme des sphères élastiques de très petites dimensions), le temps d'interaction pendant un choc est infiniment petit par rapport au temps du libre parcours τ. Dans un gaz réel, les forces moléculaires agissent en fait pendant tout le temps du parcours τ, toutefois, lorsque la densité du gaz est très petite, le temps τ_0 pendant lequel

ces forces exercent une action *notable* sur le mouvement des molécules est petit par rapport à τ.

Aux grandes pressions (densités), les molécules du gaz sont constamment sollicitées par des forces *d'attraction* moléculaire considérables (les forces de répulsion entrent en jeu seulement pendant le choc, alors que les molécules se rapprochent fugitivement à des distances très petites). On peut affirmer que les forces d'attraction entre les molécules « *aident* » les parois du récipient à maintenir le gaz dans le volume délimité par le récipient, c'est-à-dire que leur action est équivalente à une certaine pression extérieure. Au fur et à mesure qu'augmente la densité du gaz, c'est-à-dire que diminue la distance moyenne entre ses molécules, les forces d'attraction lient de plus en plus fortement les molécules de la substance entre elles, limitent leur liberté de mouvement à l'intérieur du récipient ; l'énergie potentielle d'interaction des molécules commence à croître rapidement aux dépens de leur énergie cinétique. Quand on passe à des états liquides et solides, à cause des petites distances entre les molécules, ces forces sont si grandes qu'elles « cimentent» les molécules de la substance dans un volume réduit et paralysent presque complètement leur tendance à se « disperser » si caractéristique de l'état gazeux. Voilà pourquoi à l'état liquide ou solide le volume de la matière est déterminé principalement par les forces moléculaires, et seulement à un degré moindre par la pression extérieure.

A part la faible densité d'un gaz réel, une autre condition d'application de l'équation (3.1) est que la température doit être suffisamment élevée. Aux hautes températures, l'énergie cinétique de translation des molécules est bien plus grande que l'énergie potentielle d'interaction. Voilà pourquoi les propriétés d'un gaz aux hautes températures sont voisines de celles d'un gaz parfait, dont les molécules n'ont pas du tout d'énergie potentielle d'interaction.

Les grandeurs fondamentales caractérisant les propriétés d'un gaz sont :

1) le coefficient de dilatation thermique, qui est la variation relative du volume du gaz lorsque la température varie de 1 degré *à pression constante* :

$$\alpha_p = \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_{p=\mathrm{Cte}}; \tag{3.2}$$

2) le coefficient thermique de pression, qui est la variation relative de la pression du gaz par degré de variation de la température à volume constant :

$$\alpha_v = \frac{1}{p}\left(\frac{\Delta p}{\Delta T}\right)_{v=\mathrm{Cte}}; \tag{3.3}$$

3) les chaleurs spécifiques ou molaires à volume ou pression constants.

Pour les gaz parfaits, conformément à la loi de Gay-Lussac,

$\alpha_p = \alpha_v = \frac{1}{273,15} = 0,003661 \frac{1}{degré}$. Ces coefficients sont différents pour les gaz réels et, par ailleurs, diffèrent selon la substance et l'intervalle des températures ; ainsi, pour l'air, dans l'intervalle de 0 à 50°C : $\alpha_p = 0,003675$, $\alpha_v = 0,003676 \frac{1}{degré}$; dans l'intervalle de 0 à 200°C : $\alpha_p = 0,003674$, $\alpha_v = 0,003672 \frac{1}{degré}$.

La chaleur spécifique des gaz réels dépend notablement de la température. Ainsi, la chaleur molaire à volume constant, qui est une constante pour les gaz parfaits égale à $C_v = \frac{iR}{2}$, s'écarte fortement de cette valeur pour les gaz réels aux hautes et basses températures. Ainsi, pour un gaz parfait diatomique $C_v = 20\,790 \frac{joules}{degré \cdot K\text{-}mole}$, et pour l'oxygène et l'azote cette grandeur est égale à 0°C à 20 600 et à 1200°C à 23 400 *joules/degré. K-mole.*

Ce sont les vapeurs qui s'écartent le plus des gaz parfaits. (La définition de la notion de « vapeur » est donnée plus bas.) La différence consiste avant tout en ce que la quantité de vapeur qui peut être contenue dans un récipient de volume donné à la température déterminée est limitée, alors qu'un gaz parfait pourrait y être contenu en quantité arbitraire. Envisageons un récipient parfaitement vide dont les parois sont maintenues à une température constante. Nous allons verser dans ce récipient de l'eau ou tout autre liquide par petites doses. Les molécules des premières portions de liquide, qui ont reçu de l'énergie des parois du récipient, peuvent vaincre les forces de liaison et se disséminer. Il en va de même des doses suivantes jusqu'à une quantité bien déterminée de liquide, les doses ultérieures ne s'évaporant plus. Il s'établit dans le récipient un état d'équilibre, le nombre de molécules qui s'évaporent en l'unité de temps étant égal au nombre de molécules qui retournent dans le liquide en ce même temps. Pour entretenir l'évaporation du liquide, il faut élever la température.

Si, à une température donnée, on a une quantité limite de vapeur, on dit qu'on a dans ce récipient de la vapeur saturante ou saturée. Plus la température est élevée, plus le récipient peut contenir de vapeur saturée, c'est-à-dire plus la densité et la pression de cette vapeur sont grandes. On a montré sur la fig. II. 25 le lien entre la pression des vapeurs saturées et leur température ; il est essentiel que la courbe $p = p\,(T)$ s'arrête pour certaines valeurs de la pression p_c et de la température T_c, dites critiques. Au-dessus de la température critique, on n'a plus de vapeur saturée et le liquide se vaporise complètement quelle que soit la quantité introduite dans le

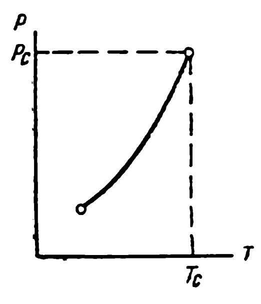


Fig. II. 25.

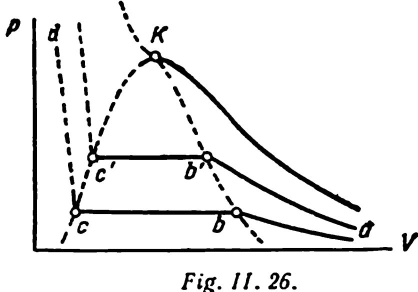


Fig. II. 26.

récipient. Il est évident qu'alors l'énergie cinétique moyenne de translation des molécules est grande par rapport au travail indispensable pour rompre les liens entre les molécules. Si la température de la matière est bien au-dessus de la température critique, l'énergie cinétique des molécules dépasse considérablement l'énergie potentielle d'interaction et on a presque un gaz parfait.

Envisageons la compression et la détente isothermes des vapeurs. Tant que la vapeur est *non saturée*, la pression croît quand on la comprime, non pas suivant la loi de Boyle-Mariotte (T=Cte, pV= =Cte), mais selon une loi plus compliquée représentée sur la fig. II. 26 par le tronçon $a — b$. Dès que la vapeur est *saturée* pour cette compression, la pression ne croît plus quand on continue à comprimer : il y a condensation des vapeurs en liquide (tronçon $b — c$), qui se termine au point c. Par conséquent, à la différence des gaz, par suite de la condensation, une vapeur saturée ne se prête pas à la compression isotherme. Pendant cette compression, la quantité de vapeur dans le récipient diminue par suite de la condensation : de 100% au point b à 0% au point c. En c la substance est à l'état liquide.

On a représenté sur le tronçon $c — d$ une croissance rapide de la pression nécessaire pour la compression isotherme du liquide.

Lorsque la détente est isotherme, le processus évolue dans le sens inverse. Le tronçon $d — c$ correspond à la décroissance progressive de la pression extérieure sur le liquide (à température constante), et le liquide se dilate quelque peu. Au point c le liquide entre en *ébullition* ; si l'on continue à augmenter le volume, la pression ne décroît plus, étant donné que la vapeur saturée vient occuper le volume libre. Au point b le liquide tout entier est transformé en vapeur saturée. La détente de la vapeur saturée fait décroître la pression et la vapeur est de moins en moins saturée.

Si l'on effectue la compression isotherme de cette même quantité de vapeur à une température plus élevée, l'état de saturation se produit à un volume moindre et à une pression supérieure (point b'). En ce qui concerne l'état liquide, pour les mêmes valeurs de la température et de la pression (point c'), il est caractérisé par un volume plus grand ; lorsqu'on passe de c à c', la diminution du volume liquide résultant de l'augmentation de la pression est plus petite que l'augmentation du volume par suite de l'élévation de la température. Par conséquent, avec l'élévation de la température de la matière, les points b et c se rapprochent, c'est-à-dire que le volume spécifique de la vapeur saturée se rapproche du volume spécifique du liquide. Pour une certaine valeur de la température les points b et c coïnci-

dent, c'est-à-dire que les volumes spécifiques (ou les densités) de la vapeur saturée et du liquide en ébullition deviennent *égaux*. L'état de la matière, pour lequel la densité du liquide et la densité de la vapeur qui se trouve en équilibre avec elle sont égales, est appelé *état critique*. L'état critique pour chaque matière est caractérisé par des valeurs déterminées de la pression p_c, de la température T_c et du volume spécifique V_c.

On a représenté sur la fig. II. 27 des courbes typiques délimitant différents états d'une matière quelconque : oxygène, CO_2, H_2O, etc. ; on a porté en abscisses le volume spécifique de cette matière, c'est-à-dire l'inverse de sa densité. La courbe AKB est une isotherme correspondant à la température critique T_c. Le point K représente l'état critique de la matière. Sur la courbe KC, le liquide est soumis à la pression de la vapeur saturée à la température donnée ; plus on se rapproche du point K, plus la température est élevée. Sur la courbe KD la matière se trouve à l'état de vapeur saturée. Le tronçon de l'isotherme critique KB délimite deux domaines où existent des états gazeux de la matière : 1) le domaine $T < T_c$ et 2) le domaine $T > T_c$. Les états gazeux au-dessous de la température critique sont appelés *vapeur*, au-dessus de cette température on a un *gaz réel*.

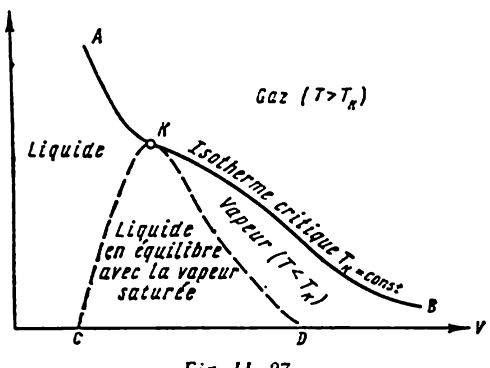


Fig. II. 27.

Considérons les transformations isochores, isobares et isothermes au cours desquelles la matière passe d'un état à un autre (II. 28.) Dans la compression isobare *1→2* avec *refroidissement*, la matière passe subitement de l'état gazeux à l'état liquide dès qu'on descend au-dessous de la température critique. Un tel passage discontinu de l'état gazeux à l'état liquide a également lieu lors du refroidissement *isochore 1→3*. Cependant, si l'on effectue la compression isobare sous une pression inférieure à la pression critique (isobare *4→5*), le gaz se transforme d'abord en vapeur non saturée, puis se sature, et si l'on continue à le comprimer (ou à le refroidir), il se condense progressivement en liquide. Le refroidissement isochore *4→6*, à la différence de *1→3*, a lieu à volume spécifique plus grand que le volume spécifique critique ; le gaz refroidi traverse le domaine de la vapeur non saturée, se sature, puis se condense partiellement. Pendant la transformation isotherme *7—8—9—10*, on a à l'état initial *7* de la vapeur non saturée ; par compression cette vapeur passe à l'état saturé (*8*), puis il y a conden-

sation progressive se terminant au point *9* ; sur le tronçon *9—10*, il y a compression isotherme du liquide. Enfin, si la transformation isotherme a lieu à des températures *supérieures à la valeur critique* (*11—12*), la matière reste tout le temps à l'état gazeux ; par conséquent, on ne peut par compression isotherme transformer le gaz en liquide si la température de cette transformation est supérieure à la valeur critique. Pour la liquéfaction du gaz, il est absolument indispensable de le refroidir au-dessous de la température critique.

Si une transformation isotherme (courbe *7—8—9—10* sur la fig. II. 28) porte sur une substance minutieusement épurée, exempte de tout corps étranger, et si la transformation elle-même évolue assez lentement, on peut observer des *états* dits *métastables* (voir sur la fig. II. 29 les tronçons *2—5*, *3—7* et *9—10*). Sur le tronçon *2—5* la matière se trouve à l'état gazeux et à la même température que la vapeur saturée (point *2*). Cependant, au fur et à mesure que l'on s'éloigne du point *2*, la pression et la densité deviennent supérieures à celle de la vapeur saturée, c'est pourquoi le tronçon *2—5* (à l'exception du point *2*) caractérise l'état de vapeur sursaturée. Cet état n'est pas stable : si l'on agite ou si l'on introduit dans le récipient des substances favorisant la condensation, une partie de la vapeur sursaturée se transforme en liquide et le reste conserve l'état saturé ; la matière passe du point *5* au point *6*.

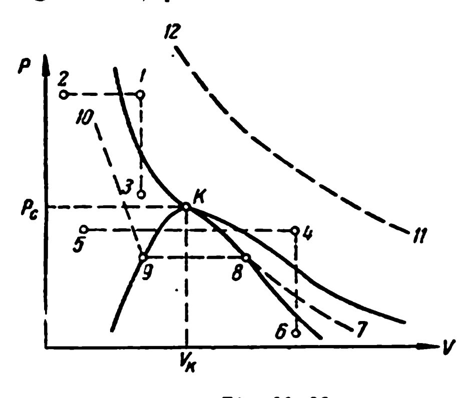


Fig. II. 28.

Sur le tronçon *3—7*, le liquide a une seule et même température. Toutefois, en tous les points de ce tronçon, excepté le point *3*, la pression extérieure sur le liquide est plus petite que celle de la vapeur saturée correspondant à cette température. On dit alors qu'on a un liquide *surchauffé*, sa température étant supérieure à la température d'ébullition. En effet, lors du passage *3→7* la pression extérieure sur le liquide diminue et la température d'ébullition décroît. Toutefois, le liquide conserve sa haute température sans bouillir. Si le liquide contenait des corps étrangers (bulles d'air etc.), favorisant l'ébullition, faisant évoluer le processus dans le sens *4→3*, dès que la pression extérieure serait égale à la pression de la vapeur saturée (point *3*), le liquide commencerait à bouillir. Quand on incorpore ces substances au liquide surchauffé ou qu'on l'agite, sa partie liquide s'évapore rapidement (presque avec explosion), on a le passage *7→8*.

A des températures suffisamment basses, l'état du liquide sur-

chauffé peut se trouver dans le domaine des pressions extérieures négatives qui ont tendance à augmenter le volume du liquide, c'est-à-dire le « distendre » (tronçon *9—10* et point *10* sur la fig. II. 29). On peut obtenir un tel état si, par exemple, on refroidit lentement un récipient rempli d'un liquide minutieusement épuré (fig. II. 30, *a*). Dans ce cas, les forces avec lesquelles les parois du récipient agissent sur les molécules frontières réalisent « une pression extérieure négative » ne permettant pas la réduction du volume du liquide pendant son re-

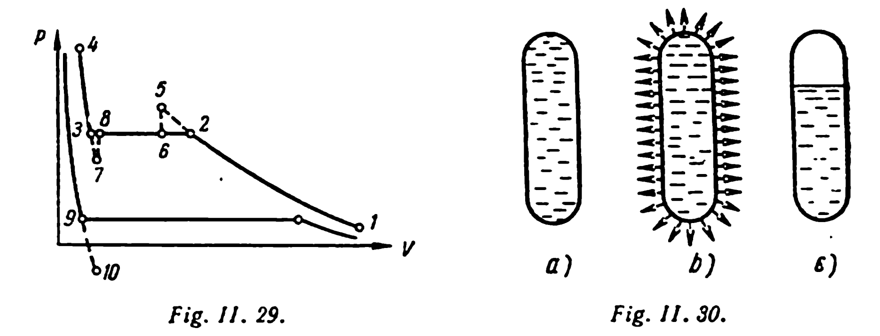


Fig. II. 29. *Fig. II. 30.*

froidissement (fig. II. 30, *b*). Si l'on agite, le lien entre les particules du liquide et les parois du récipient est détruit et une partie du liquide s'évapore (fig. II. 30, *c*).

§ 14. Equation de Van der Waals. Energie interne d'un gaz réel. Variation de la température pendant la détente des gaz. Liquéfaction des gaz

Pour la déduction de l'équation d'état d'un gaz parfait, qui s'écrit pour une mole sous la forme

$$pV = RT, \tag{3.4}$$

on a fait deux hypothèses fondamentales :

1) les molécules du gaz n'interagissent pas ; c'est seulement pendant les chocs que s'expriment des forces de répulsion fugitives,

2) le volume propre des molécules est très petit par rapport au volume du récipient contenant le gaz.

Pour les gaz réels, et *à fortiori* pour les liquides, ces hypothèses ne peuvent convenir. On a fait de nombreuses tentatives pour trouver une équation d'état pour une substance réelle qui embrasserait, sinon tous les états de la matière, du moins les états gazeux, de vapeur et liquide. De toutes les équations proposées, la plus connue est l'équation de Van der Waals :

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \tag{3.5}$$

écrite pour une mole de matière. Ici a et b sont des constantes pour la matière donnée, R, comme auparavant, la constante universelle des gaz. Cette équation se distingue de (3.4) par deux corrections : par la quantité $\frac{a}{V^2}$, qui tient compte de l'interaction des molécules, et par b, qui tient compte du volume propre des molécules. On a dit plus haut que l'action des forces moléculaires d'attraction, qui ont tendance à lier les molécules de la matière entre elles, est équivalente à l'effet d'une pression supplémentaire aidant la pression extérieure à maintenir la matière dans le volume considéré. En première approximation, cette pression additionnelle conditionnée par l'action des forces moléculaires peut être considérée comme proportionnelle au carré de la densité du gaz et inversement proportionnelle au carré du volume spécifique (du volume d'une mole de gaz) :

$$p_i = \frac{a}{V^2},$$

où la constante a tient compte de la composition et de la structure des molécules du gaz. La correction portant sur le volume—la quantité b—doit, comme le montrent les calculs, être égale au quadruple du volume propre des molécules. Les quantités a et b de l'équation de Van der Waals ont différentes valeurs selon le gaz considéré ; on peut les déterminer en mesurant le volume, la pression et la température du gaz donné à différents états.

L'équation (3.5) a été écrite pour une mole de matière. Pour une matière de poids moléculaire μ et de masse M, cette équation s'écrit sous la forme suivante :

$$\left(p + \frac{M^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V - \frac{M}{\mu}b\right) = \frac{M}{\mu}RT. \qquad (3.6)$$

A température constante, l'équation de Van der Waals établit une certaine relation entre le volume et la pression, que l'on a représentée graphiquement sur la fig. II. 31 pour quatre températures différentes.

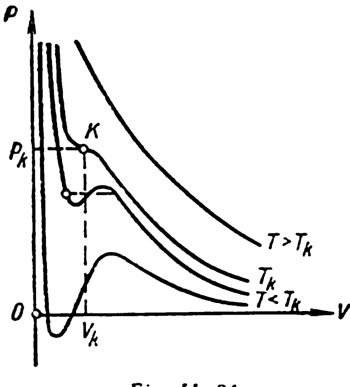


Fig. II. 31.

Ces courbes sont appelées isothermes de Van der Waals. Aux très hautes températures, elles se rapprochent par leurs formes de l'hyperbole pV=Cte ; ces isothermes caractérisent l'état gazeux de la matière (gaz presque parfait). Avec la diminution de la température, la forme de l'isotherme varie quelque peu et pour une certaine valeur T_k elle présente un point d'inflexion C. A des températures encore plus petites, l'isotherme de Van der Waals

prend une forme compliquée et peut même passer dans le domaine des pressions négatives.

Considérons les isothermes correspondant aux basses températures (fig. II. 32). Les mesures montrent que les isothermes d'une matière réelle coïncident presque avec l'isotherme de Van der Waals sur les tronçons *1—2* correspondant aux états liquides, et sur les tronçons *5—6* aux états vaporeux de la matière ; toutefois, dans la partie moyenne une isotherme réelle n'évolue pas selon la courbe *2—3—4—5*, comme l'exige l'équation de Van der Waals, mais selon l'isobare *2—5* (au point *2* on a seulement un « liquide en ébullition », et au point *5* seulement de la vapeur saturée). Mais si les expériences

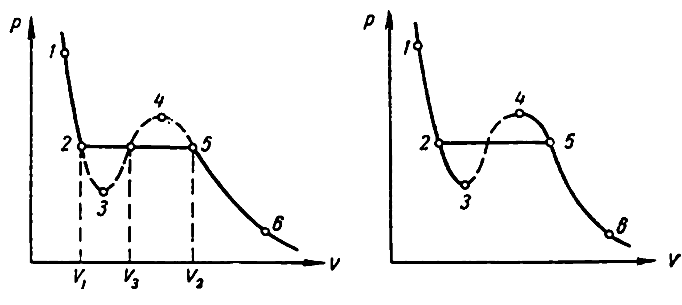


Fig. II. 32.

portent sur une *matière très pure*, et si la compression, la détente, l'apport et l'évacuation de la chaleur s'opèrent assez lentement, on peut découvrir des états correspondant aux tronçons *2—3* (liquide surchauffé) et *5—4* (vapeur sursaturée). De sorte que seule une petite partie de l'isotherme de Van der Waals n'est pas réalisée : le tronçon *3—4* ; remarquons que cette partie de l'isotherme correspond aux états instables de la matière : pendant la compression la pression n'augmente pas mais diminue, c'est-à-dire que non seulement la matière n'offre pas de « résistance » à la compression, mais, au contraire, elle la « favorise ».

En pleine conformité avec les résultats de mesures, l'équation de Van der Waals indique le rapprochement des points *2* et *5* avec l'élévation de la température, grâce à quoi on peut déduire de cette équation les paramètres de l'état critique $K(P_k,\ V_k$ et $T_k)$, alors que les volumes spécifiques (les densités) du liquide en ébullition et de la vapeur saturée coïncident. En effet, l'équation de Van der Waals est, par rapport au volume, une équation algébrique du troisième degré, qui a donc 3 racines, une fois la pression et la température fixées :

$$V^3-\left(\frac{RT}{p}+b\right)V^2+\frac{a}{p}V-\frac{ab}{p}=0,$$

ou

$$(V-V_1)(V-V_2)(V-V_3)=0.$$

Au-dessus de la température critique cette équation a une racine réelle et 2 racines imaginaires, c'est-à-dire qu'il correspond à chaque valeur de la pression et de la température une seule valeur réelle du volume de la matière. Au-dessous de la température critique cette équation a 3 racines réelles : une racine donne le volume du liquide en ébullition (point *2* sur la fig. II. 32), la seconde racine représente le volume de la vapeur saturée (point *5*), la troisième racine correspond à l'état instable de la matière. A la température critique toutes les trois racines coïncident : $V_1 = V_2 = V_3 = V_k$. Résolvant l'équation de Van der Waals pour l'état critique ($p = p_k$, $T = T_k$), on obtient :

$$T_k = \frac{8a}{27bR}, \quad V_k = 3b; \quad p_k = \frac{a}{27b^2}. \tag{3.7}$$

Utilisant ces relations, on peut, a et b étant connus, calculer les paramètres critiques de la matière, et inversement, d'après les paramètres critiques trouver les constantes de l'équation de Van der Waals. Etant donné que la quantité b est égale au quadruple du volume propre des molécules de la matière, le volume critique est 12 fois plus grand que ce volume. Connaissant b ou V_c et assimilant les molécules à des sphères, on peut évaluer approximativement le diamètre conventionnel des molécules.

L'équation de Van der Waals n'est pas une rigoureuse équation d'état des matières réelles. Si l'on considère que a et b sont constants, on dénote une divergence entre les mesures et les valeurs calculées des paramètres p, V et T ; notamment, les isothermes réelles ne coïncident pas avec les isothermes de Van der Waals. Pour obtenir une coïncidence satisfaisante, on est obligé d'attribuer, pour différents intervalles de la pression et de la température, différentes valeurs à a et b. Aussi l'équation de Van der Waals n'est-elle pas tant utilisée pour des calculs précis que pour expliciter les liens entre les grandeurs caractérisant les propriétés de la matière. En peuvent servir d'exemple les formules (3.7) déduites de cette équation, qui expriment un lien entre les paramètres critiques de la matière et les constantes a et b.

Une autre application de l'équation de Van der Waals est la déduction d'une formule pour l'énergie interne *des gaz réels*. Cette énergie doit être constituée de deux parties : de l'énergie cinétique du mouvement de translation et de rotation des molécules E_c et de l'énergie potentielle d'interaction E_p. Supposant, comme auparavant, que le théorème sur la distribution uniforme de l'énergie selon les degrés de liberté s'applique aux gaz réels, on peut utiliser pour le calcul de E_c la formule obtenue pour les gaz parfaits :

$$E_c = \frac{iR}{2} T = C_v T. \tag{3.8}$$

On trouve l'expression de l'énergie potentielle d'interaction des molécules de la manière suivante. Lorsque le gaz se détend à partir

du volume V_1 jusqu'au volume V_2, la pression interne ou moléculaire $p_i = \frac{a}{V^2}$ effectue un travail égal à

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p_i \, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = -\frac{a}{V_2} - \left(-\frac{a}{V_1}\right) = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{V_2}.$$

Etant donné que le travail des forces internes est égal à la variation de l'énergie potentielle du système, on peut considérer que $-\frac{a}{V}$ est l'expression cherchée de l'énergie potentielle d'une mole de gaz. Cette grandeur de l'énergie est négative, étant donné que les forces moléculaires créant la pression interne p_i sont des forces d'attraction (cf. § 18 chap. IV, partie I). En définitive, *l'énergie interne d'une mole de gaz réel* est égale à

$$U = C_v T - \frac{a}{V}. \tag{3.9}$$

Remarquons que dans cette formule le volume du gaz détermine la distance moyenne entre les molécules, dont dépend la grandeur des forces d'interaction, et, par conséquent, l'énergie potentielle mutuelle des molécules.

A l'aide de cette formule on peut obtenir plusieurs résultats importants. Considérons une *détente adiabatique* des gaz, mais telle que le gaz n'effectue pas de travail extérieur (« détente du gaz dans le vide »). On peut réaliser une telle détente en mettant le gaz en communication avec un espace où l'on a fait le vide (fig. II. 33), la paroi étant enlevée dans le sens perpendiculaire à la force de pression. En vertu de la première loi de la thermodynamique $Q = (U_2 - U_1) + A$, on a pour une telle détente $Q = 0$, $A = 0$, et par conséquent $U_2 = U_1$, c'est-à-dire que pendant une détente adiabatique sans travail extérieur l'énergie interne du gaz n'est pas altérée. Ce résultat concerne dans une même mesure aussi bien les gaz parfaits que les gaz réels. Toutefois, si le gaz est *parfait*, l'égalité $U_1 = U_2$ signifie que $T_1 = T_2$, c'est-à-dire que la température du gaz ne varie pas lorsque sa détente est adiabatique dans le vide. Si on a un gaz *réel* en détente, alors

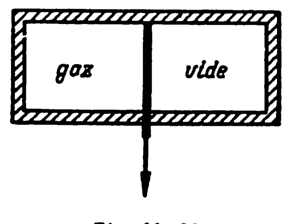


Fig. II. 33.

$$U_1 = C_v T_1 - \frac{a}{V_1};$$
$$U_2 = C_v T_2 - \frac{a}{V_2}. \tag{3.10}$$

Egalant $U_1 = U_2$, on obtient

$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_v}\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Comme $V_2 > V_1$, on a $T_1 > T_2$, c'est-à-dire qu'un gaz réel en détente adiabatique dans le vide se refroidit. Ce refroidissement s'explique par le fait qu'une partie de l'énergie cinétique du mouvement thermique des molécules se transforme alors en énergie potentielle d'interaction.

La détente des gaz à travers une paroi poreuse avec travail a été réalisée par Joule et V. Thomson. A l'aide d'une force extérieure agissant sur le piston *I* le gaz était pressé à travers une paroi poreuse et, se détendant de l'autre côté de la paroi, effectuait un travail extérieur se traduisant par le déplacement d'un piston *II* (fig. II. 34). Les pressions p_1 et p_2 à droite et à gauche de la paroi étaient maintenues

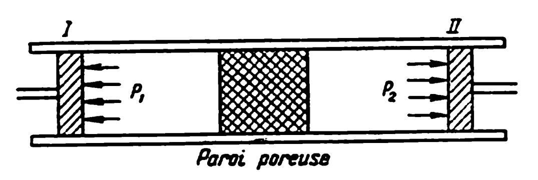


Fig. II. 34.

constantes et le processus de détente tout entier évoluait adiabatiquement (les appareils avaient une bonne isolation thermique).

Supposons que l'on ait à gauche de la paroi un gaz de pression p_1 de volume V_1 et de température T_1 et pas de gaz à droite, c'est-à-dire que le piston soit appliqué contre la paroi. Une fois tout le gaz refoulé à travers la paroi, sa pression est p_2, son volume V_2 et sa température T_2. En vertu du premier principe de la thermodynamique, on a pour ce processus $Q=(U_2-U_1)+A=0$. Le travail extérieur est constitué du travail positif de déplacement du piston *II* $A_2=p_2S_2l_2=$ $=p_2V_2$ (S est la surface du piston et l sa course), et du travail négatif du piston *I* $A_1=p_1S_1l_1=p_1V_1$. Par conséquent $U_2-U_1+(A_2-A_1)=0$;

$$U_1+p_1V_1=U_2+p_2V_2.$$

Substituons dans cette formule les expressions de l'énergie interne des gaz parfaits (3.10) et les produits p_1V_1 et p_2V_2 calculés à partir de l'équation de Van der Waals :

$$pV=RT-\frac{a}{V}+pb+\frac{ab}{V^2}.$$

Omettant les transformations algébriques, écrivons le résultat définitif pour la différence des températures du gaz après une telle détente

$$(C_v+R)(T_1-T_2)=2a\left(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2}\right)-$$
$$-b(p_1-p_2)-ab\left(\frac{1}{V_1^2}-\frac{1}{V_2^2}\right).$$

Le signe de la différence $T_1 - T_2$ dépend du rapport entre les quantités positives et négatives du second membre de cette expression.

Considérons deux cas limites : supposons que la constante a du gaz soit très petite et que b soit grande, c'est-à-dire que les forces d'interaction des molécules soient très faibles, mais que les dimensions des molécules elles-mêmes soient grandes. Alors

$$(C_v + R)(T_1 - T_2) \approx -b(p_1 - p_2).$$

Comme $p_2 < p_1$, on déduit de cette relation $T_2 > T_1$, c'est-à-dire que dans la détente mentionnée ci-dessus le gaz *s'échauffe*. Supposons que pour un autre gaz la constante b soit très petite, mais que a soit très grande, c'est-à-dire que les dimensions des molécules soient petites et que les forces d'interaction soient notables ; alors

$$(C_v + R)(T_1 - T_2) \approx 2a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Etant donné que $V_2 > V_1$, on a $T_2 < T_1$, c'est-à-dire que ce gaz se refroidit. La variation de la température lorsqu'un gaz se détend à travers une cloison poreuse est appelée *effet* Joule-Thomson. Cette variation se traduit par quelques dixièmes de degré. Si le gaz se refroidit, en le faisant passer plusieurs fois à travers une cloison poreuse, on peut réduire sa température de plusieurs dizaines de degrés. On utilise cette propriété dans la *technique du froid* pour obtenir de très basses températures ainsi que dans la liquéfaction des gaz.

Remarquons que la différence de température $T_1 - T_2$ dépend en grandeur et en signe non seulement de la valeur des constantes a et b, mais aussi des valeurs des volumes et des pressions avant et après la détente, par conséquent de la valeur de la *température initiale* du gaz T_1 ; notamment, on peut choisir les valeurs initiales de la pression et de la température T_1 de telle façon que, pour a et b données, la variation de la température $T_1 - T_2$ soit nulle.

§ 15. Les liquides : propriétés fondamentales. Pression moléculaire et tension superficielle

Pour faire passer une matière de l'état gazeux à l'état liquide, il faut : 1) *compresser* le gaz, c'est-à-dire réduire la distance moyenne entre ses molécules et 2) *refroidir* le gaz, c'est-à-dire abaisser sa température au-dessous de la valeur critique et évacuer également la chaleur de condensation. Il faut réduire les distances entre les molécules pour que les forces d'interaction soient suffisamment grandes et puissent *lier les molécules entre elles*. Il faut refroidir le gaz pour diminuer l'*énergie cinétique moyenne* des molécules en comparaison de leur énergie potentielle d'interaction. Alors les molécules ne peu-

vent vaincre les forces de liaison et se disperser, comme cela a lieu à l'état gazeux ; elles sont forcées d'accomplir des mouvements chaotiques les unes à côté des autres. Néanmoins, contrairement à l'état solide, les molécules du liquide jouissent encore d'une certaine *liberté de mouvement* ; sans s'éloigner les unes des autres à de grandes distances, les molécules passent du « domaine d'action des forces » des molécules voisines au domaine d'action d'autres molécules. C'est ce qui explique l'existence dans les liquides de la diffusion, ainsi que la faible vitesse de diffusion par rapport aux gaz.

Nous avons indiqué au § 13 qu'on peut faire passer une matière de l'état gazeux à l'état liquide de deux manières différentes :

1) par refroidissement et compression le gaz est amené d'abord à l'état de vapeur saturée, puis est condensé : le nombre de molécules liées entre elles dans la phase liquide augmente progressivement aux dépens du nombre de molécules libres à la phase vapeur.

Ce processus peut être réalisé si la pression externe est inférieure à la pression critique ;

2) par refroidissement et compression le gaz est amené à l'état liquide « subitement » dans tout le volume, sans passer par l'état de vapeur, c'est-à-dire sans qu'il y ait division de la matière en liquide et vapeur saturée.

Ce processus s'opère au-dessus de la pression critique (voir l'isobare *1—2* ou l'isochore *1—3* sur la figure II. 28).

En pratique, c'est surtout le premier procédé qui est appliqué. Ce qui est caractéristique de ce procédé, c'est la formation initiale d'une petite quantité de phase liquide, dont la masse augmente par la suite aux dépens de la vapeur jusqu'à ce que la phase vapeur ait complètement disparu. La formation des premières portions de liquide à partir de la vapeur est possible de la manière suivante. Aux parois du récipient où s'opèrent le refroidissement et la compression de la vapeur peut adhérer une certaine quantité de molécules de vapeur ; ayant cédé leur énergie cinétique aux parois froides du récipient et s'étant rapprochées simultanément à de faibles distances les unes des autres, ces molécules sont alors liées entre elles et aux parois du récipient, où elles forment une mince « pellicule » liquide. L'épaisseur de cette pellicule augmente au détriment des autres molécules qui atteignent la paroi et qui y perdent toute leur énergie cinétique. Etant donné que pendant la condensation il y a évacuation de chaleur (la « chaleur de condensation » est égale à la « chaleur de vaporisation »), les parois du récipient à travers lesquelles s'effectue l'évacuation de la chaleur doivent avoir constamment une température quelque peu inférieure à la température de la vapeur.

Par suite de l'existence de l'agitation moléculaire dans la phase liquide il y a *vaporisation* : certaines molécules, qui ont accidentellement reçu une énergie cinétique suffisamment grande, se libèrent des forces qui les lient aux autres molécules et forment de nouveau de la vapeur. Avec le temps survient l'état d'équilibre, le nombre de

molécules qui échappent au liquide pendant l'unité de temps étant égal au nombre de molécules qui retournent pendant ce même temps de la vapeur au liquide. Si l'on comprime alors quelque peu, la densité de la vapeur augmente, et donc le nombre de molécules passant de la vapeur au liquide, jusqu'à ce qu'il y ait un nouvel état d'équilibre. De sorte qu'en comprimant progressivement la vapeur on peut la faire passer intégralement à l'état liquide.

A part les parois, la formation initiale de la phase liquide peut avoir lieu à la surface de « poussières » infiniment petites existant toujours dans les conditions réelles dans les gaz et les vapeurs. Ces poussières sont des « centres de condensation » auxquels adhèrent les molécules de vapeur, formant d'abord des gouttelettes très petites, grossissant progressivement (brouillard, pluie, nuage).

Peuvent aussi servir de centres de condensation des gouttelettes très fines d'autres liquides, des particules chargées (ions), des molécules composées possédant un champ électrique asymétrique ; ainsi, les molécules de l'acide sulfurique provoquent la condensation des vapeurs d'eau dans l'air, c'est pourquoi au-dessus de la surface d'un acide sulfurique de forte concentration il se forme un nuage de fines gouttelettes d'eau. La possibilité n'est pas exclue de la formation de centres de condensation à partir des molécules de la vapeur, lors de leurs collisions thermiques accidentelles, pendant lesquelles peuvent se former de petits « groupes moléculaires », constitués d'une certaine quantité de molécules liées entre elles. Aux hautes températures, la probabilité de formation de tels groupes est plus petite que celle de leur destruction par suite de chocs avec des molécules libres, mais aux basses températures, de tels groupes pourraient exister pendant longtemps et, s'annexant des molécules libres, se transformer au début en gouttelettes microscopiques qui grossiront par la suite. Néanmoins, la probabilité et l'intensité d'un tel processus de condensation aux petites pressions de la vapeur ne sont pas grandes ; c'est seulement à l'état critique, lorsque les densités du liquide et de la vapeur saturée sont égales, qu'on observe une formation intense de telles « agglomérations de molécules », qui engendrent quand on refroidit de fines gouttelettes de liquide.

On peut observer ce phénomène si l'on fait passer un liquide transparent contenu dans un récipient de verre par son état critique en le chauffant, le refroidissant ou le comprimant avec précaution ; lorsque la matière passe par l'état critique, on observe un trouble très intense, que l'on appelle « opalescence critique ».

L'association des molécules en groupes plus ou moins fortement liés a lieu également lorsque la matière est à l'état liquide, surtout aux basses températures, au voisinage du point de solidification. La configuration des molécules dans ces groupes, c'est-à-dire leur structure, dépend du caractère du champ de forces des molécules ; ils rappellent sous ce rapport les cristaux élémentaires des corps solides. L'étude des liquides au moyen des rayons X a révélé que leur

structure interne s'apparente en maints points à la structure des corps solides constitués d'un grand nombre de petits cristaux aux axes chaotiquement orientés. Toutefois, les dimensions des « cristaux élémentaires » qui se forment et se détruisent continuellement sont très petites et on ne peut les voir dans le microscope optique. A la différence des solides, ils peuvent se déplacer dans le liquide.

Des propriétés fondamentales des liquides, déterminées par leur composition et leur structure moléculaires, sont la *viscosité* et la *fluidité*. La viscosité des liquides est une propriété analogue au frottement interne dans les gaz et se rapporte « aux phénomènes de transport » ayant lieu dans un milieu liquide. La viscosité de différents liquides est évaluée par le *coefficient de viscosité* η, dont dépend la force de frottement entre deux couches voisines du liquide pendant leur mouvement relatif :

$$F = \eta \frac{dv}{dl} S, \tag{3.12}$$

S étant la surface de frottement, $\frac{dv}{dl}$ le gradient de vitesse. Le coefficient de frottement interne des gaz décroît en même temps que la température (proportionnellement à la vitesse moyenne, c'est-à-dire à la racine carrée de la température), alors que le coefficient de viscosité du liquide pendant le refroidissement croît à peu près suivant une loi exponentielle :

$$\eta = \eta_0 e^{\frac{\Delta W}{kT}}, \tag{3.13}$$

k étant la constante de Boltzmann, ΔW l'énergie de transition des molécules d'un état d'équilibre à un autre. L'accroissement considérable de la viscosité des liquides quand on les refroidit au voisinage de la température de solidification, a une grande importance, aussi fera-t-il l'objet du paragraphe suivant.

La *fluidité* des liquides est évaluée par la grandeur inverse du coefficient de viscosité. La fluidité et la viscosité sont conditionnées par la *liberté* de déplacement des molécules à l'intérieur du liquide qui est encore permise par les forces de liaison entre les molécules. A la différence des corps solides, les molécules des liquides ne sont pas liées entre elles « rigidement » ; dans son mouvement thermique désordonné chaque molécule se déplace par rapport aux molécules voisines et peu à peu dans tout le récipient.

En simplifiant quelque peu, on peut se représenter que les molécules du liquide oscillent autour de positions d'équilibre *temporaires*. Passant au voisinage d'une position d'équilibre un petit laps de temps τ, la molécule « saute » ensuite à une autre position, autour de laquelle elle effectue son mouvement oscillatoire pendant un petit laps de temps, et ainsi de suite. Le temps τ qu'une molécule passe « en un lieu » est parfois appelé d'une manière imagée « temps

de séjour ». Pendant ce laps de temps la molécule est soumise aux forces élastiques la maintenant dans le voisinage du point donné. Si le temps pendant lequel s'exercent les forces extérieures appliquées au liquide est inférieur à τ, il faut alors pour déformer le liquide, c'est-à-dire pour déplacer les molécules les unes par rapport aux autres, *vaincre les forces élastiques* reliant entre elles les molécules du liquide (des forces de répulsion apparaissent lorsque les molécules se rapprochent, et des forces d'attraction lorsqu'elles s'éloignent). Aussi, par rapport à des forces fugitives les liquides se comportent-ils comme des corps solides élastiques. Si le temps pendant lequel s'exercent les forces extérieures est bien *plus grand* que τ, les molécules ont le temps de se déplacer les unes par rapport aux autres pendant leurs « sauts » d'une position d'équilibre à l'autre ; alors la déformation du liquide a lieu aux dépens du mouvement thermique des molécules, sans qu'il y ait à vaincre des forces élastiques qui s'opposeraient à cette déformation.

On peut affirmer que plus est grand le temps τ de séjour des molécules du liquide « en un lieu », plus est grande la viscosité et petite la fluidité du liquide. A la limite lorsque τ devient infini, c'est-à-dire lorsque les molécules de la matière sont « attachées » à des lieux déterminés et qu'elles ne peuvent qu'osciller, on a un *corps solide.*

Considérons l'action de forces moléculaires sollicitant une molécule quelconque se trouvant *à l'intérieur* du liquide. Cette molécule est essentiellement sollicitée par les molécules situées dans le voisinage immédiat, car les forces moléculaires décroissent très vite lorsque la distance croît. La résultante de toutes les forces F_i appliquées à cette molécule $R = \Sigma f_i$ est presque nulle ; elle serait nulle si les molécules voisines étaient disposées d'une manière tout à fait symétrique autour de cette molécule. Cependant le changement inévitable dans la disposition des molécules voisines par suite du mouvement thermique (ainsi que du mouvement de la molécule elle-même) fait que cette somme Σf_i est différente de zéro. De sorte que chaque molécule du liquide se meut constamment sous l'effet d'une force résultante $R = \Sigma f_i$ variant rapidement dans le temps en grandeur et direction. Cette résultante est dirigée là où la concentration des molécules est la plus grande, ou bien encore là où elles sont les plus proches. Par conséquent, les forces moléculaires d'attraction mutuelle favorisent la concentration des molécules. Toutefois, au fur et à mesure que les molécules se rapprochent, les forces d'interaction croissent d'abord, puis décroissent jusqu'à zéro (voir § 2, chap. I) ; lorsque les distances sont très petites, les molécules commencent à se repousser. De sorte qu'à l'état liquide les molécules de la matière sont rapprochées à des distances où les forces de répulsion commencent à entrer en jeu. Ceci explique la mauvaise compressibilité des liquides : pour vaincre les forces de répulsion entre les molécules et modifier un tant soit peu le volume d'un liquide, on doit appliquer des pressions considérables.

Les molécules se trouvant dans la couche superficielle du liquide sont sollicitées par les molécules voisines situées sous cette couche. C'est pourquoi la résultante des forces f_1 appliquées à chaque molécule de la couche superficielle, $R=\Sigma f_i$ n'est pas nulle, mais dirigée à l'intérieur du liquide (fig. II.35). Découpons à la surface du liquide un élément de surface circulaire ; les molécules intérieures à cet élément sont liées entre elles par des forces d'interaction, et le « disque monomoléculaire » tout entier peut être considéré comme un corps indépendant. Nous allons considérer les forces extérieures avec lesquelles les autres molécules du liquide sollicitent ce « disque ». Primo, à chaque molécule de l'élément S est appliquée une force résultante $\boldsymbol{R}_i=\Sigma \boldsymbol{f}_i$ dirigée à l'intérieur du liquide perpendiculairement à la surface (fig. II. 35). Si l'on ajoute toutes ces forces $\boldsymbol{R}_i$ et l'on divise par la surface S, on obtient la pression avec laquelle la couche superficielle agit sur la masse restante du liquide :

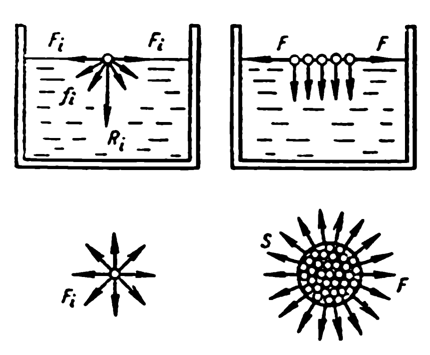


Fig. II. 35.

$$p_s=\frac{\Sigma R_i}{S}. \tag{3.14}$$

Par ailleurs, les molécules de la couche superficielle sont soumises à des forces F_i situées dans le plan tangent à la surface du liquide. Pour toutes les molécules, se trouvant à l'intérieur de l'élément S, toutes ces forces F_i se neutralisent mutuellement. Seules les forces F_i, dirigées vers l'extérieur, agissant sur les molécules situées à la frontière de l'élément S ne sont pas équilibrées : elles sont perpendiculaires à la frontière dans le plan tangent du liquide. Ces forces extérieures qui tendent la pellicule sont appelées forces de tension superficielle. La force de tension superficielle par unité de longueur de périmètre l est appelée *coefficient de tension superficielle* du liquide donné

$$\alpha=\frac{F}{l} \tag{3.15}$$

(en *newtons* par mètre ou en *dynes* par *cm* ; 1 $N/m=10^3$ *dynes/cm*). Ayant $t°=0°C$, α de $H_2O=0{,}075$, α de $Hg=0{,}47$, α de Cu fondu$=1{,}12$ N/m.

Dans ce raisonnement, nous avons fait abstraction de l'action des molécules de la matière se trouvant au-dessus de la surface du liquide considéré. Il est évident que la pression p_s et le coefficient de tension superficielle α doivent dépendre du milieu qui confine avec le liquide. Lorsqu'on a au-dessus de la surface du liquide un gaz (vapeur) dense, un autre liquide ou un corps solide, p_s et α dépendent

des propriétés de ces matières et, par ailleurs, du caractère de l'interaction de la surface donnée et des corps en contact. Ainsi, les corps solides peuvent être mouillés ou non par un liquide ; des liquides en contact peuvent se mélanger (se dissoudre), comme, par exemple, l'eau et l'alcool, ou ne pas se mélanger (se dissoudre très faiblement, comme l'eau et l'huile). Habituellement, les tables donnent les valeurs de p_s et α lorsqu'on a au-dessus de la surface du liquide de l'air à la densité normale.

Considérons l'action des forces moléculaires à la frontière de séparation de trois milieux : d'un liquide, d'un solide et d'un gaz. Les forces avec lesquelles chaque molécule frontière est sollicitée par les molécules du liquide f_l du solide f_s et du gaz f_g ont été repré-

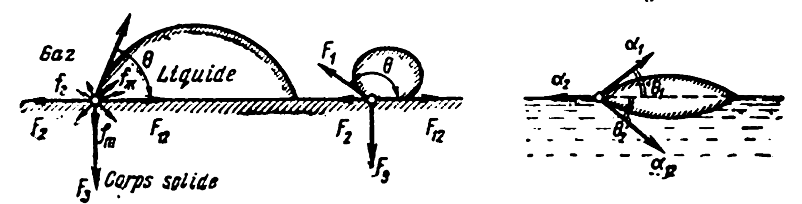


Fig. II. 36.

sentées sur la fig. II.36. Décomposons ces forces suivant les directions : 1) la tangente à la surface de la goutte (F_1), 2) la surface plane portant la goutte (F_2 et F_{12}) et 3) la normale au plan (F_3). A l'équilibre, $F_1+F_2+F_{12}+F_s=0$, $F_2=F_{12}+F_1 \cos\theta$, $F=F_l \sin\theta$.

L'angle θ alors compris entre la surface du corps solide et la tangente à la surface du liquide est appelé angle de raccordement. Si le liquide mouille le solide, la goutte s'étale quelque peu à sa surface et $\theta < \frac{\pi}{2}$. Mais si le liquide ne mouille pas le corps, alors $\theta > \frac{\pi}{2}$. Ainsi, le verre est mouillé par l'eau mais non par le mercure : le mercure mouille la surface propre du fer, etc., lorsque $\theta=0$, il y a mouillement parfait ; lorsque $\theta=\pi$, il n'y a pas du tout de mouillement.

Des raisonnements analogues permettent d'expliquer l'étalement et la forme des gouttes d'un liquide à la surface d'un autre liquide. Au lieu des forces F_1, F_2 et F_{12} agissant tangentiellement sur une molécule, on peut prendre les forces totales agissant sur l'unité de longueur du périmètre, c'est-à-dire les coefficients de tension superficielle correspondants : α_1 pour le premier liquide, α_2 pour le deuxième liquide, et α_{12} étant le coefficient de tension superficielle à la frontière des deux liquides (fig. II.36). Pour que la goutte soit en équilibre, on doit avoir

$$\alpha_2 = \alpha_1 \cos\theta_1 + \alpha_{12} \cos\theta_2. \qquad (3.16)$$

Si α_2 est plus grand que le second membre de cette expression, la goutte s'étale ; les angles θ_1 et θ_2 diminuent, et l'étalement a lieu

jusqu'à ce que la goutte se soit convertie en fine pellicule à la surface de l'autre liquide. Dans certains cas, les premières gouttes s'étant étalées à la surface de l'autre liquide en forme de pellicule ou bien encore s'y étant dissoute, le coefficient de tension superficielle α_2 s'en trouve diminué, de sorte que la condition (3.16) peut alors être observée pour les gouttes suivantes ; c'est ainsi qu'on observe la formation de gouttes d'huile à la surface de l'eau.

La tension superficielle des liquides est de l'ordre de quelques centièmes de N/m (pour l'eau, à 0° C, $\alpha=0{,}075$, pour le mercure, 0,47, pour le cuivre fondu, 1,12 N/m). Lorsque la température croît, α décroît et s'annule à la température critique, alors que disparaît toute différence entre le liquide et sa vapeur saturée. Lorsque la couche superficielle contient des impuretés et autres inclusions, α décroît notablement.

Les forces d'attraction entre les molécules du liquide créent, tout comme chez les gaz réels, une certaine pression supplémentaire qui, avec la pression extérieure, exerce une pression sur le liquide. Pour la détermination approximative de cette pression, dite moléculaire, on peut utiliser l'équation de Van der Waals, puisqu'elle convient à l'état liquide. Dans cette équation, la pression supplémentaire due aux forces d'attraction moléculaire est évaluée par $p_i=\frac{a}{v^2}$. Le calcul montre que pour les liquides étudiés p_i est plusieurs dizaines de milliers de fois plus grande que la pression atmosphérique (pour l'eau $p_i\approx 1{,}7\cdot 10^9$ N/m^2), aussi tous les liquides sont-ils déjà fortement comprimés par les forces moléculaires internes ; pour réduire un tant soit peu le volume d'un liquide, il faut appliquer une très grande pression extérieure.

Les molécules superficielles d'un liquide peuvent être sollicitées par les molécules du milieu ambiant, par exemple des parois du récipient (fig. II.38). Ces forces créent une certaine pression négative provoquant l'extension du liquide. Les expériences montrent qu'on peut appliquer à l'eau une pression négative atteignant $1{,}5\cdot 10^7$ N/m^2, qui est, cependant, beaucoup plus petite que p_i.

§ 16. Phénomènes capillaires

Si la surface du liquide n'est pas plane mais courbe, les forces de tension superficielle exercent une pression complémentaire sur le liquide, qui s'ajoute ou se retranche de la pression p_s. Supposons que la surface du liquide soit une calotte sphérique de rayon R ; découpons sur cette surface un élément S délimité par une base circulaire S_0 de rayon $r=R\cos\theta$ (fig. II.37). Les forces de tension superficielle agissant sur le périmètre de cet élément ont une résultante perpendiculaire à S_0 qui est égale à

$$F_0=\alpha\cdot 2\pi r\cdot\cos\theta \tag{3.17}$$

(les composantes F' ont une somme nulle).

Divisant cette force par l'aire de la base $S_0 = \pi r^2$, on obtient une pression supplémentaire sur le liquide de la part des forces de tension superficielle dues à la courbure de la surface :

$$\Delta p = \frac{F_0}{S_0} = \frac{\alpha \cdot 2\pi r \cdot \cos\theta}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r}\cos\theta = \frac{2\alpha}{R}. \qquad (3.18)$$

Nous avons envisagé un cas simple, quand la surface du liquide était sphérique. Pour une forme plus générale de la surface, on a :

$$\Delta p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (3.19)$$

(formule de Laplace), R_1 et R_2 étant les rayons de courbure principaux de la surface au point considéré (on peut mener par la normale à la surface une multitude de plans sécants ; les intersections de

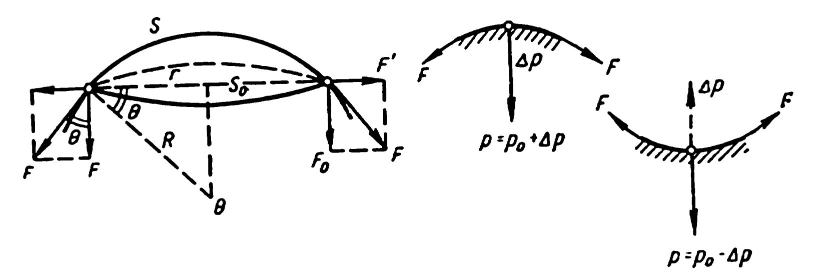


Fig. II. 37.

ces plans avec la surface au voisinage de la normale ont une infinité de rayons de courbure, parmi lesquels on en retient deux : le rayon de courbure minimum R_1 et le rayon de courbure maximum R_2 ; ces rayons de courbure, qui se trouvent dans deux plans orthogonaux, sont appelés *rayons de courbure principaux* de la surface au point donné).

Si la surface du liquide est convexe (comme on l'a montré sur la figure II.37) la pression supplémentaire Δp doit être ajoutée à la pression moléculaire p_s, mais si la surface du liquide est concave, alors Δp doit être retranchée de p_3. Ainsi, la pression totale due aux forces moléculaires agissant sur la couche superficielle du liquide s'écrit dans le cas général

$$p = p_s \pm \Delta p = p_s \pm \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (3.20)$$

La pression Δp provenant de la courbure de la surface du liquide est parfois appelée pression capillaire ou laplacienne.

Considérons l'application de la formule (3.20) aux phénomènes capillaires.

L'ascension (lorsqu'il y a mouillement) ou la descente (lorsque le liquide ne mouille pas) d'un liquide dans les tubes capillaires (fig. II.38, *a*) peuvent être expliquées par le fait que la pression moléculaire sur une surface plane p_s est plus grande que la pression sur une surface concave ($p_1 = p_s - \Delta p$), et plus petite que la pression sur une surface convexe ($p_2 = p_s + \Delta p$). Egalons la différence ($p_s - p_1$, $p_2 - p_s$) des pressions moléculaires, c'est-à-dire la pression laplacienne Δp, à la pression hydrostatique de la colonne de liquide de hauteur h égale à ρgh (ρ est la densité du liquide, g l'accélération de la force de la pesanteur) ; on obtient :

$$\alpha\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\rho gh. \qquad (3.21)$$

Si les capillaires ont une section circulaire, alors $R_1 = R_2 = R$. Le rayon de courbure du ménisque dans le capillaire ne coïncide pas,

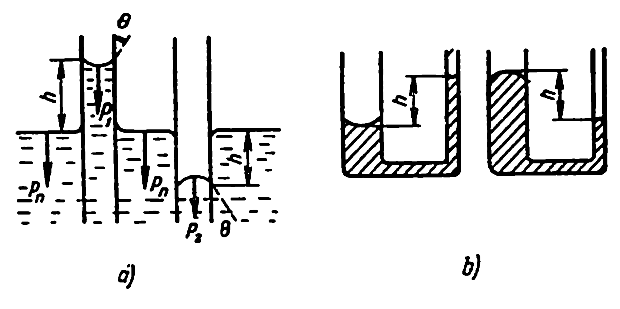


Fig. II. 38.

évidemment, avec le rayon du tube r ; pour un ménisque sphérique, conformément à la figure II.37, $r = R \cos\theta$. Dans ces conditions

$$h=\frac{2\alpha}{\rho gR}=\frac{2\alpha}{\rho gr}\cos\theta. \qquad (3.22)$$

L'angle θ est l'*angle de raccordement*. Si le diamètre du capillaire est très petit, la forme du ménisque est presque sphérique, et lorsqu'il y a mouillement parfait ($\theta = 0$), on peut poser $R \approx r$.

Pour des calculs précis, il faut non seulement tenir compte de la forme complexe du ménisque et des angles de raccordement, mais aussi de la différence des pressions de l'air au-dessus de la surface du liquide dans les capillaires et à l'extérieur. Par suite de l'attraction terrestre, la pression des gaz (notamment de l'air atmosphérique) décroît avec la hauteur. Pour de petites hauteurs h cette décroissance peut être calculée par la même formule $\Delta p = \rho' gh$ (ρ' étant la densité du gaz) qui permet le calcul de la pression hydrostatique dans les liquides. Tenant compte de la diminution de la pression atmosphé-

rique avec la hauteur, on obtient pour les tubes capillaires ronds la formule plus exacte :

$$\frac{2\alpha}{R} + \rho' gh = \rho gh; \quad h = \frac{2\alpha}{R(\rho - \rho')g}. \tag{3.23}$$

Cette formule doit pouvoir s'appliquer lorsque au-dessus de la surface du liquide se trouve sa vapeur ayant une grande densité (aux grandes pressions).

Les formules (3.22) et (3.23) sont utilisées pour le calcul de la tension superficielle des liquides en fonction de la hauteur du niveau dans les capillaires. Plaçant des capillaires dans des récipients fermés, on peut déterminer α aux différentes températures et pressions, y compris l'état critique. En utilisant des tubes capillaires réfractaires en quartz, on peut aussi déterminer les tensions superficielles des métaux fondus.

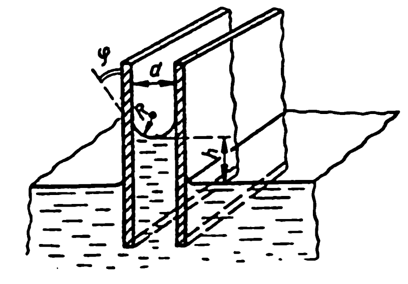
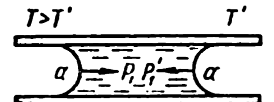


Fig. II. 39.

Si l'on immerge dans un liquide deux lames planes proches (fig. II.39), le niveau du liquide monte entre les lames (lorsque le liquide mouille) ou descend (lorsqu'il ne mouille pas) de la hauteur h dépendant de la distance d entre les lames.

Supposons que l'on ait dans un capillaire de petit diamètre ($R \approx r$) un liquide avec des températures différentes aux extrémités



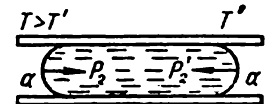


Fig. II. 40.

(fig. II.40). Etant donné que la tension superficielle décroît lorsque la température croît, pour $T > T'$ on a $\alpha < \alpha'$. La différence de pression moléculaire dans le cas d'un liquide mouillant est

$$p_1 - p_1' = (p_s - \Delta p) - (p_s - \Delta p') = \Delta p' - \Delta p = \frac{2\alpha'}{R'} - \frac{2\alpha}{R}.$$

Négligeant les variations du rayon du capillaire dues à la température et posant $R' = R = r$, on obtient :

$$p_1 - p_1' \approx \frac{2}{r}(\alpha' - \alpha). \tag{3.24}$$

Comme $\alpha' > \alpha$, on a $p_1 > p'_1$. Si cette différence de pression est suffisante pour vaincre les forces de viscosité, le liquide se déplace vers l'extrémité froide du tube ; un liquide non mouillant se déplace vers l'extrémité chaude.

Considérons l'écoulement d'un liquide mouillant dans un capillaire (fig. II.41). Etant donné qu'il se forme à l'extrémité du capil-

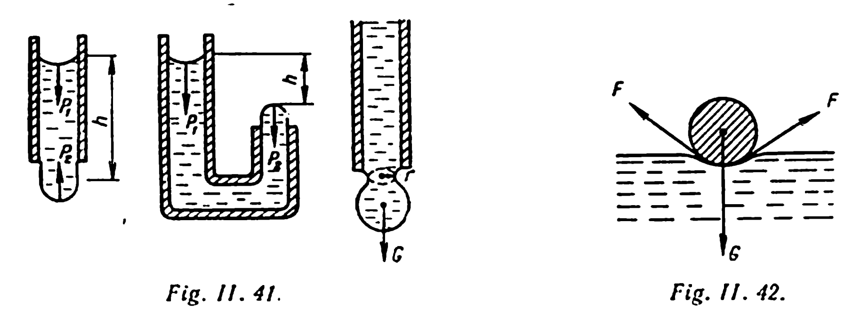


Fig. II. 41. *Fig. II. 42.*

laire un ménisque convexe et que $p_2 > p_1$, pour qu'il y ait écoulement du liquide, il faut que la somme de p_1 et de la pression hydrostatique ρgh soit supérieure à p_2. On peut déduire de la condition d'équilibre

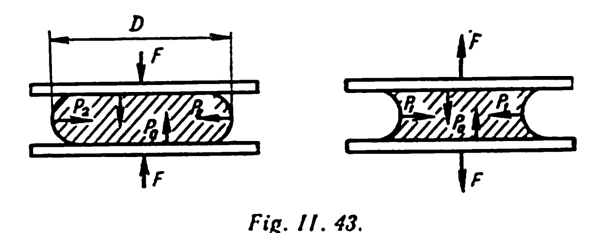


Fig. II. 43.

$p_1 + \rho gh = p_2$ la valeur maximum h pour laquelle le liquide ne s'écoule pas :

$$\rho gh = p_2 - p_1 = \left(p_s + \frac{2\alpha}{R}\right) - \left(p_s - \frac{2\alpha}{R}\right) = \frac{4\alpha}{R};$$

$$h = \frac{4\alpha}{\rho g R}. \qquad (3.25)$$

L'effet de la pression laplacienne et des forces de tension superficielle se manifeste également lors de la formation des gouttes de liquide ; une goutte se détache non pas par arrachement, mais par étranglement progressif du col jusqu'à l'annulation de son rayon r. Le flottement de petits corps à la surface d'un liquide (fig. II.42) s'explique par la pression laplacienne, dirigée vers le haut. Pour aplatir une goutte d'un liquide non mouillant entre deux lames (fig. II.43), il faut appliquer une force extérieure F pour vaincre la

différence de pression p_s des surfaces convexe et plane du liquide ; elle peut être calculée par la formule de Laplace :

$$F = \Delta pS = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \frac{\pi D^2}{4}, \qquad (3.26)$$

R_1, le rayon de courbure maximum, pouvant être pris égal à D/2, et R_2, le rayon de courbure minimum, à la moitié de la distance entre les lames. Si le liquide mouille les lames, elles s'attirent ; si l'on a de surcroît une mince pellicule de liquide entre les lames, la force d'attraction peut être considérable, et on préfère faire glisser les lames l'une sur l'autre pour les séparer.

§ 17. Energie de la couche superficielle d'un liquide. Evaporation, ébullition et condensation

Considérons les phénomènes au cours desquels il y a modification de la surface libre d'un liquide. Remarquons, en premier lieu que sous l'action des seules forces moléculaires d'attraction le liquide prend une forme telle que, *pour le volume donné, l'aire de la surface qui le délimite est minimum*, cette surface étant donc une sphère. En effet, les forces appliquées aux molécules de la couche superficielle ont une résultante non nulle dirigée à l'intérieur du liquide ; aussi le nombre de molécules « astreintes » à rester dans la couche superficielle du liquide doit-il être minimum, par conséquent toute la surface du liquide doit aussi avoir *une aire minimum*. En l'absence de forces extérieures, le liquide affecte la forme d'une sphère. La présence de différentes forces, notamment de l'attraction terrestre, influe sur la forme du liquide. Lorsque les masses sont importantes, les forces moléculaires superficielles sont insignifiantes par rapport aux forces volumiques d'attraction, et la forme du liquide est déterminée essentiellement par la force de pesanteur : le liquide prend la forme du récipient où il est versé, et la surface libre est perpendiculaire à la force de pesanteur. Au fur et à mesure que la masse du liquide diminue, l'importance des forces superficielles croît ; la forme des gouttes se trouvant à la surface de corps solides et liquides (voir fig. II.36) est déterminée principalement par les forces superficielles. Des gouttelettes liquides très petites (mercure, eau) sont presque sphériques.

Lorsqu'on augmente la surface libre d'un liquide, il faut faire passer une quantité correspondante de molécules de l'intérieur du liquide à sa surface. Il faudra alors vaincre les forces exercées par les autres molécules. A l'intérieur du liquide ces forces sont en moyenne équilibrées, mais elles donnent à la surface une résultante R_i (voir fig. II.35). Le travail effectué alors pour vaincre les forces moléculaires a un signe *négatif*. Rappelons-nous que le travail des forces internes est égal à la variation de l'énergie potentielle du sys-

tème. Par conséquent, si les forces moléculaires internes accomplissent un travail négatif, cela signifie que l'énergie potentielle du liquide *croît*. Inversement, lorsque la surface libre d'un liquide diminue, les molécules passant de la couche superficielle à l'intérieur, les forces intermoléculaires, effectuent un travail *positif*, donc l'énergie potentielle du liquide *décroît*.

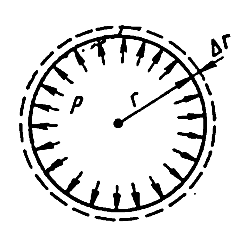


Fig. II. 44.

De l'énergie potentielle totale d'interaction de toutes les molécules du liquide on peut séparer l'énergie potentielle relative à la couche superficielle. Désignons cette énergie par U_s ; elle varie lorsque la surface du liquide augmente ou diminue. Pour calculer cette énergie, considérons une bulle de savon (fig. II.44). La surface extérieure (convexe) et la surface intérieure (concave) exercent sur l'air emprisonné une pression $\frac{2\alpha}{r_1}+\frac{2\alpha}{r_2}\approx\frac{4\alpha}{r}$ (puisque $r_1\approx r_2$), donc la pression de l'air dans la bulle p doit excéder la pression extérieure p_0 de

$$\Delta p=\frac{4\alpha}{r}. \qquad (3.27)$$

Supposons que l'on agrandisse le rayon de la bulle de Δr en y introduisant de l'air ; si Δr est petit, $\Delta p\approx$Cte, et le travail de dilatation de la bulle est égal à :

$$\Delta A=\Delta p\Delta V=\Delta p\cdot 4\pi r^2\Delta r=\alpha\cdot 16\pi r\,\Delta r.$$

Trouvons le quotient de ce travail par la variation de la surface de la pellicule de savon (extérieure et intérieure)

$$\Delta S=2[4\pi(r+\Delta r)^2-4\pi r^2]\approx 16\pi r\cdot\Delta r\ ;$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta S}=\alpha;\quad \Delta A=\alpha\Delta S. \qquad (3.28)$$

Ainsi, la tension superficielle est numériquement égale au travail pour déformer la surface du liquide de l'unité d'aire ; α a pour dimensions *N/m* ou *joules/m²*. Remarquons que lorsque les molécules se déplacent de l'intérieur du liquide à la surface, elles doivent vaincre les forces s'opposant à ce déplacement, c'est pourquoi l'énergie cinétique moyenne des molécules transférées à la surface décroît et le liquide se refroidit quelque peu en cet endroit. Au contraire, lorsque la surface du liquide diminue, les forces moléculaires, accomplissant un travail positif, augmentent l'énergie cinétique moyenne des molécules passant de la surface à l'intérieur, et le liquide s'échauffe en cet endroit. Ainsi, l'augmentation ou la diminution de la couche superficielle d'un liquide de ΔS a lieu non seulement avec accomplissement d'un travail extérieur $\Delta A=\alpha\Delta S$, mais aussi avec transformation de l'énergie potentielle d'interaction des molécules

en énergie cinétique d'agitation, et inversement. Désignons la variation de l'énergie d'agitation thermique des molécules du liquide pendant ce processus par ΔQ. Alors

$$\Delta U_{pot} = \Delta A + \Delta Q. \qquad (3.29)$$

Ainsi, s'il y a diminution de la surface du liquide, son énergie diminuant de ΔU_s, une partie de ΔU_s est dépensée en travail extérieur et le reste se transforme en énergie d'agitation moléculaire. Lorsque la surface du liquide augmente, l'accroissement ΔU_s de son énergie potentielle a lieu partiellement aux dépens du travail des forces extérieures ΔA et partiellement au compte de l'énergie cinétique de l'agitation moléculaire.

Le travail extérieur $\Delta A = \alpha \Delta S$ peut s'effectuer sous différents régimes thermiques du liquide ; en particulier, la variation de la couche superficielle du liquide peut être *adiabatique* (alors la température du liquide et, par conséquent, α varient) ou *isotherme* (α =Cte). La partie de l'énergie potentielle totale de la couche superficielle du liquide U_s qui se transforme en travail mécanique pendant la contraction isotherme de la surface est appelée ***énergie libre*** de cette couche. On définit parfois la tension superficielle α comme l'énergie libre par cm^2 de surface du liquide.

Des processus superficiels très importants s'effectuant à la limite entre un liquide et un gaz ou une vapeur sont les phénomènes de vaporisation, d'ébullition et de condensation. Considérons l'équilibre entre un liquide et sa vapeur saturée lorsque la surface du liquide est non pas plane mais courbe. Supposons que le récipient contienne de la vapeur saturée et un liquide où plongent deux tubes capillaires, dont l'un est mouillé par ce liquide et l'autre non (fig. II.45). A l'état d'équilibre entre le liquide et sa vapeur saturée, la pression de cette vapeur décroît avec la hauteur, de même que la pression de l'air décroît avec l'altitude au-dessus de la Terre. La différence des pressions de la vapeur à la surface plane du liquide p_0 et à la hauteur h est égale à la pression « hydrostatique » de la colonne de vapeur de hauteur h, c'est-à-dire à $p_0 - p = \rho_v g h$, où ρ_v est la densité de la vapeur, g l'accélération de la force de pesanteur.

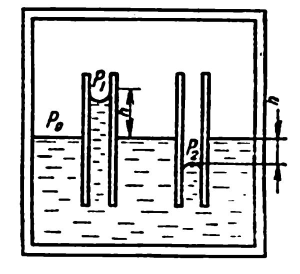


Fig. II. 45.

Un ménisque concave se trouve en équilibre avec de la vapeur saturée sous la pression $p_1 < p_0$. Etant donné que la hauteur du liquide dans le tube capillaire (de section circulaire) est $h = \frac{2\alpha}{(\rho_l - \rho_v) g R}$, où ρ_l et ρ_v sont les densités du liquide et de la vapeur et R le rayon de courbure du ménisque, on a

$$p_1 = p_0 - \rho_v g h = p_0 - \frac{2\alpha}{R} \frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v}. \qquad (3.30)$$

Pour un ménisque convexe la pression de la vapeur saturée est plus grande que sur la surface plane :

$$p_2 = p_0 + \frac{2\alpha}{R} \frac{\rho_v}{(\rho_l - \rho_v)}. \tag{3.31}$$

La différence entre la pression d'une vapeur saturée sur une surface plane et sur une surface courbe d'un liquide peut être expliquée comme suit : l'équilibre entre la vapeur saturée et le liquide signifie qu'il y a égalité entre le nombre de molécules qui s'échappent à chaque seconde de la surface du liquide et celui des molécules qui sont captées par le liquide. Lorsque la surface est *concave*, le passage des molécules du liquide à la vapeur est gêné par un plus grand nombre de molécules « voisines », que lorsque la surface est plane

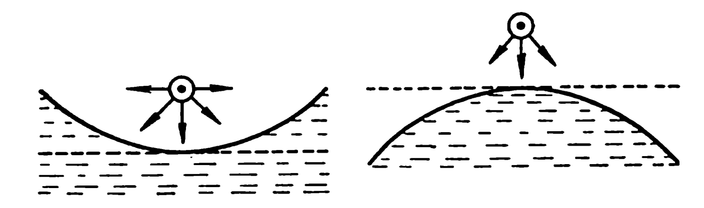


Fig. II. 46.

(fig. II.46) ; c'est pourquoi, à la température donnée, le nombre de molécules qui pourraient vaincre l'attraction de la couche superficielle du liquide et s'échapper dans la vapeur est moindre. Au contraire, le passage des molécules d'une surface convexe à la vapeur exige une dépense d'énergie plus petite, étant donné que le nombre de molécules voisines faisant obstacle à ce passage est inférieur à celui que l'on a pour une surface plane ; par conséquent, le nombre de molécules quittant à chaque seconde une surface convexe est, à température égale, plus grand que celui des molécules quittant une surface plane.

Supposons qu'il se trouve au-dessus de la surface plane d'un liquide, dans l'atmosphère de sa vapeur, des gouttelettes de ce liquide. Etant donné que la vapeur est saturée pour la surface *plane*, c'est-à-dire qu'elle a pour pression p_0, pour les gouttelettes de surface *convexe* cette vapeur n'est pas saturée ; conformément à (3.31), les surfaces convexes se trouvent en équilibre avec de la vapeur à pression plus élevée que les surfaces planes. Il en résulte que les gouttelettes du liquide se vaporisent. Considérons un autre exemple, lorsqu'on n'a pas de surface plane de liquide et que dans l'atmosphère de la vapeur on a seulement des gouttelettes de deux grosseurs : rayons r_1 et r_2. Supposons que la vapeur se trouve en équilibre avec les gouttelettes de petit rayon et soit p_2 sa pression. Alors, conformément

à la formule (3.31), cette vapeur sera sursaturée pour les gouttelettes de grand rayon, étant donné que, pour ces gouttelettes, la pression de la vapeur saturante doit être plus petite que pour les gouttelettes de petit rayon (plus est grand R, égal pour les gouttes sphériques à leur rayon r, plus petite est la pression de la vapeur saturée p_2). Il en résulte que la vapeur se condense à la surface des grandes gouttes, la pression de la vapeur décroît, ce qui entraîne la vaporisation des petites gouttes. Les grosses gouttes de liquide grossissent aux dépens des petites gouttelettes.

Cette circonstance doit être prise en considération lorsqu'on examine la condensation des vapeurs à la surface de divers « corps étrangers », qui sont des centres de condensation (poussières, minuscules cristaux de corps solides, gouttelettes microscopiques de liquides). Ceci étant, outre les *dimensions* de ces corps, leur forme entre également en jeu. Le rôle le plus actif pendant la condensation est joué par les corps de grandes dimensions et de surface faiblement courbée. Si ces corps sont sphériques, on peut appliquer la formule (3.31) ; plus le rayon du « centre de condensation » $r=R$ est petit, plus la pression de la vapeur doit être grande pour que la condensation à la surface des centres soit amorcée.

Par ailleurs, si l'air est suffisamment bien épuré, on peut y obtenir de la vapeur dont la pression est plusieurs fois plus grande que la pression de la vapeur saturée à la même température avec foyers de condensation.

Les corps sur lesquels les vapeurs viennent se condenser peuvent former des surfaces *concaves* de liquide, et alors pour condenser les vapeurs, il suffit d'une pression de vapeur d'autant plus petite que la courbure est plus grande (rayon de courbure plus petit). Ainsi, si dans l'atmosphère d'une vapeur saturée par rapport à la surface plane du liquide on introduit des capillaires mouillants (par exemple, des corps ayant des pores capillaires), la vapeur se condense dans ces capillaires, étant donné que pour les surfaces concaves de liquide dans les capillaires cette vapeur est déjà *sursaturée*.

Par conséquent, la pression de la vapeur saturée n'est une fonction déterminée de la température que pour les surfaces planes des liquides ; pour les surfaces courbes, la pression de la vapeur saturée dépend encore, conformément à (3.30) et (3.31), de la courbure de la surface.

L'*ébullition* des liquides est également liée à des phénomènes superficiels : pendant l'ébullition il y a vaporisation du liquide à l'intérieur des *bulles d'air*, qu'on trouve aussi bien dans le volume du liquide qu'à sa frontière sur les parois du récipient. Considérons le mécanisme de l'ébullition : on a indiqué sur la fig. II.47 diverses phases du développement des bulles d'air fixées sur la paroi du récipient. Au fur et à mesure de la vaporisation du liquide à l'intérieur de ces bulles, la pression de la vapeur y augmente, la pression extérieure et la pression hydrostatique sont vaincues et la bulle com-

mence à monter. L'augmentation des dimensions de la bulle est particulièrement rapide lorsque la pression de la vapeur saturée à l'intérieur est égale à la pression extérieure (ou bien qu'elle lui est un tant soit peu supérieure). Alors les forces superficielles déformant la bulle en détachent une certaine partie qui, étant sollicitée par la force d'Archimède, monte et libère la vapeur qu'elle contient à la surface du liquide. La partie restante de la bulle continue à jouer son rôle de « réservoir » pour l'accumulation de la vapeur et de « générateur » de nouvelles bulles de vapeur.

Par conséquent, les conditions suivantes sont nécessaires à l'ébullition : 1) présence de bulles d'air (à la frontière avec les corps solides), qui sont les générateurs de bulles de vapeur et, 2) le liquide doit être chauffé à la température à laquelle la pression de la vapeur

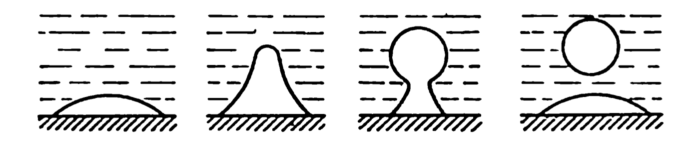


Fig. II. 47.

saturée est égale à la pression extérieure. La quantité de chaleur que les bulles de vapeur empruntent aux parois du récipient pendant l'unité de temps est égale à la quantité de chaleur que ces parois empruntent elles-mêmes à l'extérieur. Si l'on intensifie l'apport de chaleur extérieure, la séparation des bulles s'intensifie également ; une petite élévation de la température du liquide accroît la pression de la vapeur dans les bulles, ce qui accélère le processus de croissance et de séparation des bulles de vapeur. Ceci explique pourquoi l'intensification ou l'affaiblissement de l'apport de chaleur au liquide en ébullition ne perturbe pas sa température et que seule varie la vitesse de vaporisation. Si le liquide est exempt de bulles d'air, on peut le chauffer à des températures dépassant la température d'ébulliton à la pression extérieure donnée. Ainsi, l'eau, minutieusement débarrassée de l'air qu'elle contenait, peut être chauffée à la pression atmosphérique jusqu'à la température de 105 à 107°C ; l'eau obtenue sous forme de grosses gouttes en suspension dans certaines huiles spéciales ne bout pas, même à la température de 178°C. Par contre, l'introduction dans un liquide de corps solides contenant sur leurs surfaces une grande quantité de bulles d'air favorise la vaporisation et empêche la surchauffe du liquide.

Pour transformer un gramme de matière de son état liquide à l'état de vapeur (lorsqu'il y a ébullition ou vaporisation), il faut dépenser une certaine quantité d'énergie calorifique appelée chaleur *latente de vaporisation*. Pendant le passage inverse de l'état de vapeur

à l'état liquide cette chaleur doit être soustraite à la matière. La chaleur latente de vaporisation (que l'on désigne par r), est constituée de deux parties : une partie, r_1, est dépensée pour *vaincre* les forces intermoléculaires retenant les molécules dans le liquide, l'autre partie r_2 sert à effectuer un *travail de dilatation* contre la pression extérieure agissant sur le liquide.

Ces deux parties, et donc leur somme $r=r_1+r_2$, dépendent de la densité (ou de la pression) de la vapeur au-dessus de la surface du liquide. Ainsi, au voisinage de l'état critique, lorsque la densité de la vapeur saturée approche de la densité du liquide lui-même, les forces avec lesquelles la molécule est sollicitée par la vapeur et par le liquide se distinguent peu l'une de l'autre et le travail de passage de la molécule du liquide dans la vapeur est très petit ; il est évident qu'à l'état critique $r_1=0$. La deuxième partie de la chaleur de vaporisation, r_2, est due à ce que le volume de 1 gramme de matière à l'état liquide est bien plus petit qu'à l'état gazeux (à la même température et sous la même pression). Pour dilater la matière de V_{liq} à V_{vap} à pression constante p il faut dépenser le travail

$$A=p\,(V_{vap}-V_{liq})=r_2.$$

A l'état critique, la différence entre les volumes spécifiques du liquide V_{liq} et de la vapeur V_{vap} s'annule et $r_2=0$. La diminution de la chaleur latente de vaporisation, avec l'augmentation de la densité de la vapeur ou de sa température, peut être illustrée par les données suivantes pour l'eau :

température	$t°$ C	0°	100°	200°	300°	350°	374°
	joules/g	2490	2260	1940	1380	878	0

La dépendance entre la chaleur latente de vaporisation, la température et la variation du volume spécifique de la matière $(V_{vap}-V_{liq})$ peut être déduite sous une forme générale si l'on utilise le second principe de la thermodynamique. Considérons un processus cyclique composé : 1) d'une transformation isothermo-isobare de 1 gramme de liquide par ébullition en vapeur (palier *1—2*, fig. II.48) ; 2) de la variation des paramètres de la vapeur saturée des valeurs p_1, V_2, T_1 aux valeurs p_2, V_3, T_2 ; 3) d'une transformation isothermo-isobare de la vapeur saturée en liquide (palier *3—4*) et 4) de la variation des paramètres du liquide des valeurs p_2, V_3, T_2 aux valeurs p_1, V_1, T_1. Si les différences de pression $p_1-p_2=\Delta p$ et de température $T_1-T_2=\Delta T$ sont très petites, on pourra négliger l'apport et l'évacuation de chaleur sur les tronçons *2—3* et *4—1*, c'est-à-dire qu'on pourra considérer que ces processus sont quasi adiabatiques. Alors le processus cyclique considéré sera consti-

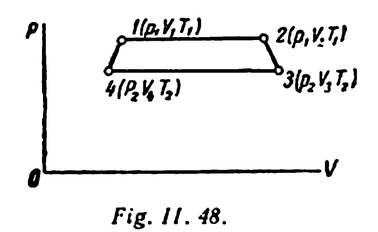


Fig. II. 48.

tué de deux isothermes et de deux adiabatiques, c'est-à-dire qu'on a un cycle de Carnot pour lequel :

$$\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}.$$

Ici Q_1 est la chaleur latente de vaporisation r_1 sur le tronçon *1—2*. La différence Q_1-Q_2 est le travail extérieur résultant effectué pendant ce cycle ; il est représenté par l'aire *1—2—3—4* et, pour des Δp et ΔT petits, on a avec une précision satisfaisante

$$Q_1-Q_2=\Delta A\approx\Delta p\,(V_{vap}-V_{liq});$$

V_{vap} étant le volume spécifique de la vapeur saturée aux états *2* et *3* ($V_2\approx V_3$), et V_{liq} le volume spécifique du liquide aux états *1* ou *4* ($V_1\approx V_4$). Par conséquent, nous obtenons l'égalité approchée

$$\frac{\Delta p\,(V_{vap}-V_{liq})}{r_1}\approx\frac{\Delta T}{T_1}.$$

En passant à la limite lorsque Δp et ΔT sont infiniment petits, on obtient une égalité exacte, que nous recopierons sous la forme :

$$\frac{dp}{dT}=\frac{r}{T\,(V_{vap}-V_{liq})}. \tag{3.32}$$

Cette relation, dite formule de Clapeyron-Clausius, relie entre elles : la chaleur latente de vaporisation, la température de la vapeur saturée, la variation du volume spécifique de la matière lors de la transition de l'état liquide à l'état vapeur et la vitesse de variation de la pression de la vapeur saturée en fonction de la température $\left(\frac{dp}{dT}\right)$. Comme V_{vap} est toujours supérieur à V_{liq}, $\frac{dp}{dT}$ est toujours positif, c'est-à-dire qu'avec l'accroissement de la température la pression de la vapeur saturée croît toujours (cf. § 13, fig. II.25).

18. Corps cristallins et amorphes. Cristallisation, fusion et sublimation des corps solides

Pour faire passer une matière de l'état liquide à l'état solide, il faut seulement la *refroidir*, c'est-à-dire lui enlever une certaine quantité de chaleur. Pendant cette transition le volume des corps diminue en général très peu, et pour certaines matières (eau, bismuth), on observe même un accroissement du volume. Par conséquent, la transition de la matière de l'état liquide à l'état solide ne signifie pas tant le rapprochement des molécules que l'affermissement des liens limitant la liberté de leur mouvement thermique à l'intérieur de la matière. Pour ce faire, on doit enlever aux molécules de la matière une certaine quantité d'énergie.

On connaît deux processus différents de transition de la matière de l'état liquide à l'état solide :

1) la solidification par *cristallisation* de la matière. Il apparaît d'abord dans le liquide de minuscules cristaux contenant un petit nombre de molécules régulièrement agencées les unes par rapport aux autres et fortement liées entre elles. Puis, au fur et à mesure que l'on refroidit, ces cristaux grossissent aux dépens des molécules prises à la phase liquide jusqu'à ce que cette dernière disparaisse complètement ;

2) la solidification par suite de la croissance progressive de la *viscosité* du liquide. Alors, on n'observe pas du tout de cristallisation dans certaines matières dites *amorphes* ; telles sont la cire, les résines. Pour d'autres matières (susceptibles de cristallisation), la solidification survient avant la cristallisation par suite de l'accroissement rapide de la viscosité lors du refroidissement ; la cristallisation peut évoluer très lentement après la solidification. Quand la viscosité augmente, le déplacement des molécules dans le liquide est considérablement gêné, alors que ce déplacement est indispensable pour la formation et la croissance des cristaux. Les matières solidifiées avant la cristallisation sont dites *vitreuses* (le verre en est un représentant typique). Il est connu que dans les corps solides vitreux on observe avec le temps un processus de cristallisation très lent (« dévitrification ») ; ce processus s'accélère notablement quand on élève la température ; ainsi, dans les verres contenant du plomb, au-dessus de 400°C il y a formation d'un grand nombre de fins cristaux.

Parfois les corps vitreux sont appelés des « liquides surfondus », et comme ils ne contiennent pas de cristaux, on les rapporte également à la catégorie des corps amorphes. On rapporte encore aux corps amorphes les matières solides organiques et leurs dérivés dont les molécules représentent des composés filiformes d'un grand nombre d'atomes (des centaines à des millions), tels les caoutchoucs, le bois et le papier, le cuir, les matières plastiques, les fibres de laine, de soie et de coton, etc.

La différence entre les processus de solidification mentionnés ci-dessus apparaît lorsqu'on trace la courbe de la variation de la température en fonction du temps (fig. II.49). Pour les corps cristallins, la température décroît selon la courbe *C*, dans le sens *a*—*1*—*2*—*B* ; sur le tronçon *a*—*1* la matière se trouve dans sa phase liquide, et au fur et à mesure qu'elle se refroidit, il s'y forme les embryons des futurs cristaux. La cristallisation commence au point *1* et s'opère à température *constante*, dite température de solidification T_{sol}. Sur le palier *1*—*2* coexistent simultanément la phase liquide et la phase solide ; au fur et à mesure du refroidissement, la phase solide s'accroît au détriment de la phase liquide.

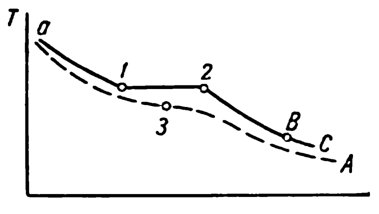


Fig. II. 49.

La constance de la température pendant la cristallisation s'explique de la manière suivante. La formation et la croissance des cristaux sont possibles si l'on enlève aux molécules du liquide une certaine quantité d'énergie. La molécule rigidement liée dans un cristal n'effectue qu'un mouvement vibratoire, alors que dans un liquide à la même température elle est animée en outre d'un mouvement de translation. Aussi, lors de la cristallisation d'une matière, faut-il évacuer une certaine quantité d'énergie thermique correspondant au mouvement de translation des molécules. Si l'on accélère l'évacuation de la chaleur, le nombre de molécules douées de faibles énergies augmente et le processus de cristallisation s'accélère, les molécules qui ont perdu leur excès d'énergie s'associent aux cristaux, les molécules douées encore d'une énergie trop grande restent dans le liquide ; la température dans le système reste constante. Si l'on évacue la chaleur de la matière plus lentement, la cristallisation se ralentit mais, comme auparavant, la température reste constante. Dès que la cristallisation est terminée (point *2*), l'évacuation ultérieure de la chaleur entraîne la baisse de la température du corps solide ainsi formé.

Lorsqu'on *chauffe* les corps cristallins, le processus évolue dans le sens inverse *b—2—1—a*. Au point *2* est atteinte une température T_{fus} (dite de fusion), à laquelle devient possible l'arrachement des molécules se trouvant à la surface des cristaux chauffés. Par la suite, toute la chaleur apportée est communiquée aux molécules qui se libèrent ; ayant reçu un excès d'énergie, ces molécules peuvent (à la même température) accomplir maintenant, outre leur mouvement vibratoire, un mouvement de translation dans le volume considéré. Ainsi se forme progressivement la phase liquide par destruction de la phase solide. Le renforcement ou l'affaiblissement de l'apport de chaleur n'entraîne que l'accélération ou le ralentissement de la fusion ; la température ne varie pas alors, étant donné que la chaleur apportée est complètement absorbée par les molécules s'échappant des cristaux. Si l'on arrête l'apport de chaleur, la fusion s'arrête également (plus exactement, il s'établit dans la matière un processus d'équilibre, le nombre de molécules passant de la phase solide à la phase liquide pendant l'unité de temps étant égal au nombre des molécules passant de la phase liquide à la phase solide). Après la disparition de la phase solide, l'apport de chaleur entraîne l'élévation de la température du liquide (tronçon *1—a*). Remarquons que la température de fusion est égale à la température de solidification seulement lorsque ces processus sont suffisamment lents ; si le transfert de chaleur est très rapide, étant donné que la vitesse de croissance et de destruction des cristaux est limitée, on peut avoir une petite surchauffe pendant la fusion, ainsi que surfusion pendant la solidification.

Pour les corps amorphes, la variation de la température en fonction du temps (courbe *A* sur la fig. II.49) n'a pas de palier de tempé-

rature constante, mais seulement un point d'inflexion *3*. La décroissance de la température de la phase liquide se fait avec une augmentation progressive de la viscosité et la matière passe peu à peu à l'état solide. Lors du processus inverse, lorsqu'il y a apport de chaleur et que la température croît, la matière se ramollit progressivement et passe par un état d'abord très visqueux, puis moins visqueux. On ne peut indiquer pour les corps amorphes une température déterminée au-dessus de laquelle on pourrait constater une phase liquide et au-dessous une phase solide. On relève seulement la température correspondant au point d'inflexion *3* sur la courbe de la variation de la température en fonction du temps. Cette température est appelée conventionnellement température de ramollissement du corps amorphe.

Les corps cristallins ont une *chaleur* spécifique de *fusion* déterminée qui est la quantité de chaleur communiquée à l'unité de masse de la matière pour la faire passer de l'état solide à l'état liquide à la température constante de fusion. Cette énergie thermique sert à détruire les liens maintenant les molécules dans le cristal et à leur communiquer une énergie supplémentaire de translation. Lors de la cristallisation, une telle quantité de chaleur doit être enlevée à la matière liquide à la température constante de solidification. Les corps amorphes n'ont pas de chaleur de fusion, l'apport de chaleur se fait avec élévation progressive de la température, augmentation progressive de l'énergie du mouvement thermique des molécules, diminution progressive du temps τ du séjour de la molécule « en un lieu ». On a indiqué au paragraphe 3 qu'avec la diminution du temps de séjour τ des molécules croissait la fluidité du liquide et décroissait sa viscosité. Lors de la fusion des corps cristallins, ce temps saute brusquement de l'infini (pour l'état solide) à une certaine valeur très petite (pour l'état liquide) ; chez les corps amorphes, le temps de séjour des molécules varie d'une manière continue.

Pour la formation de cristaux lors de la solidification, il est indispensable qu'il existe des « embryons » ou « centres » de cristallisation, qui s'associent progressivement des molécules, se transforment d'abord en petits cristaux, grossissant par la suite. Les observations montrent que l'agglomération des molécules en cristaux a lieu très souvent sur les parois du récipient ainsi qu'autour de divers corps étrangers contenus dans le liquide : infimes particules de corps solides, gouttelettes d'un autre liquide et même bulles de gaz. Cependant, les embryons de cristaux peuvent être constitués aussi par des molécules du liquide donné, accidentellement agglomérées en groupes plus ou moins solides de configuration déterminée dépendant du caractère des champs de forces. A l'intérieur de tels embryons de cristaux les molécules exécutent seulement un mouvement vibratoire sans se détacher l'une de l'autre. Pour que ces embryons soient suffisamment solides et ne soient pas détruits par suite de l'interaction avec les molécules voisines du liquide, deux conditions sont nécessaires :

1) les molécules constituant ces embryons doivent être douées d'énergies très petites pour qu'elles ne s'éloignent pas trop les unes des autres lors des oscillations, étant donné que les forces de liaison décroissent très vite avec la distance ;

2) le nombre de molécules liées entre elles dans l'embryon doit être grand (environ un millier et plus), pour que l'interaction des molécules voisines ne puisse provoquer de « déformation » par trop importante et la destruction de l'embryon.

Avec le temps, ces embryons doivent attirer à eux et lier par des forces d'attraction les molécules du liquide douées de petites énergies et, au contraire, renvoyer sans conséquences fâcheuses pour eux les molécules possédant des énergies trop considérables. Remarquons que la seconde condition, est notamment, observée pour les corps étrangers infimes contenus dans le liquide ; les molécules du liquide qui viennent y adhérer forment d'un coup, grâce à la masse et à la grande surface de ces corps, des embryons de cristallisation suffisamment solides croissant rapidement. Mais les embryons privés d'un tel noyau constitué de molécules du liquide pur peuvent être détruits avant d'avoir atteint le degré de « solidité » requis. Entre autres, la cristallisation autour de corps étrangers infiniment petits est parfois utilisée pour l'épuration minutieuse du liquide : on fait croître des cristaux autour de ces particules, qu'on filtre par la suite.

Par conséquent, il est permis de supposer que tous les embryons formés par des molécules du liquide donné ne survivent pas et n'engendrent pas des cristaux. Concuremment à la formation de tels embryons, il peut y avoir aussi un processus de destruction. La présence de tels embryons déjà dans la phase liquide (au voisinage de la température de solidification) est indiquée par les résultats de l'étude des liquides au moyen de rayons X. Etant donné que la croissance des embryons a lieu aux dépens des molécules douées de petites énergies, la vitesse de croissance de la masse de ces embryons, c'est-à-dire la vitesse de formation des cristaux, ou *vitesse de cristallisation, dépend de la température.* Il est évident qu'avec la décroissance de la température la probabilité de la formation des embryons et la vitesse de leur croissance doivent augmenter. Toutefois, il faut avoir en vue qu'avec la baisse de la température du liquide, sa vitesse croît rapidement et gêne le déplacement des molécules à l'intérieur du liquide, freinant ainsi la formation et la croissance des embryons.

On a indiqué ci-dessus que la viscosité croissante pouvait solidifier un corps avant la cristallisation (corps vitreux) ; dans d'autres cas, la viscosité peut arrêter une cristallisation amorcée, de sorte qu'on obtient après solidification un corps amorphe contenant un certain nombre de petits cristaux emprisonnés. Si tous les embryons existant pendant la solidification arrivent à croître en cristaux plus ou moins gros, le corps solide acquiert une structure *polycristalline*, c'est-à-dire est constitué d'un grand nombre de cristaux micro-

scopiques orientés chaotiquement dans le corps. Alors, suivant le nombre d'embryons par unité de volume, la vitesse de cristallisation et la vitesse de refroidissement, on peut avoir une structure granulaire fine ou grosse. Moyennant certaines précautions, on peut obtenir des cristaux de très grandes dimensions ; chaque cristal ainsi obtenu est appelé *monocristal*. La vitesse du refroidissement détermine la durée de la croissance du cristal. La vitesse de cristallisation dépend de la composition et de la structure des molécules de la matière : les molécules « compactes » de petites dimensions, constituées de particules chargées disposées symétriquement, et créant donc autour d'elles un champ électrique faible, sont plus mobiles dans le liquide et leur vitesse de cristallisation est grande. Au contraire, les grosses molécules de grandes dimensions, puisque constituées d'un grand nombre d'atomes, ou créant autour d'elles un champ électrique intense, sont moins mobiles et leur vitesse de cristallisation est plus petite.

Si le liquide a été minutieusement épuré de ses corps étrangers qui auraient pu servir de foyer de cristallisation, et si, étant donné la complexité de la composition et de la structure des molécules ou la grande viscosité du liquide, la formation des embryons *propres* de cristallisation s'opère très lentement, refroidissant avec précaution, on peut faire descendre la température du liquide au-dessous de la température correspondant à la solidification en présence de foyers de cristallisation. Un tel liquide *surfondu* (et, dans le cas des solutions, une solution sursaturée) est un état métastable de la matière : si l'on agite ou si l'on introduit des corps étrangers — des foyers de cristallisation — dans le liquide, la cristallisation s'amorce et la matière passe à un état stable (à la température donnée) solide. Par conséquent, la présence ou l'absence de foyers de cristallisation influe sur la température à laquelle le liquide passe à l'état solide. S'il y a dans le liquide un nombre suffisamment grand de foyers de cristallisation, la température de solidification est égale à la température de fusion ; en l'absence de tels foyers, la solidification s'opère à des températures moindres. Ceci étant, caractérisant les propriétés calorifiques de la matière, on a recours non pas à la température de solidification, mais à la température de fusion, qui est mieux définie.

La température de fusion dépend de la pression extérieure. Si la matière *se dilate* lors de la fusion (ainsi se comportent la plupart des matières), l'accroissement de la pression extérieure provoque l'élévation de la température de fusion. Si la matière se contracte lors de la fusion (eau, bismuth, etc.) l'accroissement de la pression extérieure entraîne la diminution de la température de fusion. Cette dépendance peut être obtenue théoriquement si l'on considère un processus cyclique contenant des transitions de l'état solide à l'état liquide et inversement, et si l'on utilise le deuxième principe de la thermodynamique. On aura alors à répéter les raisonnements faits

au paragraphe 17 pour établir la formule de Clapeyron-Clausius. Supposons que le tronçon $1-2$ sur la fug. II.48 représente le processus de fusion de 1 *lg* de matière sous la pression extérieure p_1 et à la température de fusion T_1, et le tronçon $3-4$ le processus de solidification de cette même matière sous la pression extérieure p_2 et à la température T_2 infiniment voisines de p_1 et T_1 (ceci étant, les autres parties du cycle $2-3$ et $4-1$ n'interviennent pas). Alors, Q est la chaleur spécifique de fusion λ ; $V_1 \approx V_4$ est le volume spécifique de la phase solide V_s, et $V_2 \approx V_3$ le volume spécifique de la phase liquide V_l, et l'équation de Clapeyron-Clausius devient

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V_l - V_S)}. \tag{3.33}$$

Si $V_l > V_s$, $\frac{dp}{dT}$ est positif (dp et dT sont de même signe), par conséquent la température de fusion s'accroît en même temps que la pression extérieure et inversement. Mais si $V_l < V_s$, $\frac{dp}{dT}$ est négatif (dp et dT sont de signes contraires) : alors l'accroissement de la pression extérieure entraîne la baisse de la température de fusion.

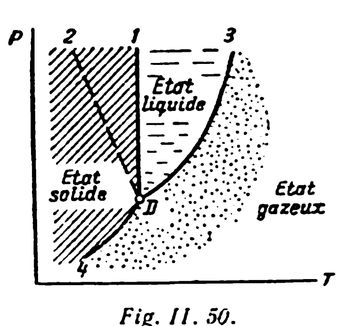


Fig. II. 50.

Sur la fig. II.50, en coordonnées p et T, le trait plein $1-D$ représente le lien entre la température de fusion et la pression extérieure pour les matières dont $dp/dT > 0$, et le trait pointillé $2-D$ pour les matières dont $dp/dT < 0$. A gauche de ces courbes la matière se trouve à des températures inférieures à la température de fusion, c'est-à-dire *dans la phase solide* ; à droite elle se trouve à des températures supérieures, c'est-à-dire *dans la phase liquide*. Sur les courbes mêmes $1-D$ et $2-D$, en chacun de leurs points, les phases solide et liquide coexistent en même temps. Le point D correspond à la pression minimum sous laquelle est encore possible la transition de la matière de l'état solide à l'état liquide et inversement, c'est-à-dire l'état d'équilibre entre la phase solide et la phase liquide : sous des pressions inférieures il n'existe pas d'état liquide.

On a représenté sur cette même figure la courbe $3-D$ de la pression de la vapeur saturée en fonction de la température, dont il a été question au § 13 (fig. II.25) et au § 17 (formule 3.32). A gauche de cette courbe la matière se trouve à des températures inférieures à la température d'ébullition, c'est-à-dire à l'état liquide ; les points situés à droite de cette courbe correspondent à des températures plus élevées, donc à des états de vapeur saturée. Sur la courbe même $3-D$ le liquide et la vapeur saturée coexistent, c'est-à-dire que cha-

que point de cette courbe correspond à un état d'équilibre entre le liquide en ébullition et la vapeur saturée. Le point D sur cette courbe correspond à la température et à la pression minima pour lesquelles le liquide peut exister en équilibre avec sa vapeur saturée. Le point D est appelé point triple de la matière donnée. En ce point coexistent en équilibre toutes les trois phases ou états d'agrégation de la matière : solide, liquide et gazeux (vapeur saturée). Pour chaque matière, le point triple est caractérisé par des valeurs déterminées de la pression et de la température. A des températures moindres, seuls peuvent exister les états solide et gazeux. La courbe *4—D* indique la dépendance entre la pression et la température de la vapeur saturée en équilibre avec la phase solide.

La vaporisation directe des corps solides (dite sublimation) a lieu à des températures inférieures à celle du point triple.

Pour beaucoup de matières (métaux, etc.), la température normale (15°) est de beaucoup inférieure à celle du point triple. Conformément à la courbe *4—D*, la pression des vapeurs saturées de ces matières est très petite à la température normale. Il est évident que plus est grande la pression de la vapeur saturante au-dessus de la surface du corps solide, plus intense est le processus de vaporisation de ces corps. Ainsi s'évaporise facilement l'iode, dont la pression des vapeurs saturantes au point triple (114°) est égale à 90 *mm* de mercure. Le séchage du linge mouillé au froid s'explique par le fait que l'eau contenue dans le linge gèle d'abord et que la glace ainsi formée se sublime, la température de la glace étant inférieure à la température du point triple de l'eau (+0,00748° C) et la pression des vapeurs d'eau saturantes atteignant quelques millimètres de mercure (à —10° C cette pression est d'environ 2 *mm* de mercure).

Indiquons que la chaleur spécifique de sublimation, c'est-à-dire la chaleur nécessaire pour faire passer un gramme du corps solide directement à l'état gazeux, est égale à la somme des chaleurs spécifiques de fusion et de vaporisation.

La température du point triple de l'eau sert de repère à l'échelle thermodynamique de Kelvin. Envisageons un corps parfait décrivant un cycle de Carnot parfait, recevant la chaleur Q_1 à la température T_1 et restituant la chaleur Q_2 à la température T_2. Mesurant Q_1 et Q_2, on peut, conformément au § 7, trouver le rapport des températures : $T_1/T_2=Q_1/Q_2$. Pour construire une échelle de température, il faut attribuer à T_1 et T_2 ou à leur différence des valeurs déterminées. On peut prendre pour températures repères de ce genre la température d'ébullition de l'eau et de fusion de la glace dans des conditions normales en posant que leur différence est 100°. Ayant mesuré le rapport T_1/T_2 et choisi la différence $T_1—T_2$, on peut déterminer toute l'échelle de température. Les points repères doivent être reproduits avec une très grande précision car ils déterminent la grandeur du degré. Aussi V. Thomson et, indépendemment, D. Mendéléev ont-ils proposé de créer une échelle avec une seule température re-

père, en l'occurence le point triple de l'eau, pouvant être obtenue avec une très grande précision (à moins de 10^{-4} degré). Dans le système international d'unités des grandeurs physiques (SI), le degré est ainsi défini : le degré Kelvin est l'unité de mesure de la température dans une échelle thermodynamique où la température du point triple de l'eau est égale à 273,16° (exactement).

Le second point repère est le 0 absolu, de sorte que le degré Kelvin est la 1/273,16-ième partie de l'intervalle de température entre le zéro absolu et le point triple de l'eau. Le point triple étant situé à 0,01° C au-dessus de la température de fusion de la glace, le lien entre les températures dans l'échelle thermodynamique (absolue) T et dans l'échelle Celsius t est donné par la formule $T=t+273{,}15$.

§ 19. Types de réseaux cristallins. Capacité calorifique, conductibilité et dilatation thermiques des solides. Propriétés élastiques et élastico-visqueuses des solides

La cristallisation de la matière est réalisée grâce aux forces *d'attraction* entre ses molécules ; toutefois, les forces d'attraction s'évanouissent aux petites distances et apparaissent des forces de répulsion faisant obstacle au rapprochement des particules. Ceci étant, on peut assimiler les molécules de la matière (en première approximation) à des particules solides, notamment à des sphères de rayon déterminé, que les forces d'attraction peuvent rapprocher au maximum jusqu'au « contact ». Ces forces ont toujours tendance à disposer les particules de la matière le plus près possible les unes des autres. Etant donné l'agitation thermique moléculaire désordonée, la moindre possibilité de rapprochement maximum des molécules voisines est utilisée. Ceci étant, un cristal, qui représente un système de particules de matière solidement liées entre elles, doit être caractérisé *comme l'arrangement le plus compact* de particules. Une telle représentation permet d'expliquer les différentes formes des cristaux naturels dont les particules sont différemment arrangées. Ce faisant, on attribue à ces particules de différentes matières différentes dimensions (rayons).

Lorsque l'arrangement des particules « sphériques » est dense, chacune d'elles est entourée d'un certain nombre de particules « voisines » équidistantes. Ce nombre, dit *de coordination*, prend les valeurs : 12, 8, 6, 4 et 2. Si le cristal est constitué de particules (sphères) de deux différentes dimensions, le nombre de coordination dépend du rapport des rayons $\frac{r_1}{r_2}=a$;

	$a\approx 1$	$1>a>0{,}73$	$0{,}73>a>0{,}41$	$0{,}41>a>0{,}22$	$a<0{,}22$
nombre de coordination	12	8	6	4	2

La disposition ordonnée des particules dans le volume d'un cristal forme ce que l'on appelle un *réseau cristallin spatial.* Géométri-

quement, on peut obtenir ce réseau en menant trois systèmes de plans parallèles se coupant deux à deux sous les angles α, β, γ les distances entre les plans de chaque famille étant a, b, c. De tels plans partagent le volume du cristal en cellules élémentaires (fig. II.51), telles des briques constituant le cristal tout entier. Selon le rapport entre les dimensions des arêtes d'une cellule a, b et c (c'est-à-dire des distances entre les plans formant ces cellules) ainsi qu'entre les angles α, β et γ, on distingue sept systèmes cristallins :

1) $a=b=c$; $\alpha=\beta=\gamma=90°$ —système régulier ou cubique
2) $a=b\neq c$; $\alpha=\beta=90°$; $\gamma=120°$ —système hexagonal
3) $a=b\neq c$; $\alpha=\beta=\gamma=90°$ —système quadratique (tétragone)
4) $a=b=c$; $\alpha=\beta=\gamma\neq 90°$ —système rhomboédrique
5) $a\neq b\neq c$; $\alpha=\beta=\gamma=90°$ —système orthorhombique
6) $a\neq b\neq c$; $\alpha=\beta=90°\neq\gamma$ —système monoclinique
7) $a\neq b\neq c$; $\alpha\neq\beta\neq\gamma$ et $\neq$ de 90° —système triclinique.

Les points d'intersection des plans formant le réseau cristallin spatial (c'est-à-dire les sommets des cellules élémentaires) sont ap-

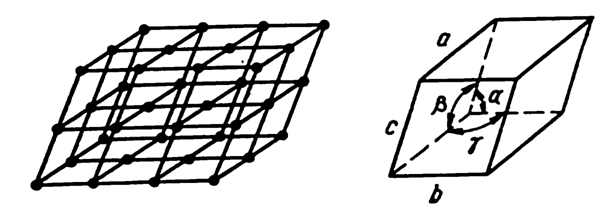


Fig. II. 51.

pelés les nœuds de ce réseau. Dans ces nœuds sont situées les particules de la matière ; selon la nature des particules occupant les nœuds du réseau et le caractère des forces d'intersection, on distingue :

1) les réseaux *atomiques* : les nœuds sont occupés par des atomes neutres de la matière donnée. Un exemple typique de réseau atomique est représenté par le cristal du diamant, constitué d'atomes neutres de carbone (fig. II.52,*a*).

Le lien entre les atomes identiques dans une molécule ou dans un réseau cristallin est dit *homéopolaire* ;

2) les réseaux *moléculaires*, dont les nœuds sont occupés par des molécules neutres de la matière ; tels les cristaux de glace d'acide carbonique (fig. II.52,*b*), etc. ;

3) les réseaux *ioniques* ; les nœuds sont occupés par des charges électriques — des ions. Dans les réseaux du type NaCl (fig. II.52,*a*) les ions voisins ont des signes contraires (Na^+ et Cl^-) et s'attirent les uns des autres, ce qui assure la solidité du cristal ;

4) les réseaux *métalliques*, constitués d'ions positifs de métal et se trouvant dans une « atmosphère » de gaz électronique. Les élec-

trons et les ions positifs du métal sont mutuellement liés ; les électrons ne peuvent quitter les limites du métal à cause de l'attraction des atomes positifs du métal, et le réseau cristallin constitué de ces atomes ne se disloque pas grâce à l'action de « cimentation » du gaz électronique.

Les forces assurant la stabilité et la solidité des réseaux cristallins métalliques ayant un caractère spécifique quelque peu différent, on distingue ces réseaux en un groupe à part :

Les particules (atomes, molécules, ions) formant un cristal continuent à participer au mouvement thermique en effectuant des oscillations autour de leurs positions d'équilibre dans les nœuds du réseau

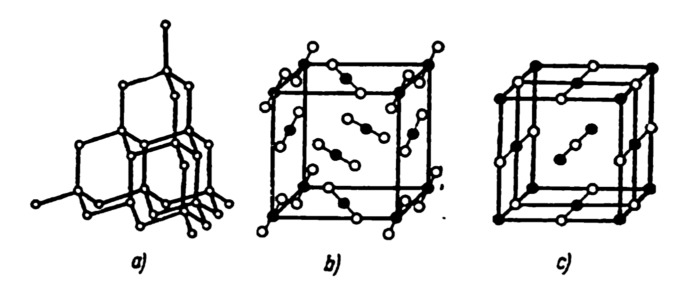


Fig. II. 52.

spatial. Comme ces oscillations sont désordonnées, c'est-à-dire s'effectuent avec la même probabilité suivant les trois dimensions de l'espace, il convient d'attribuer à chaque particule six degrés de liberté de mouvement oscillatoire. Supposons que le réseau cristallin soit composé d'atomes animés seulement d'un mouvement oscillatoire (les molécules pourraient encore effectuer un mouvement de rotation). S'il revient en moyenne à chaque degré de liberté la même quantité d'énergie 1/2 kT, alors la capacité calorifique d'un atome-kilogramme d'une matière cristalline à volume constant doit être déterminée par la formule :

$$C_v = N_0 \frac{i}{2} k = \frac{i}{2} R.$$

Il résulte de mesures que, pour beaucoup de corps simples à la température ordinaire, la chaleur kilogramme-atomique est sensiblement 3R (loi de Dulong et Petit) ; par exemple :

argent, aluminium	3, 1 R
or, fer	3,22 R
étain	3,35 R
cuivre	2,99 R

ce qui correspond à $i = 6$.

Dans les réseaux ioniques diatomiques des composés du type NaCl les oscillations autour des nœuds sont accomplies par divers ions de Na et de Cl. Un kilogramme-mole d'une telle matière contient $2N_0$ atomes, c'est pourquoi la chaleur molaire du sel cristallin doit être égale à $6R$; pour les composés cristallins triatomiques cette chaleur doit être égale à $9R$, pour les composés tétraatomiques à $12R$. Les mesures donnent les valeurs suivantes :

CuO	5,7 R
NaCl	6,1 R
$BaCl_2$	9,4 R
KNO_3	12,2 R

Les divergences entre les calculs et les mesures des chaleurs croissent quand on passe aux basses températures. Ainsi, pour le cuivre,

$t° = -240°$	$-186°$	$-39°$	$+50°$	$+180°$
$C_v = 0{,}273\ R$	$1{,}675\,R$	$2{,}82\ R$	$2{,}98\ R$	$3{,}08\ R$

La *théorie quantique*, plus précise, des chaleurs stipule qu'il revient à chaque degré de liberté du mouvement oscillatoire différentes quantités d'énergie selon la température et la fréquence des oscillations (voir formule 1.5, chap. I, § 1). Cette théorie s'accorde assez bien avec les données expérimentales ; son exposé sortirait du cadre de ce cours.

Remarquons que dans les corps solides, par suite de la faible variation du volume, lorsque l'échauffement est isobare, les chaleurs à volume et à pression constants se distinguent peu l'une de l'autre, mais la différence s'accroît avec la température. La différence des chaleurs $C_p - C_v$ est égale au travail extérieur accompli quand on chauffe isobariquement de 1 degré une molécule-gramme de la matière donnée. Il est évident que ce travail est d'autant plus grand qu'est plus grand le coefficient de dilatation cubique.

Les cristaux, grâce à l'arrangement déterminé des particules dans le réseau spatial, sont des corps *anisotropes*, c'est-à-dire que leurs propriétés physiques sont différentes dans différentes directions. Si l'on mène à travers un cristal dans deux directions différentes des droites contenant des particules de cristal, on constate que les distances entre les particules varient d'une direction à l'autre ; ceci étant, toutes les propriétés de la matière qui dépendent des distances entre les particules se distinguent suivant ces directions.

Les corps amorphes sont *isotropes*, c'est-à-dire que leurs propriétés physiques sont identiques dans toutes les directions. Il convient de noter que les corps *polycristallins* constitués d'un grand nombre de petits cristaux orientés d'une manière désordonnée sont aussi globalement isotropes, aucune direction n'étant privilégiée dans ces corps. Ainsi, un morceau de métal ne présente pas d'anisotropie, bien que ce soit un corps cristallin ; cela est dû à l'orientation désordonnée de ses grains cristallins. Si l'on met de l'ordre d'une manière

ou d'une autre dans l'orientation des cristaux, par action mécanique ou autre, ce morceau de métal devient anistrope dans une certaine mesure.

L'anisotropie des cristaux entre en jeu lorsqu'on définit les grandeurs suivantes caractérisant les propriétés d'une matière:

1) le coefficient de dilatation thermique linéaire ;

2) le coefficient de conductibilité thermique ;

3) le module d'élasticité à la traction ou à la compression ; les vitesses de propagation du son ;

4) la perméabilité diélectrique (pour les diélectriques) ; les vitesses de propagation de la lumière (pour les corps transparents).

La dilatation thermique des corps cristallins quand on les chauffe s'explique par l'augmentation de l'amplitude des oscillations des particules. Les distances minima lorsque ces particules s'approchent deviennent plus petites et les distances maxima plus grandes quand elles s'éloignent lorsque la température croît. Mais aux petites distances entrent en jeu des forces de répulsion, croissant rapidement, alors que les forces d'attraction décroissent lentement aux grandes distances. Les forces de répulsion ne permettent pas aux molécules de se rapprocher, et l'accroissement de l'amplitude des oscillations se traduit par un décalage des positions d'équilibre, c'est-à-dire l'accroissement des distances entre les nœuds du réseau. Par conséquent, la dilatation thermique des corps cristallins est liée à la dissymétrie des forces d'interaction par rapport à la position d'équilibre. Cette dilatation dans une direction quelconque est d'autant plus grande que la distance entre les particules est plus petite dans cette direction. Le coefficient de dilatation est égal à :

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta T^\circ, \quad \alpha = \frac{\Delta l}{l \Delta T}, \tag{3.34}$$

où Δl est la variation de la longueur du cristal dans la direction donnée lorsque la température varie de ΔT. Dans les cristaux α a différentes valeurs dans différentes directions, aussi doit-on déterminer le coefficient de dilatation cubique β séparément :

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta T^\circ; \quad \beta = \frac{\Delta V}{V \Delta T}, \tag{3.35}$$

ΔV étant la variation du volume V du cristal lorsque sa température varie de ΔT. Pour les corps isotropes (amorphes ou polycristallins) α est le même dans toutes les directions, donc $\beta = 3\alpha$.

La conductivité thermique des cristaux s'explique par le fait que l'accroissement de l'amplitude des oscillations des particules en un lieu quelconque est transmis, à cause des forces d'interaction, aux molécules voisines. On peut dire qu'à cause des liens entre les particules l'énergie thermique tend à se répartir uniformément dans tout le volume du cristal (homogène). Le coefficient de conductibilité

thermique k déterminant la quantité de chaleur dQ traversant un élément de surface S pendant le temps dt

$$dQ = k\frac{dT}{dl}S\,dt \qquad (3.36)$$

$\left(\frac{dT}{dl}\right.$ étant le gradient de température$\left.\right)$ dans un corps anisotrope dépend de la direction. Ainsi, dans le quartz cristallin, suivant ses deux axes orthogonaux, le coefficient de conductibilité thermique varie presque du simple au double. Dans les métaux, la chaleur est transportée non seulement par les oscillations des atomes dans le réseau cristallin, mais aussi grâce au gaz électronique participant au mouvement thermique ; c'est ce qui explique la haute conductibilité thermique des métaux.

Une importante propriété des corps solides est leur *élasticité*, qui s'exprime quand ces corps sont déformés sous l'éffet de forces extérieures. Les principales déformations sont : la déformation longitudinale (linéaire) et la déformation multilatérale (cubique), la traction et la compression, le glissement et la torsion. Si, après que les forces extérieures de déformation ont cessé d'agir, le corps reprend exactement sa forme et ses dimensions initiales, on dit que la déformation est élastique, et le corps lui-même est dit élastique.

Lors de la déformation des corps solides, des forces internes naissent, qui s'opposent aux forces extérieures et tendent à ramener le corps à sa forme et à ses dimensions initiales. La réaction contre la variation du volume est dite « élasticité de volume » ; la réaction contre la variation de la forme est appelée « élasticité de forme ». Un corps est dit plastique s'il est doué d'une faible élasticité de forme. Lorsque les forces déformantes sont petites, les corps solides sont élastiques ; aux très fortes pressions les corps révèlent de la plasticité (fluidité).

L'élasticité et la plasticité des corps solides dépendent de la température ; des corps plastiques à la température ordinaire (cire, plomb, etc.) deviennent élastiques aux basses températures ; les corps élastiques à la température ordinaire deviennent plastiques aux hautes températures.

La faculté qu'ont les corps de pouvoir se déformer (plasticité) varie selon que les forces agissent pendant un temps prolongé ou un temps court. Beaucoup de corps, par exemple les métaux (cuivre, aluminium, etc.), se comportent sous l'action de forces fugitives faibles comme des corps élastiques, reprennent intégralement leur forme initiale une fois disparues les forces déformantes ; ces mêmes corps se comportent sous l'action de forces agissant pendant un temps prolongé comme des corps plastiques et, comme les liquides, « coulent » parfois.

En particulier, le zinc est fragile aux chocs, et plastique lorsqu'il est soumis à des forces s'exerçant pendant un temps prolongé.

L'élasticité et la plasticité des corps solides résultent de leur structure. Primo, sous l'action de forces extérieures, il y a déformation du réseau cristallin, c'est-à-dire une certaine variation de la distance entre les particules ; des forces élastiques apparaissent, s'opposant aux forces extérieures. En outre, si le corps est polycristallin, la déformation peut se traduire par des glissements (ainsi que par des rotations) de certains grains les uns par rapport aux autres ; des forces internes se développent à la limite entre les grains. Si un tel corps a été soumis un grand nombre de fois à de telles déformations, les grains peuvent devenir plus fins et il en résulte un changement des propriétés élastiques. Les métaux à gros grains sont habituellement plus plastiques que les métaux à grains fins. La solidité d'un cristal peut être altérée par la présence d'inclusions étrangères ainsi que de failles sur sa surface externe.

TROISIÈME PARTIE

ÉLECTRICITÉ ET MAGNÉTISME

Chapitre I

ÉLECTROSTATIQUE

§ 1. Charges électriques. Conducteurs et diélectriques

Nous allons examiner dans cette section du cours des phénomènes physiques où interviennent des *charges électriques*. Les procédés de détection et de mesure des charges électriques, basés sur les lois de leur interaction, seront exposés dans ce qui suit. Notons, dès l'abord, qu'il existe deux espèces de charges électriques, que l'on convient d'appeler « positives » et « négatives ». Les corps portant des charges électriques d'un même signe se repoussent, ceux qui portent des charges de signes contraires s'attirent.

Il est établi que l'électricité est de nature atomistique, c'est-à-dire que les charges, aussi bien positives que négatives, des corps sont constituées d'un grand nombre de charges *élémentaires* de même grandeur (charges minima indivisibles). La charge électrique élémentaire est $e = 1{,}601 \cdot 10^{-19}$ coulomb. Telle est, par exemple, la grandeur de la charge, négative, de l'électron, de même que celle, positive, du proton. Si un atome ou une molécule contiennent N_1 charges positives et N_2 charges élémentaires négatives, la charge totale de cet atome ou de cette molécule est égale à $(N_1 - N_2)e$. De la même manière, un corps quelconque est « électriquement chargé » si les charges élémentaires d'un même signe sont en plus grand nombre que les charges de l'autre signe ; pour les corps électriquement neutres les charges de différentes parités sont en quantités égales.

Les atomes et les molécules ayant en excès des charges électriques d'un même signe sont appelés des ions (positifs ou négatifs). La valence d'un ion est l'excédent de charges élémentaires qu'il contient.

Les phénomènes décrits par des corps et des particules électriquement chargés obéissent à la *loi de conservation des charges électriques* : dans un système fermé, quels que soient les processus qui s'y déroulent, la somme algébrique des charges positives et négatives ne varie pas au cours du temps. Cela signifie qu'on peut modifier la charge

électrique totale dans un tel système seulement en lui apportant de l'extérieur ou bien encore en lui enlevant des charges électriques.

Les corps dans lesquels les particules chargées (électrons, ions) peuvent se déplacer librement sont appelés *conducteurs* ; tels sont les métaux, les électrolytes, les gaz ionisés. Dans les *diélectriques*, les particules chargées n'ont plus cette faculté de déplacement et leur mouvement est localisé autour de certaines positions d'équilibre. Dans les conducteurs, les particules chargées participent à l'agitation thermique chaotique des atomes et des molécules ; dans les diélectriques, elles vibrent autour des positions d'équilibre.

Un corps est électriquement homogène si les propriétés électriques sont identiques en tous les points de son volume ; il est électriquement isotrope si ses propriétés électriques sont identiques dans toutes les directions.

Les mesures montrent que, chez les corps cristallins par exemple, la résistivité (des conducteurs) ou la perméabilité diélectrique (des diélectriques) varient avec la direction. Ces corps sont dits *anisotropes*. Tous les corps sont inhomogènes et anisotropes dans telle mesure.

Les semi-conducteurs, corps cristallins aux propriétés électriques variant considérablement suivant leur composition, la structure et l'état, sont d'un usage très courant. Leur résistivité est très grande aux basses températures, elle est petite aux températures élevées. La résistance électrique de certains semi-conducteurs diminue notablement lorsqu'ils sont soumis à l'action de rayons lumineux. Les propriétés et les applications des semi-conducteurs feront l'objet du § 16.

Les résistivités ρ (en ohm. mètres) de diverses substances s'étalent dans de très larges limites :

conducteurs : 10^{-8} à 10^{-6} ;
semi-conducteurs : 10^{-6} à 10^{3} ;
diélectriques : 10^{3} à 10^{16}.

§ 2. Champ électrique ; vecteurs induction et champ. Loi de Coulomb

Un espace où les charges sont sollicitées par des forces proportionnelles à la grandeur des charges est dit champ électrique. Tout corps chargé est entouré d'un champ électrique qui s'étend théoriquement jusqu'à l'infini. Les champs électriques de plusieurs corps chargés forment un seul champ où il est impossible de distinguer le champ d'une charge des champs des autres charges.

Envisageons le champ électrique dans le vide d'une charge q localisée en un certain point O. Considérons une sphère de centre O et de rayon r et choisissons sur cette sphère un élément de surface dS (fig. III. 1) définissant l'angle solide $d\omega = \frac{dS}{r^2}$. Etant donné que

le champ d'une charge ponctuelle immobile est supposé à symétrie sphérique et que l'angle solide autour d'un point est égal à 4π, la quantité $\frac{d\omega}{4\pi}$ montre quelle est la partie du champ électrique comprise dans l'angle solide $d\omega$. Soit N la grandeur permettant d'évaluer le champ de la charge donnée ; pour simplifier on pourra poser $N=q$. Alors, le champ embrassé par l'angle solide $d\omega$ sera évalué par la quantité

$$dN = q\frac{d\omega}{4\pi} = \frac{q}{4\pi r^2}dS. \tag{1.1}$$

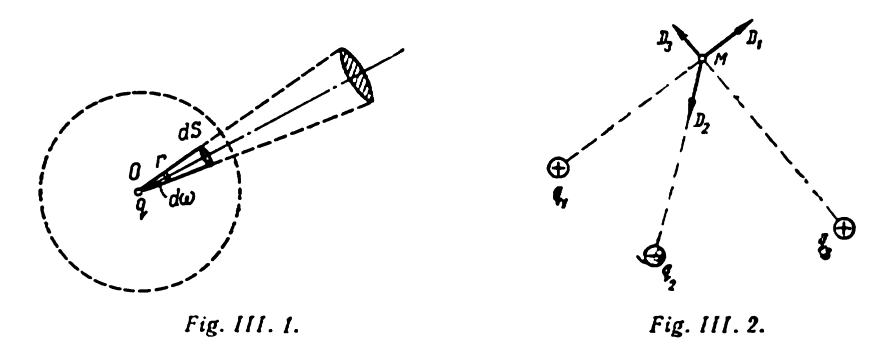


Fig. III. 1.

Fig. III. 2.

Dans cette formule, la quantité

$$D = \frac{q}{4\pi r^2} \tag{1.2}$$

peut être considérée comme une caractéristique du champ élecrique dans les limites de l'élément de surface dS, c'est-à-dire à la distance r de la charge ponctuelle q. Convenons de la représenter par un vecteur dirigé radialement de l'autre côté du point O si la charge q est positive, et vers le point O si la charge est négative. Cette condition peut être recopiée sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{1.3}$$

Le vecteur $\boldsymbol{D}$ est une caractéristique géométrique du champ électrique ; on l'a déterminé pour une charge ponctuelle en partant de la symétrie sphérique du champ. Dans le cas d'un système de charges quelconques, le vecteur $\boldsymbol{D}$ du champ électrique résultant est la résultante des vecteurs $\boldsymbol{D}_1$, $\boldsymbol{D}_2$... relatifs aux charges ponctuelles du système (fig. III.2) :

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_1 + \boldsymbol{D}_2 + \ldots \tag{1.4}$$

Il importe de noter que pour déterminer le vecteur $\boldsymbol{D}$ (x, y, z) en chaque point du champ il n'est pas besoin de *mesures* ; ce vecteur se

calcule d'après la disposition des charges. En outre, la grandeur de ce vecteur pour chaque charge ou pour le système de charges envisagé *ne dépend pas* du milieu éventuel pouvant remplir le champ et des autres corps chargés. On peut toujours envisager tel ou tel système de charges et calculer le vecteur $\boldsymbol{D}$ (x, y, z) de leur champ électrique.

Toutefois, faisant ces calculs, il y aura lieu déconsidérer *toutes* les charges déterminant la caractéristique géométrique du champ électrique, y compris les charges apparues à la surface ou dans le volume des conducteurs et des diélectriques envisagés dans le champ électrique donné.

Le vecteur $\boldsymbol{D}$ (x, y, z) déterminé par les formules (1.3) et (1.4), qui donne une caractéristique géométrique (topologique) du champ électrique de la charge ou du système de charges donné, est le *vecteur induction électrique* de ces charges. La relation (1.4) est appelée *principe de superposition* pour le vecteur induction ; elle exprime que l'induction du champ résultant du système de charges est égale à la somme vectorielle des inductions créées séparément par chaque charge *en l'absence des autres charges*. La grandeur (1.1) est le flux du vecteur induction à travers l'élément de surface dS ; on l'utilisera au § 3 lors du calcul des champs électriques.

Faisant l'étude expérimentale du champ d'une charge q, on peut utiliser une charge d'« épreuve » q_0 (charge ponctuelle et, pour fixer les idées, positive) suffisamment petite, pour que son champ électrique propre ne déforme pas le champ étudié. Plaçant cette charge en tel ou tel point du champ, on mesure la force $\boldsymbol{F}_0$ agissant sur elle. Le rapport $\frac{\boldsymbol{F}_0}{q_0}$, désigné par $\boldsymbol{E}$, est le *champ électrique* au point donné :

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}_0}{q_0} \tag{1.5}$$

Pour calculer E, il faut mesurer la grandeur de la charge d'épreuve q_0. Les charges électriques d'après la base de la loi de *Coulomb* : deux charges ponctuelles q_1 et q_2 dans un milieu homogène et isotrope (dont les frontières sont très éloignées de ces charges) à la distance r l'une de l'autre interagissent avec une force

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \tag{1.6}$$

k_0 étant un coefficient dépendant du choix des unités de mesure de la force, de la charge et de la distance, et ε une grandeur sans dimension caractérisant les propriétés électriques du diélectrique et montrant combien de fois la force d'interaction de ces charges dans le diélectrique donné est plus petite que celle qui s'exercerait dans le vide (pour le vide on pose $\varepsilon = 1$). La transcription vectorielle de la loi de Coulomb est :

$$\boldsymbol{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\boldsymbol{r}}{r}. \tag{1.7}$$

Dans le système électrostatique d'unités absolu (CGSE), on pose que k_0 est une grandeur sans dimension de valeur 1, et

$$F=\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}. \qquad (1.8)$$

On appelle unité électrostatique absolue de quantité d'électricité une charge agissant sur une charge égale dans le vide ($\varepsilon=1$) et distante de $r=1$ *cm* avec une force $F=1$ *dyne.*

Dimensions de la charge :

$$[q]=\sqrt{[F]\cdot[r^2]}=g^{1/2}\cdot cm^{3/2}\cdot s^{-1}.$$

Dans le système international (SI), l'unité de quantité d'électricité — le *coulomb* — est définie en fonction de l'unité d'intensité de courant (cf. 20) :

$$coulomb=ampère\cdot seconde,$$

ou, en abrégé : $C=A\cdot s$.

La force d'interaction des charges étant mesurée en newtons et la distance entre elles en mètres, la valeur du coefficient k_0 dans la loi de Coulomb (1.6) est :

$$k_0=9\cdot 10^9\,\frac{N\cdot m^2}{C^2}.$$

Déduisons la formule permettant de calculer le champ électrique en divers points autour d'une charge ponctuelle q. Pour cela, supposons que, dans la formule de Coulomb (1.6), l'une ou l'autre des deux q soit une charge d'épreuve, soit : $q_1=q$, $q_2=q_0$, $F=F_0$. Alors, en vertu de la définition du champ (1.5), il vient :

$$E=\frac{F_0}{q_0}=k_0\frac{q}{\varepsilon r^2}, \qquad (1.9)$$

ou, sous forme vectorielle,

$$\boldsymbol{E}=k_0\frac{q}{\varepsilon r^2}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{r}. \qquad (1.10)$$

Déterminant le champ dans le vide, il conviendra de poser $\varepsilon=1$.

Ainsi donc, chaque point du champ électrique est caractérisé par deux grandeurs vectorielles : $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$. Trouvons le lien entre ces vecteurs ; en vertu de (1.2) et (1.9), on a :

$$E=\frac{4\pi k_0}{\varepsilon}D. \qquad (1.11)$$

On convient de désigner la quantité $4\pi k_0$ par $\frac{1}{\varepsilon_0}$:

$$4\pi k_0=\frac{1}{\varepsilon_0}; \quad \varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k_0}=\frac{1}{36\pi\cdot 10^9}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2}. \qquad (1.12)$$

Alors (sous forme vectorielle),

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\boldsymbol{D}; \quad \boldsymbol{D}=\varepsilon_0\varepsilon\cdot\boldsymbol{E}. \qquad (1.13)$$

Ces formules sont conformes au Système International d'unités de mesures (SI).

Les grandeurs D et E ont des dimensions différentes : l'induction (le déplacement) du champ D se mesure en coulombs par mètre carré $\left(\frac{C}{M^2}\right)$, et le champ E en newtons par coulomb $\left(\frac{N}{C}\right)$ ou (puisque *joule = newton · mètre = volt · coulomb*) en volts par mètre $\left(\frac{V}{M}\right)$.

La grandeur ε_0 est appelée *constante électrique* (parfois perméabilité électrique) *du vide*. Le produit $\varepsilon_0\varepsilon$ est appelée *perméabilité électrique* du milieu donné, et la grandeur sans dimension ε, donnée dans les tables, *perméabilité diélectrique relative* du milieu donné (du diélectrique) par rapport au vide.

Dans le système électrostatique absolu (CGSE), l'induction électrique (ou déplacement) D dans le champ d'une charge ponctuelle est déterminée non pas par les formules (1.2) ou (1.3), mais sans le coefficient 4π :

$$D=\frac{q}{r^2}\,;\; \boldsymbol{D}=\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{r}\,. \tag{1.14}$$

Le champ, en vertu de (1.8) et (1.5), est déterminé par la formule ne contenant pas le coefficient k_0 :

$$E=\frac{q}{\varepsilon r^2}\,;\; \boldsymbol{E}=\frac{q}{\varepsilon r^2}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{r}\,. \tag{1.15}$$

Par conséquent, le lien entre les vecteurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ ne contient pas la constante ε_0 :

$$\boldsymbol{E}=\frac{1}{\varepsilon}\boldsymbol{D}\,;\;\; \boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}. \tag{1.16}$$

Comme ε est une grandeur sans dimension, dans le système CGSE les dimensions de E et D coïncident ($g^{1/2}\cdot cm^{-1/2}\cdot s^{-1}$).

Par la suite, l'exposé utilise principalement le Système International d'unités ; aussi faut-il expliquer l'introduction de deux grandeurs *différentes* $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ caractérisant chaque point du champ électrique, et voir s'il ne serait pas possible d'opérer avec l'une d'elles seulement.

En premier lieu, remarquons que, dans le vide, les vecteurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ sont proportionnels (colinéaires, et même égaux dans le système CGSE), aussi, pour décrire le champ, suffirait-il d'un seul de ces vecteurs. Notamment, si notre choix s'est arrêté sur le vecteur $\boldsymbol{E}$ (x, y, z), on pourra trouver ses valeurs en fonction des valeurs *calculées* du vecteur $\boldsymbol{D}$ (x, y, z) ; il suffit seulement de connaître la disposition des charges créant le champ donné $\left(E=\frac{1}{\varepsilon_0}D\right)$.

Toutefois, une telle substitution d'un vecteur à un autre n'est possible que dans le vide. Envisageons deux corps de charges q_1 et q_2 situés de part et d'autre de la frontière d'un diélectrique et soit r leur distance (fig. III.3). Le vecteur $\boldsymbol{D}_1$ du champ électrique de la charge q_1 au point où se trouve la charge q_2 a, dans tous les cas représentés sur cette figure, une seule et même valeur $D_1=\frac{q_1}{4\pi r^2}$. Le vecteur $\boldsymbol{E}_1$, lui, en vertu de (1.5), est égal au quotient de la force d'interaction

F par la charge q_2 et, comme il résulte des mesures, il diffère suivant la disposition des charges par rapport à la frontière du diélectrique. Ce n'est que dans le cas où les frontières du diélectrique sont très éloignées des corps chargés que les mesures révèlent de nouveau la proportionnalité des vecteurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ (1.13).

Par ailleurs, remarquons que le vecteur $\boldsymbol{D}$ donne seulement une caractéristique *géométrique* du champ et ne dépend que de la grandeur et de la configuration des charges créant ce champ, mais non des propriétés physiques *du milieu*, en particulier du vide, qui est le siège

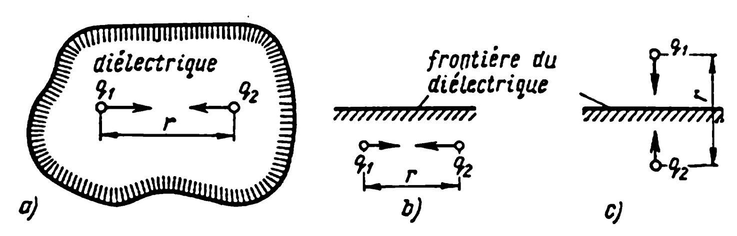


Fig. III. 3.

du champ (dans les formules de $\boldsymbol{D}$ n'entrent pas les caractéristiques physiques du milieu, y compris le vide).

Le vecteur $\boldsymbol{D}$ (x, y, z) se calcule pour les charges excédentaires déterminant la « structure » géométrique du champ électrique étudié. Si l'on éloigne le milieu tout en conservant la configuration de ces charges, les valeurs de ce vecteur en différents points du champ *ne varient pas*. Le vecteur $\boldsymbol{E}$ (x, y, z), lui, se mesure d'après l'action du champ électrique donné sur les charges, et, par conséquent, tient compte du champ électrique de toutes les charges, y compris les charges élémentaires dans les atomes et les molécules du milieu même ; aussi le vecteur $\boldsymbol{E}$ ne varie-t-il pas lorsqu'on éloigne le milieu.

Supposons que dans le milieu donné les charges q_1, q_2 ..., agissent sur une charge d'épreuve q_0 *séparément, en l'absence des autres charges*, avec les forces $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, ..., et simultanément pour la même configuration des charges avec la force $\boldsymbol{F}$. Il résulte de mesures que, dans le vide, on a l'égalité :

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\dots \quad (1.17)$$

Substituons dans cette formule l'expression de chacune des forces ; en vertu des (1.5) et (1.13), $F=q_0E=\frac{q_0}{\varepsilon_0}D$, alors :

$$\boldsymbol{F}_1=\frac{q_0}{\varepsilon_0}\boldsymbol{D}_1\,;\ \boldsymbol{F}_2=\frac{q_0}{\varepsilon_0}\boldsymbol{D}_2\,;\ \dots;\ \boldsymbol{F}=\frac{q_0}{\varepsilon_0}\boldsymbol{D}\,;$$

on obtient, après réduction, la formule (1.4). Par conséquent, le résultat expérimental (1.17) conduit aux principes de superposition pour le vecteur $\boldsymbol{D}$, et réciproquement, le principe de superposition (1.4) est confirmé par les résultats de mesures (1.17).

Toutefois, dans différents milieux diélectriques les forces $\boldsymbol{F}$ doivent être exprimées en fonction de la perméabilité diélectrique ε (formule 1.11). Cette grandeur, qui évalue l'état électrique du milieu, peut varier en fonction de l'intensité du champ agis-

sant dans le milieu. Par conséquent, si le milieu contient *une seule* charge q_1 calculant la force F_1, on posera $\varepsilon=\varepsilon_1$; pour la charge q_2 et la force F_2 : $\varepsilon=\varepsilon_2$, etc. ; pour le calcul de la force F en présence de toutes les charges on prendra pour la perméabilité diélectrique la valeur ε. Alors

$$F_1=\frac{q_0}{\varepsilon_0\varepsilon_1}D_1\,;\quad F_2=\frac{q_0}{\varepsilon_0\varepsilon_2}D_2\,;\;\ldots;\quad F=\frac{q_0}{\varepsilon_0\varepsilon}D.$$

Servons-nous maintenant du principe de superposition (1.4) confirmé par les mesures :

$$\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{q}F=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1}{q}F_1+\frac{\varepsilon_0\varepsilon_2}{q_0}F_2+\ldots .$$

Il est évident que la relation (1.17) ne peut avoir lieu que si la perméabilité diélectrique relative du milieu est constante, c'est-à-dire, si $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\ldots=\varepsilon$. Dans ces conditions est aussi vérifiée l'égalité

$$E=E_1+E_2+\ldots, \tag{1.18}$$

où E_1, E_2, ... sont les champs créés au point donné du milieu séparément par chaque charge *en l'absence* des autres charges. Un milieu est dit *linéaire* si ε n'y dépend pas de E.

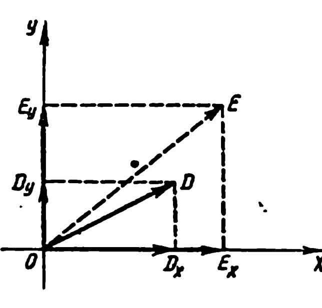


Fig. III. 4.

Notons que les *directions* des vecteurs E et D coïncident seulement dans un milieu isotrope. Envisageons un milieu non isotrope et soit ε_x la perméabilité diélectrique relative dans la direction OX, ε_y suivant OY. Décomposons le vecteur D au point O (fig. III. 4) en ses composantes D_x et D_y suivant les axes de coordonnées. Alors les composantes du champ E_x et E_y s'écrivent :

$$E_x=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_x}D_x,\quad E_y=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon_y}D_y,$$

par conséquent, $\operatorname{tg}\beta=\frac{E_y}{E_x}\neq\operatorname{tg}\alpha=\frac{D_y}{D_x}$. En général, il faudra aussi tenir compte de la troisième valeur de la perméabilité électrique dans la direction de l'axe OZ.

Ceci étant, calculant la force F agissant sur une charge q dans un champ électrique, il sera plus commode d'utiliser non pas l'induction

$$F=\frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon}D, \tag{1.19}$$

mais le champ

$$F=qE, \tag{1.20}$$

puisque dans tous les cas la force F est soit dirigée selon E, si la charge q est positive, soit encore dans le sens contraire, si q est négative. Dans un milieu anisotrope les composantes de la force F_x, F_y, F_z sont proportionnelles aux composantes du champ : $F=qF_x$, etc.

Un champ électrique est dit *uniforme* si en tous ses points le vecteur champ est constant en grandeur et en direction : E=Cte. Le plus souvent les champs électriques de divers corps chargés sont *non uniformes*, c'est-à-dire $E=E\ (x,\ y,\ z)$. Une région suffisamment petite d'un champ non uniforme peut être assimilée avec une approximation suffisante à un champ uniforme. Aussi pour l'étude des champs électriques faut-il prendre des corps chargés de très petites dimensions pour que l'on puisse considérer le champ comme uniforme à l'intérieur de leur volume.

§ 3. Champ électrique d'un système de charges ; théorème de Gauss-Ostrogradsky

Le système le plus simple de charges ponctuelles est un *dipôle électrique*, c'est-à-dire un système de deux charges ponctuelles de différentes parités à la distance l l'une de l'autre (fig. III.5). Au point A la somme vectorielle des inductions créées par les charges positive $D_{(+)}$ et négative $D_{(-)}$ donne ($OA=r$; $l \ll r$) :

$$D_A = D_{(-)} - D_{(+)} = \frac{q}{4\pi\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{4\pi\left(r+\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{2lq}{4\pi r^3}.$$

Pour le point B, négligeant encore l^2 par rapport à r^2, il vient ($OB=r$) :

$$D_B \approx \frac{ql}{4\pi r^3}.$$

Le produit ql est appelé moment électrique du dipôle. Par conséquent, le champ électrique d'un dipôle aux grandes distances ($r \gg l$) décroît comme l'inverse du cube de cette distance. On peut montrer que, dans le cas d'un système constitué d'un même nombre de charges positives et négatives symétriquement disposées, l'induction du champ décroît comme l'inverse de puissances plus élevées de la distance. Ceci explique l'absence d'un champ électrique notable autour de corps neutres contenant un grand nombre de charges positives et négatives voisines.

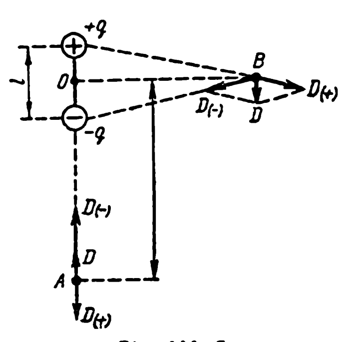


Fig. III.5.

Pour calculer le champ électrique de charges distribuées le long d'une courbe, sur une surface ou dans un volume, on les découpe par la pensée en charges élémentaires, puis on fait la somme vectorielle des inductions de ces charges. Calculons l'induction du

champ d'un fil uniformément chargé au point A situé à la distance a (fig. III.6). Soit γ la charge par unité de longueur du fil. L'élément de conducteur dl portant une charge « presque ponctuelle » $dq=\gamma dl$ produit au point A l'induction

$$dD=\frac{dq}{4\pi r^2}=\frac{\gamma\, dl}{4\pi r^2}=\frac{\gamma}{4\pi a}\,d\alpha \qquad (1.21)$$

$\left(\cos\alpha=\frac{a}{r};\quad d\alpha=\frac{dl\cos\alpha}{r}\right)$. Remplaçons la somme vectorielle des inductions dD par des sommes scalaires suivant les axes de coordonnées

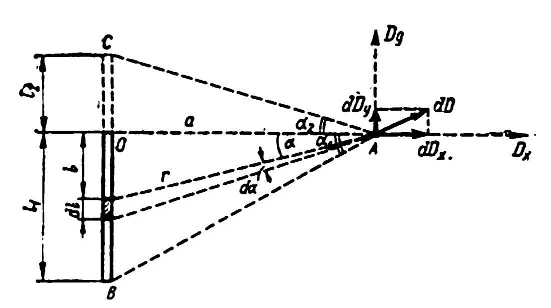


Fig. III. 6.

$dD_x=dD\cdot\cos\alpha$, $dD_y=dD\cdot\sin\alpha$. Calculons d'abord D_x et D_y pour le tronçon de fil $OB=l_1$:

$$\left.\begin{aligned} D_x&=\int_0^{\alpha_1} dD\cos\alpha=\frac{\gamma}{4\pi a}\sin\alpha_1;\\ D_y&=\int_0^{\alpha_1} dD\sin\alpha=\frac{\gamma}{4\pi a}(1-\cos\alpha_1). \end{aligned}\right\} \qquad (1.22)$$

On obtient pour le tronçon $OC=l_2$ les mêmes formules en remplaçant α_1 par α_2. Pour calculer l'induction au point A du fil BC tout entier, il faut ajouter les composantes sur l'axe OX et retrancher les composantes sur l'axe OY, créées par les tronçons OB et OC ; il vient :

$$\left.\begin{aligned} D_x&=\frac{\gamma}{4\pi a}(\sin\alpha_1+\sin\alpha_2);\\ D_y&=\frac{\gamma}{4\pi a}(\cos\alpha_2-\cos\alpha_1). \end{aligned}\right\} \qquad (1.23)$$

Si le fil est très long ($l_1\gg a$; $l_2\gg a$), $\alpha_1\approx\alpha_2\approx\frac{\pi}{2}$, $D_y\approx 0$; $D_x\approx D$, par conséquent,

$$D\approx\frac{\gamma}{2\pi a}, \qquad (1.24)$$

ce qui montre qu'en chaque point du champ électrique au voisinage d'un fil rectiligne uniformément chargé (mais loin des extrémités) l'induction D est perpendiculaire au fil et sa grandeur est en raison inverse de la distance.

On peut se servir de ces résultats pour calculer l'induction du champ d'un plan uniformément chargé ; découpons pour cela le plan en bandes rectilignes infiniment minces, d'épaisseur dl. Soit σ la charge par unité d'aire ; la charge par unité de longueur de chaque bande est : $\gamma = \sigma \cdot 1 \cdot dl = \sigma\, dl$. L'induction du champ créé au point A par une seule bande peut être calculée par les formules (1.23),

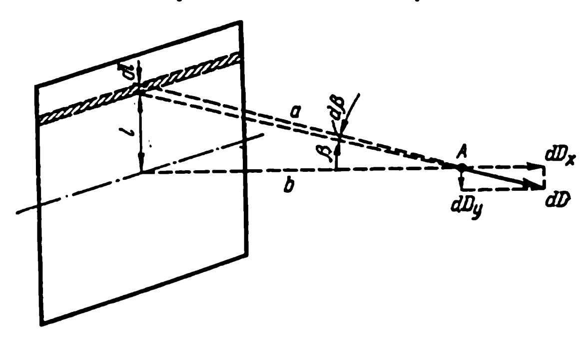


Fig. III.7.

puis l'on fera la somme de toutes les inductions des bandes pour trouver l'induction totale.

Envisageons le cas particulier où la distance b du point A au plan est très petite par rapport aux distances de ce point aux frontières (plan infini). On peut se servir alors pour chaque bande de la formule (1.24) ; l'induction créée par une bande au point A est $dD = \frac{\sigma dl}{2\pi a}$. Dirigeons l'axe OX suivant la perpendiculaire abaissée du point A sur le plan, décomposons dD en ses composantes dD_x et dD_y et intégrons sur les angles β (fig. III.7) de $+\frac{\pi}{2}$ à $-\frac{\pi}{2}$.

Comme $\cos\beta = \frac{b}{a}$, $d\beta = \frac{dl \cos\beta}{a}$, on a $dD_x = dD\cos\beta = \frac{\sigma}{2\pi}d\beta$,

$$dD_y = dD\sin\beta = \frac{\sigma}{2\pi}\operatorname{tg}\beta d\beta.$$

Pour les composantes sur l'axe OY (c'est-à-dire parallèles au plan) le calcul donne zéro. Alors $D = D_x$, et

$$D = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\sigma}{2\pi}\, d\beta = \frac{\sigma}{2}, \tag{1.25}$$

c'est-à-dire qu'en chaque point du champ électrique au voisinage d'un plan uniformément chargé l'induction **D** est perpendiculaire au plan, ne dépend pas de la distance au plan et est, en grandeur, égale à $\frac{\sigma}{2}$.

Deux plans parallèles portant des charges de signes contraires (condensateur plan) créent un champ commun dont l'induction D en chaque point de l'espace compris entre les plans est égale à la somme des inductions $D_{(+)}$ et $D_{(-)}$ créées par chaque plan séparément et à leur différence à l'extérieur (fig. III.8). Si la densité superficielle des charges σ est la même pour les deux plans, pour la plus grande partie de l'espace compris entre les plans (loin des bords), on peut, en vertu de (1.25), poser $D_{(+)} = D_{(-)} = \frac{\sigma}{2}$, et l'induction du champ est égale à :

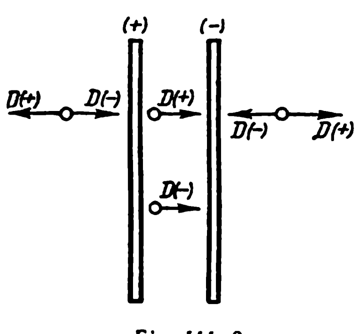


Fig. III. 8.

$$D = \sigma \qquad (1.26)$$

et est dirigée du plan positivement chargé au plan négativement chargé (suivant la normale à ces plans). Au voisinage des bords des plateaux d'un condensateur le champ est plus faible ; il est pratiquement nul partout ailleurs.

Le calcul des champs électriques de charges distribuées se simplifie considérablement dans plusieurs cas par l'emploi du théorème de Gauss-Ostrogradsky. Envisageons un système de charges ponctuelles q_1, q_2 ... créant un champ électrique en chaque point duquel l'induction D peut être calculée par les formules (1.3) et (1.4). Enfermons ces charges dans une surface fermée quelconque S, que nous découperons en éléments très petits, presque plans, ΔS ; convenons de diriger les normales unitaires n à ces éléments vers l'extérieur (fig. III.9). Admettons qu'une de ces charges q crée dans les limites de l'élément ΔS un champ de vecteur induction $\boldsymbol{D}_i$. Le produit $\Delta N_i = \boldsymbol{D}_i \cdot \boldsymbol{n} \cdot \Delta S = D_i \cdot S \cdot \cos\alpha$ est appelé *flux du vecteur induction*

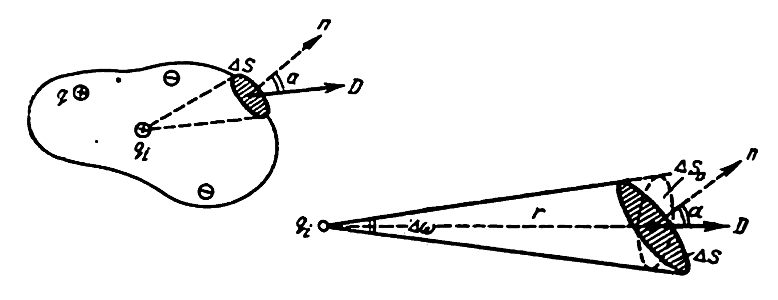


Fig. III. 9.

$\boldsymbol{D}_i$ à travers l'élément de surface ΔS. Le produit $\Delta S \cdot \cos\alpha = \Delta S_0$ est la projection de l'élément ΔS sur la surface sphérique de rayon r_i aussi le rapport

$$\frac{\Delta S_0}{r_i^2} = \frac{\Delta S \cos\alpha}{r_i^2}$$

est-il égal à l'angle solide $\Delta\omega$.

Utilisons la formule de l'induction (1.3) ; il vient :

$$\Delta N_i = D_i \Delta S \cos\alpha = \frac{q_i}{4\pi r_i^2} \Delta S_0 = \frac{q_i}{4\pi} \Delta\omega.$$

Trouvons pour la charge q_i le flux total du vecteur induction du champ électrique à travers la surface fermée S ; l'angle solide autour d'un point étant égal à 4π, on a

$$N_i = \sum \frac{q_i}{4\pi} \Delta\omega = \frac{q_i}{4\pi} \sum \Delta\omega = q_i. \qquad (1.27)$$

Ce résultat ne dépend ni de la forme, ni des dimensions de la surface fermée choisie S, ainsi que de la position de la charge q à l'intérieur du volume délimité par cette surface. Si la charge q_i est positive, le vecteur induction $\boldsymbol{D}_i$ est dirigé en tout point de la surface S vers l'extérieur, les angles α sont aigus et N_i est une quantité positive ; si les charges sont négatives, les inductions $\boldsymbol{D}_i$ sont dirigées à l'intérieur de la surface, les angles α sont obtus et les N_i sont négatifs. Par conséquent, N_i et q_i sont de même signe.

Lorsqu'on a plusieurs charges à l'intérieur de la surface fermée, le vecteur induction $\boldsymbol{D}$ du champ dans les limites de ΔS est égal à la somme des vecteurs induction $\boldsymbol{D}_i$ de chaque charge : $\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_1 + \boldsymbol{D}_2 + \ldots$. Il s'ensuit que le flux de l'induction à travers ΔS et à travers toute la surface S est donné par la somme des flux des inductions créées séparément par les diverses charges : $N = \Sigma N_i = \Sigma q_i$. Désignant la somme exacte des flux d'induction à travers la surface fermée par une intégrale, on a :

$$N = \oint \boldsymbol{D}\, dS = \sum q_i. \qquad (1.28)$$

Ainsi donc, le flux total du vecteur induction du champ électrique d'un système de charges comprises dans une surface fermée est égal à la somme algébrique de ces charges (théorème de Gauss-Ostrogradsky). Les charges situées en dehors de la surface choisie n'entrent pas dans cette somme,

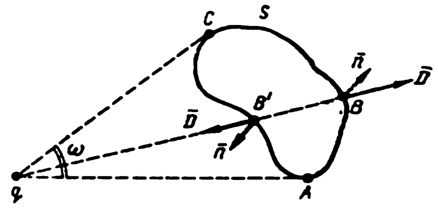


Fig. III. 10.

puisque pour les deux parties de la surface (*ABC* et *AB'C*, fig. III.10) le flux d'induction a des valeurs égales mais de signes contraires.

Considérons quelques applications particulières de ce théorème.

1. Champ d'une boule uniformément chargée dans son volume, de densité ρ. Pour calculer le vecteur $\boldsymbol{D}$ à l'intérieur et à l'extérieur de cette boule, prenons pour surfaces fermées des sphères du rayon r (fig. III.11).

Par raison de symétrie, le vecteur $\boldsymbol{D}$ sera partout de même grandeur sur ces surfaces et dirigé radialement ($\cos\alpha = 1$). Alors, par

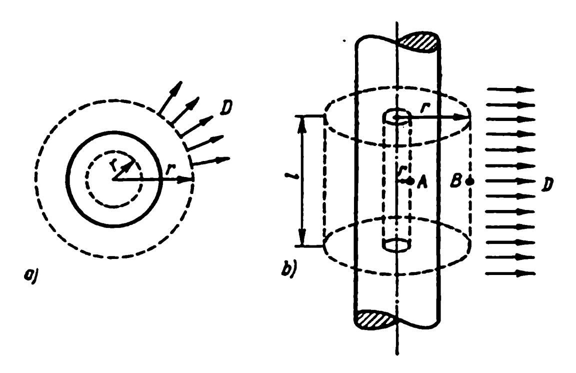


Fig. III. 11.

définition, $N = \Sigma D \cdot \Delta S \cdot \cos\alpha = D \Sigma \Delta S = D \cdot 4\pi r^2$, et, en vertu du théorème de Gauss-Ostrogradsky :

$$N = \sum q_i = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho.$$

Egalant ces expressions, il vient $D = \frac{1}{3}\rho r$, ce qui montre que dans une boule uniformément chargée (dans son volume) le vecteur induction croît en raison de la distance au centre de la boule. Pour une sphère contenant toute la boule, $N = D \cdot 4\pi r^2$, et, d'après le théorème de Gauss-Ostrogradsky, $N = \Sigma q_i = q$, q étant la charge de toute la boule. Ainsi,

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}, \tag{1.29}$$

c'est-à-dire que le vecteur $\boldsymbol{D}$ est en raison inverse du carré de la distance au centre de la boule. On montrerait facilement que sur la surface de la sphère les deux formules donnent le même résultat.

2. Champ d'une boule uniformément chargée sur sa surface, de densité σ (il n'y a pas dans la boule de charges excédentaires). Alors, pour toute sphère intérieure

à la boule $\Sigma q=0$, donc $N=0$ et $D=0$, c'est-à-dire que le champ est nul dans la boule. Cela signifie qu'en tout point intérieur la somme des vecteurs inductions de toutes les charges ponctuelles superficielles est nulle (si la charge n'est pas uniformément distribuée sur la surface de la boule, on a $N=\Sigma D\cdot\Delta S\cdot\cos\alpha$, mais $D\neq0$; l'expression de N contient des termes de signes contraires). Pour des points situés en dehors de la boule, le théorème de Gauss-Ostrogradsky conduit à la formule (1.29).

3. Champ d'un cylindre infiniment long uniformément chargé dans son volume ou superficiellement. Alors le vecteur $\boldsymbol{D}$ est partout perpendiculaire à l'axe du cylindre. Pour calculer le champ en un point quelconque A à l'intérieur du cylindre ou en un point B en dehors, faisons passer par ces points des surfaces cylindriques de rayons r (représentées sur la fig. III.11 par des pointillés). Les flux du vecteur $\boldsymbol{D}$ à travers les bases de ces cylindres sont nuls ($\cos\alpha=0$), et à travers les surfaces latérales $N=2\pi\, rlD$. Si les charges sont superficielles, on a aux points intérieurs A $N=\Sigma q_i=0$, donc $D=0$; pour les points extérieurs B,

$$N=2\pi rlD=\sum q_i=\gamma l;\qquad D=\frac{\gamma}{2\pi r}, \tag{1.30}$$

γ étant la charge par unité de longueur du cylindre. Mais si les charges sont réparties dans le volume avec la densité ρ, on retrouve pour les points B la même formule (1.30), et pour les points intérieurs $N=$ $=\pi r^2 l\rho$ et

$$D=\frac{1}{2}\rho r. \tag{1.31}$$

Pour un plan chargé, le théorème conduit au résultat (1.26) :

$$D=\frac{\sigma}{2}. \tag{1.32}$$

Pour le calcul du champ électrique E à l'intérieur d'un diélectrique homogène et isotrope, il convient de diviser les formules obtenues pour l'induction D par $\varepsilon_0\varepsilon$, par exemple :

1) pour une charge ponctuelle ou une boule uniformément chargée (en dehors de la boule) :

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}=k_0\,\frac{q}{\varepsilon r^2}; \tag{1.33}$$

2) pour un fil infiniment long uniformément chargé :

$$E=\frac{\gamma}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon a}=k_0\,\frac{2\gamma}{\varepsilon a}; \tag{1.34}$$

3) pour un plan infini uniformément chargé :

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}=k_0\,\frac{2\pi\sigma}{\varepsilon}; \tag{1.35}$$

4) entre les armatures d'un condensateur plan :

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}=k_0\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}, \tag{1.36}$$

avec
$$k_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\cdot10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}.$$

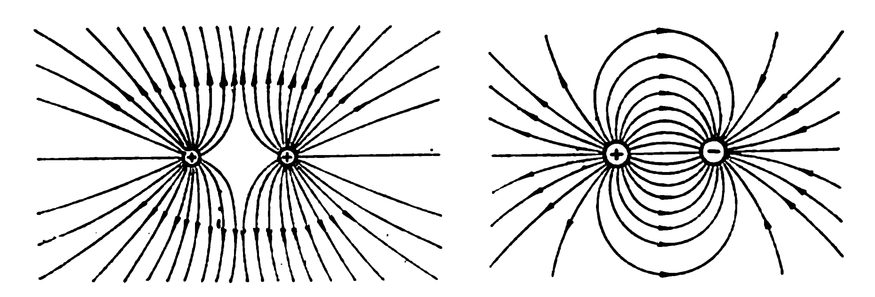


Fig. III. 12.

Dans un diélectrique homogène, isotrope et linéaire (cf. § 2), on peut également formuler le théorème de Gauss-Ostrogradsky pour le vecteur $\boldsymbol{E}$:

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{S}=k_0\frac{4\pi}{\varepsilon}\sum q_i=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon}\sum q_i. \tag{1.37}$$

On représente graphiquement un champ électrique par des lignes de force d'induction auxquelles les vecteurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ sont tangents. Dans le cas d'une seule charge ponctuelle dans le vide (ou dans un diélectrique homogène et isotrope) les lignes de force sont radiales ; on a représenté sur la fig. III.12 les lignes de force de deux charges. On est convenu de représenter la grandeur de l'induction $\boldsymbol{D}$ (ou de $\boldsymbol{E}$) par le nombre de lignes passant par l'unité de surface perpendiculairement à ces lignes. Ainsi, on mène à travers l'élément ΔS (fig. III.9) $\boldsymbol{D}\cdot\Delta S_c$ lignes de force. Ceci étant, le nombre de lignes de force menées à travers un élément est égal au flux du vecteur induction à travers cette surface ; alors, en vertu du théorème de Gauss-Ostrogradsky, on mènera pour chaque charge q autant (q) de lignes de force. Dans un milieu isotrope, les lignes de force des vecteurs $\boldsymbol{D}$ et $\boldsymbol{E}$ sont confondues, seul diffère le nombre de lignes de force menées à travers les aires unitaires ; dans un milieu anisotrope les lignes de force de ces vecteurs ne coïncident pas.

§ 4. Travail de déplacement d'une charge dans un champ électrique ; différence de potentiel. Lien entre la valeur du champ et le potentiel

Considérons deux points *1* et *2* dans un champ électrique. Réunissons-les par une certaine courbe (fig. III.13) et découpons-la en segments élémentaires dl suffisamment petits pour que l'on puisse considérer le champ E constant en grandeur et direction sur chacun de ces segments. Nous allons transporter une petite charge ponctuelle positive q_0 du premier point au second et calculer le travail dépensé. Comme q_0E est la force agissant sur la charge le long de l'élément dl, le travail de déplacement sur cet élément d'arc est égal à $q_0 E\,dl \cos\alpha$.

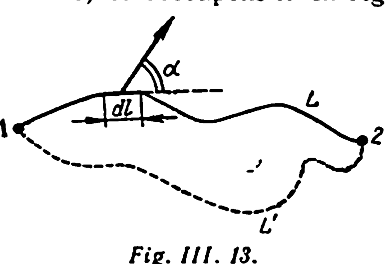


Fig. III. 13.

Le travail total de déplacement de la charge q_0 du premier point au second est :

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 E\,dl \cos\alpha. \qquad (1.38)$$

Ce travail peut être positif ou négatif selon les signes que prend $\cos\alpha$, c'est-à-dire en fonction des angles entre les vecteurs du champ et la direction de déplacement (les éléments dl sont assimilés à des vecteurs orientés dans le sens du déplacement). Si le travail de déplacement est positif, on dit qu'il est effectué par les forces du champ ; le signe moins pour ce travail signifie que pour déplacer la charge le long de la courbe choisie elle doit être sollicitée par des forces extérieures et, par conséquent, la formule (1.38) donne la grandeur du travail extérieur dépensé lors de ce déplacement.

Voyons si le travail (1.38) peut dépendre de la forme et de la longueur du chemin suivi L. Envisageons une deuxième courbe L', et soit A'_{12} le travail correspondant. Si $A_{12} \neq A'_{12}$, on pourrait passer du premier point au second en empruntant la courbe le long de laquelle le travail dépensé est le plus grand et revenir par l'autre courbe, le long de laquelle on dépense moins de travail. Accomplissant un tel cycle, nous retournerions à l'état initial avec un gain de travail $A_{12} - A'_{12}$, à l'encontre de la loi de conservation de l'énergie ; par conséquent, $A_{12} = A'_{12}$ (on a supposé dans ces raisonnements que le champ ne variait pas dans le temps lors du transport de la charge le long de la courbe, c'est-à-dire que le champ était électrostatique).

Le travail A_{12} étant le même pour toutes les trajectoires réunissant les points *1* et *2*, le quotient de ce travail par la charge, c'est-à-

dire l'intégrale $\int_1^2 E \cdot dl \cdot \cos \alpha$, ne dépend ni de la grandeur de la charge déplacée, ni de la forme et de la longueur du chemin suivi ; il ne dépend que de la position du point initial et du point final dans le champ électrique. Nous caractériserons chaque point du champ par une certaine grandeur, dite potentiel, de sorte que la différence de potentiel entre deux points du champ soit égale à l'intégrale écrite ci-dessus :

$$\frac{A_{12}}{q_0} = V_1 - V_2 ; \qquad V_1 - V_2 = \int_1^2 E \cdot \cos\alpha \cdot dl. \tag{1.39}$$

Le potentiel étant introduit pour caractériser les différents points du champ électrique, on supposera qu'il est nul aux points où le champ s'évanouit. Supposons à présent que le deuxième point *2* se trouve dans une région de l'espace où il n'y a pas de champ électrique, par exemple à une distance infinie des charges électriques. Alors $V_2 = 0$ et

$$V_1 = \int_1^\infty E \cdot \cos\alpha \cdot dl. \tag{1.40}$$

Par conséquent, le potentiel du point considéré du champ électrique est égal au quotient du travail de déplacement de la charge q_0 du point considéré au point où le champ est nul par la valeur de la charge déplacée :

$$V = \frac{A_0}{q_0}. \tag{1.41}$$

Le potentiel est une grandeur scalaire ; il peut être positif ou négatif selon le signe du travail de déplacement A_0 (nous sommes convenus que la charge q_0 serait toujours positive) ; les potentiels de tous les points du champ environnant une charge positive sont positifs, ils sont négatifs autour d'une charge négative.

Les potentiels se mesurent en volts ; la différence de potentiel entre deux points du champ est égale à un volt si le travail pour transporter une charge de un coulomb d'un point à l'autre est égal à un joule :

$$1 \; volt = \frac{1 \; joule}{1 \; coulomb}.$$

En physique atomique, le travail de déplacement de charges élémentaires dans un champ électrique (ainsi que l'énergie des particules) se mesure en électron-volts (*eV*) ; un électron-volt est égal au travail de déplacement d'un électron entre deux points de différence de potentiel 1 volt : $1 \; eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *coulomb* $\cdot 1$ *volt* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *joule* $= 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ *erg*.

Il résulte de la formule (1.39) que le travail pour déplacer une certaine charge d'un point du champ à un autre est égal au produit de cette charge par la différence de potentiel entre ces deux points :

$$A=q\,(V_1-V_2). \qquad (1.42)$$

Pour deux points très voisins du champ distants de dl le travail de déplacement est $dA=q\cdot dV$. Cependant, en mathématiques supérieures, la variation (l'accroissement) d'une grandeur quelconque x est non pas la différence x_1-x_2 mais x_2-x_1. Aussi la variation (l'accroissement) du potentiel dV entre deux points infiniment voisins n'est-elle pas V_1-V_2 mais V_2-V_1, donc :

$$dA=-q\cdot dV;\quad dV=-E\cdot dl\cdot\cos\alpha. \qquad (1.43)$$

On peut envisager dans un champ électrique une surface équipotentielle, dont tous les points ont le même potentiel. Le travail de déplacement d'une charge sur une telle surface est évidemment nul. Par conséquent, en chaque point d'une telle surface la force agissant sur la charge $F=qF$ est normale à la surface ; il s'ensuit que le vecteur $\boldsymbol{E}$ est normal à la surface équipotentielle.

Envisageons une charge q se déplaçant de Δl dans le sens du champ E. Alors le travail de déplacement $\Delta A=qE\,\Delta l$ est positif. En vertu du (1.42), un travail positif signifie que $V_1>V_2$, c'est-à-dire que lors d'un tel déplacement le potentiel du point final est inférieur à celui du point initial. Ceci étant, le *potentiel décroît dans le sens du champ.*

On a représenté sur la fig. III. 14 deux surfaces équipotentielles passant par les points *1* et *2* et portées aux potentiels V_1 et V_2. Si les points *1* et *2* sont infiniment voisins, dl cos α est la distance entre les surfaces équipotentielles mesurée le long de la normale, c'est-à-dire le long de la courbe admettant en chacun de ces points le vecteur $\boldsymbol{E}$ comme tangente. On déduit alors de la formule (1.43)

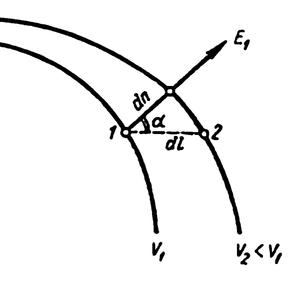


Fig. III. 14.

$$E=-\frac{dV}{dn}, \qquad (1.44)$$

c'est-à-dire que le champ au point donné est égal à la variation du potentiel par unité de longueur le long de la normale à la surface équipotentielle passant par ce point. Le signe moins montre que le champ est dirigé dans le sens des potentiels décroissants.

Le lien entre le champ et le potentiel est le plus simple dans le cas d'un champ uniforme, alors que $\boldsymbol{E}$ est constant (par exemple pour le champ entre les plateaux d'un condensateur plan). Utilisons la for-

mule (1.39) et intégrons dans le sens du vecteur $\boldsymbol{E}$ ($\cos\alpha=+1$) :

$$V_1-V_2=\int_1^2 E\,dl\cdot\cos\alpha=E\int_1^2 dl=E\cdot l;$$

$$E=\frac{V_1-V_2}{l}. \qquad (1.45)$$

Calculons les potentiels de divers points du champ dans le vide autour d'une charge ponctuelle q, par exemple positive. Appliquons la formule (1.40) et, le choix du chemin étant indifférent, intégrons sur le rayon du point A jusqu'à l'infini. Alors $E=k_0\frac{q}{r^2}$; $\cos\alpha=+1$; $dl=dr$ et

$$V=\int_r^\infty E\cdot dl\cdot\cos\alpha=k_0\int_r^\infty\frac{q}{r^2}\,dr=+k_0\frac{q}{r}, \qquad (1.46)$$

c'est-à-dire que le potentiel d'une charge ponctuelle décroît en valeur absolue comme l'inverse de la distance. Si la charge q est négative, $\cos\alpha=-1$ et $V=-k_0\frac{q}{r}$. N'importe quel corps chargé et n'importe quel système de charges de différents signes peuvent être représentés comme un ensemble de charges ponctuelles créant chacune au point donné un champ $\boldsymbol{E}_i$ et un potentiel V_i. Alors, du principe de superposition des champs $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_i+\boldsymbol{E}_2+\ldots$ on déduit facilement $V=V_1+V_2+\ldots$, c'est-à-dire que le potentiel du champ de l'ensemble des charges ponctuelles est égal à la somme algébrique des potentiels créés au point donné par chaque charge séparément.

Il a été dit dans la section « Mécanique » que l'énergie potentielle du système de deux corps en interaction, notamment de deux charges électriques q et q_0, est égale à :

$$U=\pm k_0\frac{qq_0}{r}, \qquad (1.47)$$

le signe « plus » correspondant à la répulsion et le signe « moins » à l'attraction des corps. Comparant (1.46) et (1.47), on déduit

$$V=\frac{U}{q_0},$$

c'est-à-dire que le potentiel du point donné du champ d'une charge ponctuelle q est égal à l'énergie potentielle du système constitué par cette charge q et la charge unité placée au point considéré.

§ 5. Conducteurs dans un champ électrique

Si l'on introduit dans un champ électrique un conducteur, les charges libres qu'il porte sont sollicitées par des forces, qui sont opposées pour des charges de signes contraires. Ces forces provoquent

la distribution des charges libres dans le volume du conducteur (fig. III.15). Au fur et à mesure de la séparation des charges positives et négatives, il apparaît dans le conducteur un champ E' qui s'oppose au champ extérieur E_0. Le déplacement des charges libres dure tant que le champ résultant E_0+E' n'est pas nul, c'est-à-dire tant que les charges libres sont sollicitées par des forces. Dès que E_0+E' s'annule, la distribution des charges cesse. La nullité du champ à l'intérieur du conducteur signifie, d'après la formule (1.44), que le potentiel est soit partout nul à l'intérieur du conducteur, soit encore constant ($dV=0$ si $V=0$ ou $V=\text{Cte}$).

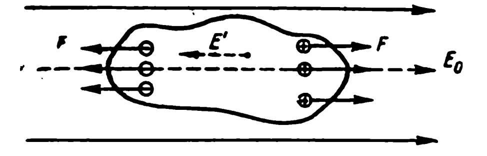
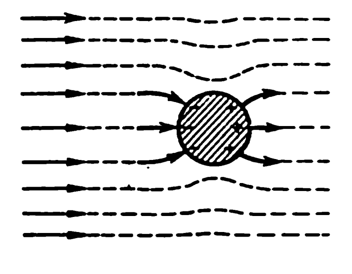


Fig. III. 15.

Supposons qu'on ait communiqué à une certaine partie d'un conducteur une charge électrique. Pendant un temps très court, qu'il existe ou non un champ électrique extérieur, cette charge se répartira dans le conducteur aussi longtemps que le champ n'y sera pas nul et le potentiel partout le même. Par conséquent, à l'état d'équilibre un conducteur est un corps équipotentiel, qu'il soit globalement neutre ou qu'il porte une charge excédentaire positive ou négative.

La répartition des charges libres dans les conducteurs sous l'influence d'un champ électrique extérieur est dite induction électrostatique. Les charges positives et négatives se séparant dans le conducteur créent un champ en dehors du conducteur, qui se superpose au champ extérieur et le « déforme ».

On a montré sur la fig. III.16 la déformation d'un champ uniforme par introduction d'une sphère métallique non chargée. A l'équilibre, le champ résultant à la surface du conducteur lui est partout normal, car ce n'est que sous cette condition que le déplacement des charges libres à la surface du conducteur peut cesser. De sorte que la surface du conducteur est, ainsi que le conducteur tout entier, une surface équipotentielle.


Fig. III. 16.

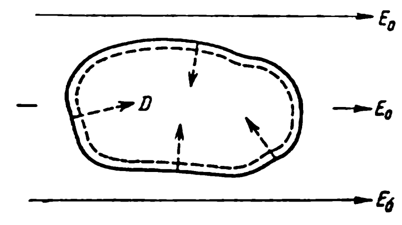


Fig. III. 17.

On peut montrer qu'on n'a pas de champ électrique dans un volume délimité de toutes parts par un conducteur. En effet, le conducteur étant un corps équipotentiel, si le champ existait, il serait partout normal à la surface (fig. III.17). Menons une surface fermée, représentée en pointillé ; il n'y a pas de charges à l'intérieur, et, en vertu du théorème de Gauss-Ostrogradsky, le flux du vecteur induction à travers cette surface doit être nul. L'induction D étant dirigée partout à l'intérieur, la nullité du flux d'induction n'est possible que si $D=0$, c'est-à-dire $E=0$. L'absence de champ dans un espace entouré d'un conducteur est utilisée pour la protection électrostatique, c'est-à-dire pour la protection de tel objet contre l'action d'un champ électrique extérieur.

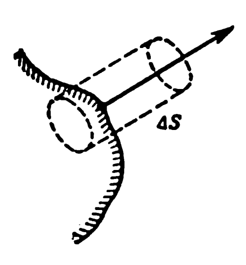


Fig. III. 18.

L'induction et le champ au voisinage de la surface d'un conducteur chargé sont en raison de la densité superficielle des charges. Appliquons le théorème de Gauss-Ostrogradsky à un cylindre élémentaire de base ΔS et dont l'axe est dirigé selon le vecteur $\boldsymbol{D}$ (fig. III. 18). Comme on n'a pas de champ à l'intérieur, le flux du vecteur $\boldsymbol{D}$ n'existe que sur la base extérieure du cylindre et, en vertu de (1.28),

$$D\Delta S=\sum q_i=\sigma\Delta S;$$

$$D=\sigma; \quad E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \tag{1.48}$$

Par conséquent, l'induction près de la surface d'un conducteur chargé est égale à la densité superficielle des charges ; le champ est en raison de cette densité et inversement proportionnel à la perméabilité diélectrique du milieu.

§ 6. Diélectriques dans un champ électrique

Dans les diélectriques, la quantité d'ions et d'électrons libres dans l'unité de volume est très petite, et la variation de la distribution de ces charges lorsque le diélectrique est introduit dans un champ électrique ne donne pas d'effet notable. L'influence du champ électrique sur les charges « liées » dans les diélectriques est essentielle.

Considérons d'abord l'action d'un champ électrique sur le système très simple constitué d'un dipôle (fig. III. 18).

Si le champ est uniforme, les forces $F_{(+)}=+qE_0$ et $F_{(-)}=-qE_0$ sont égales, et le dipôle est sollicité par un couple de forces

$$M=Fl\sin\alpha=ql\,E_0\sin\alpha. \tag{1.49}$$

Le produit $ql=p$ est le *moment électrique du dipôle*. Si l'on convient d'orienter la distance l entre les charges, par exemple en la

représentant par un vecteur $\boldsymbol{l}$ mené de la charge négative à la charge positive, le moment électrique $p=ql$ sera également un vecteur.

Si le dipôle se trouve dans un champ non uniforme, les forces $F_{(+)}$ et $F_{(-)}$ ne sont pas égales et, outre le moment tournant, le dipôle est sollicité par la résultante des forces $F_{(+)}$ et $F_{(-)}$ égale à leur différence. Il est évident que cette force F imprime au dipôle un mouvement de translation dans le sens de la croissance du champ.

Le moment $\boldsymbol{M}$ agissant sur les dipôles a tendance à les orienter suivant le champ (fig. III. 19). Dans cet état les forces « déforment » le dipôle, c'est-à-dire augmentent la distance entre les charges. Des dipôles sont dits « rigides » si les forces liant les charges entre elles sont beaucoup plus grandes que celles du champ électrique extérieur. De tels dipôles dans un champ électrique ne sont pas déformés tant soit peu. Des dipôles sont dits élastiques s'ils se déforment notablement dans un champ électrique extérieur, c'est-à-dire si l varie, et donc le moment $\boldsymbol{p}$. Lorsque le champ s'évanouit, les dipôles élastiques reviennent à l'état initial.

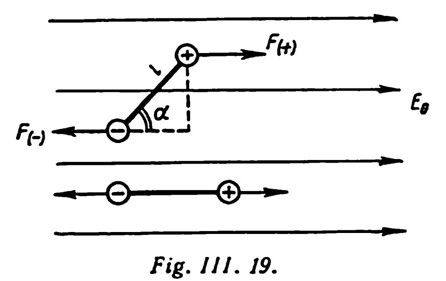


Fig. III. 19.

Admettons que le diélectrique considéré soit constitué de molécules se comportant dans un champ électrique extérieur comme des dipôles, c'est-à-dire possédant un certain moment électrique $\boldsymbol{p}$. Envisageons un volume unitaire et faisons la somme vectorielle des moments de toutes les molécules (des dipôles) de ce volume :

$$\boldsymbol{P}=\sum \boldsymbol{p}_i. \qquad (1.50)$$

En l'absence de champ extérieur, par suite de l'agitation thermique, les dipôles sont orientés d'une manière complètement chaotique, donc $\boldsymbol{P}=0$. Si le diélectrique est introduit dans un champ électrique, ses molécules sont sollicitées par un moment de forces qui les oriente selon le champ. L'agitation thermique chaotique fait obstacle à cette orientation, mais, en moyenne, la projection des vecteurs $\boldsymbol{p}$ sur la direction du champ n'est pas nulle et $\boldsymbol{P}\neq 0$. Il est évident que le vecteur $\boldsymbol{P}$ dépend de l'intensité du champ extérieur et de la température du diélectrique.

L'apparition d'un moment électrique dans les volumes élémentaires d'un diélectrique (contenant, toutefois, un nombre suffisamment grand de molécules pour que la notion de température s'applique à ces volumes) est dite polarisation du diélectrique, et le moment du volume unitaire $\boldsymbol{P}$ vecteur de polarisation. Indiquons quelques types de polarisation:

1) polarisation élastique de déplacement électronique et ionique ; le champ extérieur décale le cortège électronique des atomes par rapport aux noyaux chargés positivement ; il y a dans le réseau cristallin constitué d'ions de signes contraires (par exemple de NaCl, KCl, etc.) déplacement de ces ions en sens contraires. Il résulte de ces déplacements que le vecteur $\boldsymbol{P}$ n'est pas nul ;

2) polarisation d'orientation ou dipolaire ; si les molécules du diélectrique possèdent un moment électrique propre (eau, nitrobenzol, ammoniac, etc.), le champ extérieur, comme on l'a spécifié ci-dessus, les oriente. Il se peut alors que les dipôles se déforment, c'est-à-dire que leurs moments électriques propres augmentent quelque peu ;

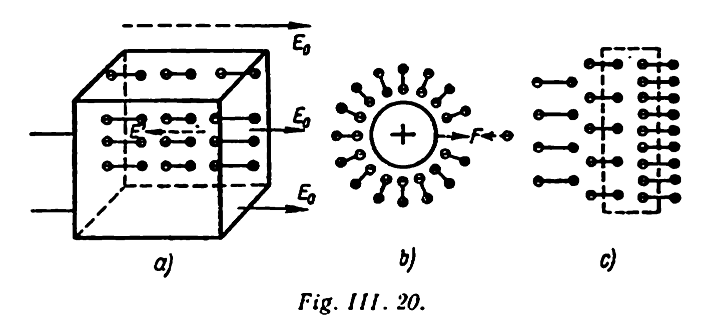


Fig. III. 20.

3) polarisation spontanée, qui s'observe pour certains diélectriques (sel de Seignette, titanate de baryum etc.), dans lesquels apparaissent des régions polarisées relativement grandes, dites domaines. En l'absence de champ électrique, ces domaines sont orientés chaotiquement et le diélectrique tout entier n'est pas polarisé. Le champ extérieur tourne chaque domaine dans l'ensemble et ordonne ainsi leur orientation.

La polarisation d'un diélectrique est accompagnée de l'apparition de charges superficielles à ses frontières, et à l'intérieur, du champ E' de ces charges.

On a représenté sur la fig. III. 20,*a* un petit cube découpé dans le diélectrique, sur une face dont il est apparu, par suite de l'action d'orientation du champ extérieur, un excès de charges positives, et sur l'autre face un excès de charges négatives. Ces charges superficielles créent un champ électrique $\boldsymbol{E}'$ dirigé dans le cube contre le champ extérieur $\boldsymbol{E}_0$. On a représenté sur la fig. III. 20,*b* l'orientation des dipôles autour d'un corps positivement chargé ; les charges négatives des dipôles tournées vers la surface du corps affaiblissent notablement le champ de ce corps (ceci explique l'affaiblissement des forces d'interaction des corps chargés dans des milieux diélectriques en comparaison avec ceux chargés dans le vide). Si le diélectrique est inhomogène, l'agencement ordonné des dipôles fait apparaître à l'intérieur de ce diélectrique des charges volumiques. On a représenté sur la fig.

III. 20,c plusieurs régions d'un diélectrique inhomogène contenant différentes quantités de dipôles dans l'unité de volume. Dans la région délimitée par un pointillé les nombres de charges positives et négatives sont différents ; cette région crée un nouveau champ électrique qui est en raison du degré d'inhomogénéité du diélectrique.

Des charges superficielles et un champ intérieur E' apparaissent aussi lorsqu'un diélectrique est placé entre les plateaux d'un condensateur chargé. Il est commode de montrer dans cet exemple que l'introduction d'un diélectrique dans un champ peut modifier la disposition des charges créant ce champ. En l'absence de diélectrique (ou si le diélectrique remplit tout le champ; fig. III. 21,a), les charges sont réparties uniformément sur les plateaux et l'induction du champ est partout la même : $D=\sigma$. Mais si le diélectrique occupe une partie du champ, les charges libres sur les plateaux du condensateur sont attirées par les charges liées apparues à la surface du diélectrique, et la répartition uniforme des charges sur les plateaux est altérée. L'induction du champ au point A ($D_A=\sigma_1$) est différente de l'induction au point B ($D_B=\sigma_2$). Mais les intensités des champs sont égales en ces points, puisque les plateaux du condensateur (après la redistribution des charges) sont des surfaces équipotentielles, et que

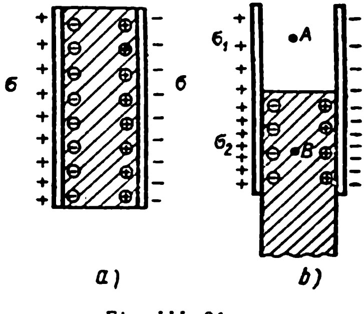


Fig. III. 21.

$$E_A=E_B=\frac{V_1-V_2}{l}\ .$$

En vertu de (1.36), $E_A=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0}$, $\quad E_B=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon}$, donc $\sigma=\varepsilon\sigma_1$.

Puisque les charges apparues à la surface du diélectrique créent un champ E' opposé au champ E_0 des charges libres sur les plateaux (qui est un champ « extérieur »), on a

$$E_B=E_0-E'=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.\quad \sigma'=\sigma_2-\varepsilon_0E_B.$$

Par conséquent, la densité superficielle des charges apparues sur les frontières du diélectrique est :

$$\sigma'=\sigma_2\left(1-\frac{1}{\varepsilon}\right)=\sigma_1(\varepsilon-1). \qquad (1.51)$$

Pour calculer le moment électrique de l'unité de volume du diélectrique P, supposons que dans le diélectrique polarisé les dipôles moléculaires forment une chaîne continue, de sorte, qu'on ait sur le

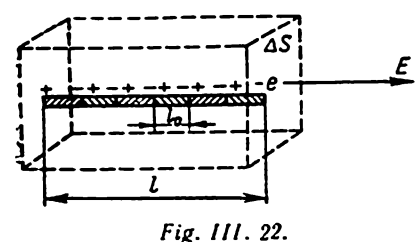


Fig. III. 22.

tronçon l pris le long du champ (fig. III. 22) n_1 dipôles identiques, chacun ayant pour moment électrique $p=el_0$ (l_0 étant la distance entre les charges e du dipôle). Un tel tronçon a pour moment électrique $n_1p=$ $=n_1el_0=el$. Si l'aire ΔS perpendiculaire au champ délimite N chaînons de ce genre, le moment électrique du volume du diélectrique délimité par le pointillé est égal à $N\cdot el$. Notons que $Ne=q'$, la charge totale sur l'aire ΔS, est constituée de charges situées aux extrémités des tronçons découpés mentalement dans les chaînons. Mais la charge totale sur l'aire ΔS est nulle, puisque les chaînons n'y sont pas interrompus ; il y aura sur toute aire ΔS une quantité égale de charges positives et négatives. Si ΔS est découpé dans la surface du diélectrique, $Ne=q'$ représente les charges excédentaires d'un même signe apparues sur cette aire par suite de la polarisation. A l'intérieur du diélectrique, la charge q' a une valeur (calculatoire) auxiliaire (q' est dite parfois charge « virtuelle » ou « conventionnelle »).

Le moment électrique de l'unité de volume de diélectrique polarisé (c'est-à-dire la valeur du vecteur de polarisation) est au point donné :

$$P=\frac{Nel}{l\,\Delta S}=\frac{q'}{\Delta S}=\sigma', \tag{1.52}$$

σ' étant la densité des charges conventionnelles sur une surface ΔS perpendiculaire au champ, c'est-à-dire sur la surface équipotentielle passant par le point considéré. Dans le cas particulier où le diélectrique est situé dans le champ uniforme d'un condensateur plan, les surfaces équipotentielles sont parallèles aux plateaux, et la densité des charges conventionnelles sur les plateaux σ' est égale à la densité des charges excédentaires apparues sur les frontières du diélectrique en regard avec les plateaux.

Pour calculer le champ E', envisageons une boule uniformément chargée, de charge q, placée dans un diélectrique homogène et isotrope. Nous supposerons comme auparavant que lors de la polarisation du diélectrique les dipôles moléculaires forment des chaînons radiaux d'origine à la surface de la boule. Puisqu'il n'y a pas de charges excédentaires dans le diélectrique et que les charges de signes contraires des dipôles sont très voisines les unes des autres, le champ E' est créé par les charges q' apparues à la surface du diélectrique, situées dans notre cas à la surface de la boule.

Envisageons une surface sphérique équipotentielle concentrique de rayon r et considérons les tronçons de chaînons compris entre la surface de la boule et cette sphère (fig. III. 23). Désignons la charge totale apparue à la frontière du diélectrique (sur la surface de

la boule) par q'. Les seconds bouts des chaînons sur la sphère de surface $4\pi r^2$ portent la même charge totale. Par conséquent, la densité des charges conventionnelles sur la surface équipotentielle envisagée est égale à :

$$\sigma' = \frac{q'}{4\pi r^2}.$$

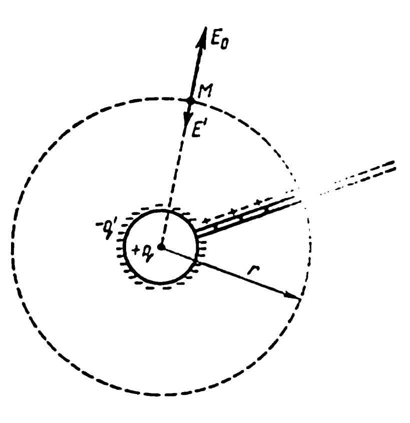


Fig. III. 23.

Les charges excédentaires q' créent à l'intérieur du diélectrique leur propre champ électrique, dont la valeur sur cette surface est égale à :

$$E' = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Par conséquent :

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{P}{\varepsilon_0}; \qquad P = \varepsilon_0 E'. \tag{1.53}$$

Ainsi donc, le champ électrique propre dans le diélectrique polarisé est au point considéré en raison du moment électrique de l'unité de volume de diélectrique ou de la densité superficielle des charges conventionnelles sur la surface équipotentielle passant par ce point.

En l'absence de diélectrique, le champ électrique au point M est caractérisé par l'induction D et le champ E_0 :

$$D = \frac{q}{4\pi r^2}; \quad E_0 = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

En présence d'un diélectrique l'induction ne varie pas, mais le champ s'affaiblit de ε fois : $E = \frac{1}{\varepsilon} E_0$. Cet affaiblissement s'explique par l'apparition d'un champ propre des charges du diélectrique, toujours opposé au champ extérieur, et $\boldsymbol{E}$ est le vecteur champ résultant :

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}'; \quad E = E_0 - E' = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Par conséquent :

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E}' &= \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)\boldsymbol{E}_0 = (\varepsilon - 1)\boldsymbol{E}; \\ \boldsymbol{P} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E}' = \varepsilon_0 (\varepsilon - 1)\boldsymbol{E}; \\ \boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \varepsilon \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}. \end{aligned}\right\} \tag{1.54}$$

La grandeur sans dimension $\varepsilon - 1$ se désigne par $\varkappa$ et s'appelle *coefficient de polarisation* (ou *susceptibilité électrique*) :

$$\varkappa = \varepsilon - 1; \qquad \varepsilon = 1 + \varkappa. \tag{1.55}$$

Alors la relation

$$P = \varkappa \varepsilon_0 E \tag{1.56}$$

exprime que le vecteur polarisation est en raison du champ électrique résultant dans le diélectrique.

Les forces avec lesquelles le champ électrique extérieur agit sur les charges contenues dans les molécules du diélectrique provoquent la déformation (compression ou extension) de ce diélectrique, engendrent des tensions mécaniques internes. C'est le phénomène d'électrostriction. On a représenté sur la fig. III. 24 les forces agissant sur les charges superficielles dans le cas où un morceau de diélectrique D_1 de perméabilité ε_1 se trouve dans un milieu D_2 de perméabilité ε_2.

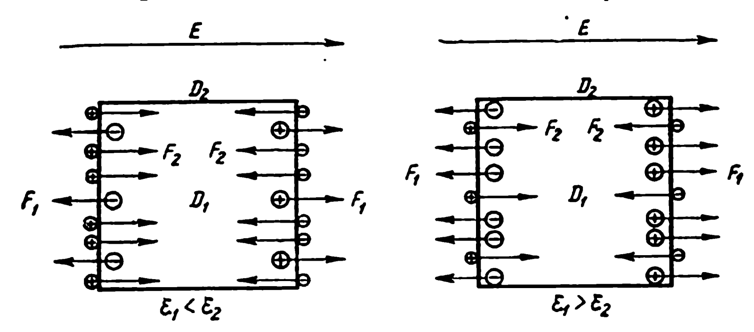


Fig. III. 24.

Les grands cercles représentent les charges superficielles de D_1, les petits cercles celles du milieu ambiant D_2. Le nombre de telles charges par unité de surface est en raison de la grandeur de la perméabilité diélectrique. Si $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$, la tension de compression due à la seule sollicitation du milieu ambiant F_2 est supérieure à la tension d'extension provenant de la force F_1 ; le corps D_1 se comprime. Si $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$, le corps s'allonge.

La déformation d'un diélectrique placé dans un champ électrique peut résulter d'autres causes. Ainsi, le changement de l'orientation des dipôles et la modification du moment électrique des molécules provoquent des changements dans l'*interaction* des molécules ; la variation des forces liant les molécules du diélectrique peut influer sur les dimensions de ce dernier. En outre, si le champ extérieur est *non uniforme* comme on l'a montré plus haut, les forces agissant sur les dipôles ont une résultante dirigée dans le sens de la croissance du champ. Si le corps n'est pas maintenu, il commence à se mouvoir dans ce sens ; c'est ce qui explique l'attraction des morceaux de papier, de sureau et d'autres corps légers par les corps électrisés. Si le diélectrique est maintenu, les forces agissant sur les dipôles provoquent une déformation supplémentaire du diélectrique qui dépend du degré de non-uniformité du champ.

Dans beaucoup de corps cristallins (quartz, sel de Seignette, tourmaline, sucre), on observe le phénomène de piézo-électricité : si l'on taille dans un cristal une lame dont les faces sont perpendiculaires à l'axe électrique du cristal, comprimant cette lame, des charges de signes contraires apparaissent sur les faces ; si l'on soumet la lame à une force de traction, les charges changent de signes. On observe également le phénomène piézo-électrique inverse : si l'on communique des charges de signes contraires aux faces d'une lame de cristal, elle se contracte ou se dilate. La densité superficielle des charges σ sur les faces et la pression mécanique p sont liées par la relation

$$\sigma = \delta p,$$

δ étant une constante piézo-électrique ; pour le quartz, dans le système CGSE, $\delta = 6{,}4 \cdot 10^{-8}$.

L'effet piézo-électrique a reçu une large application dans la technique, notamment pour la génération d'oscillations ultra-sonores. A cet effet, on applique aux faces d'une lame de quartz une tension électrique variant avec la fréquence ultra-sonore. Se déformant, le cristal engendre dans le milieu ambiant (air, liquides, solides avec lesquels il est en contact) des ondes ultra-sonores. L'effet piézo-électrique inverse est utilisé pour mesurer des pressions fortes ou variant rapidement, notamment pour l'étude des oscillations ultra-sonores ; la tension électrique qui apparaît sur les faces du cristal déformé est amplifiée puis envoyée à des appareils de mesure.

Dans les corps gazeux, liquides et dans beaucoup de corps solides la polarisation apparaît et disparaît en même temps que le champ électrique extérieur, le vecteur de polarisation $\boldsymbol{P}$ étant en *raison* directe du champ polarisant E (cf. formule 1.56). Cependant, pour certains corps solides (cristallins) dits corps seignetto-électriques, le coefficient de polarisation $\varkappa$ dans la formule (1.56) n'est pas une quantité constante et dépend notablement du champ E ; le caractère de cette dépendance est fortement influencé par la température du corps. Citons parmi ces corps le sel de Seignette, le titanate de baryum, etc. Tant que la température du corps est supérieure à une certaine température « critique » θ, le coefficient de polarisation $\varkappa$ ne dépend pas de la valeur du champ extérieur E, mais dépend de la température du corps :

$$\varkappa (T - \theta) = \text{Cte} ; \qquad \varkappa = \frac{\text{Cte}}{T - \theta} . \qquad (1.57)$$

Lorsque $T < \theta$, on observe que $\varkappa$ dépend notablement de E. On a représenté sur la fig. III.25 les courbes des dépendances entre P et E pour des températures supérieures et inférieures à θ.

Si pour $T < \theta$ on place un diélectrique non polarisé dans un champ électrique dont l'intensité E croît lentement, la polarisation due à ce champ croît selon la courbe OA (fig. III. 25,*b*). Si l'on affaiblit le champ E, la polarisation ne repasse plus par la courbe OA, mais par

la courbe AB_1, le champ extérieur correspondant à B_1 étant nul, alors que le diélectrique est encore polarisé (cette « polarisation rémanente » des corps seignetto-électriques est analogue à l'« aimantation rémanente » du fer). Si l'on change le *sens* du champ électrique extérieur, la polarisation décroît jusqu'à zéro au point C_1, puis, changeant de sens, croît en grandeur selon la courbe C_1D. Faisant croître ensuite le champ électrique de sa valeur E_D à sa valeur E_A, le vecteur polarisation varie selon la courbe DB_2C_2A ; au point B_2 on observe une « polarisation rémanente ». Aux points C_1 et C_2 il n'y a pas de polarisation, bien que le champ extérieur ne soit pas nul.

Les corps seignetto-électriques ont une grande perméabilité diélectrique relative (atteignant des dizaines de milliers), aussi les con-

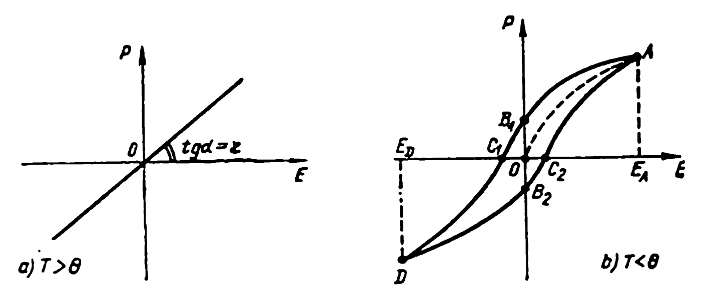


Fig. III. 25.

densateurs comportant de tels diélectriques ont-ils, en dépit de leurs petites dimensions, une grande capacité. De tels condensateurs sont utilisés, par exemple, dans les calculatrices électroniques en tant que « cellules de mémoire ». On utilise également la forte dépendance de la perméabilité diélectrique de ces substances de la valeur du champ électrique. La capacité des condensateurs à diélectrique seignetto-électrique dépend de la tension appliquée. Ces condensateurs à caractéristique non linéaire sont utilisés en radio-électricité dans différents montages : stabilisateurs de tension, amplificateurs diélectriques, etc.

Il existe des diélectriques qui, ayant reçu une polarisation déterminée à la fabrication, la conservent par la suite, de même que les aimants permanents conservent leur aimantation. Ces diélectriques à polarisation constante sont dits électrets. Une plaque d'électret possède sur une de ses faces une charge positive et sur l'autre une charge égale négative et crée autour de soi un champ électrique constant. On confère aux électrets leur polarisation initiale par différents procédés ; ainsi, on chauffe le diélectrique à une température déterminée (facilitant telle ou telle forme de polarisation : rotation des dipôles, déplacement des ions, etc.), on le place dans un champ électrique intense et le refroidit dans ce champ. A l'état solide la polarisation est « congelée », c'est-à-dire que le mouvement thermique est inca-

pable de détruire la polarisation de la substance. D'autres diélectriques (soufre, sulfites de zinc et de cadmium) sont placés dans un champ électrique intense et subissent l'action de la lumière pendant un certain temps, puis on fait disparaître le champ ainsi que la lumière. Les « photoélectrets » conservent leur polarisation rémanente uniquement dans le noir. Certains électrets sont obtenus par irradiation par des substances radio-actives ; enfin, on peut conférer à certaines substances une polarisation rémanente sous l'action d'un seul champ électrique intense. Les applications des électrets sont basées essentiellement sur l'induction d'un courant variable dans des conducteurs oscillant dans le champ électrique de l'électret (microphones et téléphones à électrets, mesureurs de vibrations, etc.).

§ 7. Capacité. Energie d'un conducteur chargé. Densité d'énergie du champ

Considérons d'abord un conducteur isolé suffisamment éloigné des autres corps. Si l'on communique à ce conducteur des charges q_1, q_2 ..., après la distribution de ces charges dans tout le volume, le conducteur est porté aux potentiels V_1, V_2 ... . Le rapport $\frac{q_1}{V_1}$, $\frac{q_2}{V_2}$ ... pour ce conducteur isolé donné est constant ; il dépend seulement de sa forme et de ses dimensions ; on l'appelle *capacité électrique* du conducteur. Ce rapport est aussi conservé lorsque la charge et le potentiel varient infiniment peu, de sorte que

$$C=\frac{q}{V} \quad \text{ou} \quad C=\frac{dq}{dV}. \tag{1.58}$$

La notion de capacité s'applique *seulement aux conducteurs*, étant donné que, lorsque les charges sont distribuées, tous les points du conducteur ont un seul et même potentiel. Si une charge est communiquée à un isolant, elle ne se répartit pas dans cet isolant et le potentiel est différent en différents points (en fonction de la distance au point où se trouve la charge). Lorsque le conducteur se trouve au voisinage d'autres corps, conducteurs ou isolants, le rapport (1.58) est déterminé non seulement par la forme et les dimensions de ce conducteur mais encore par la forme, les dimensions et la configuration des corps environnants. Si ces corps voisins sont des conducteurs, il s'y produit une redistribution des charges libres, dont le champ électrique vient se superposer au champ du corps donné et change son potentiel. Si les corps voisins sont des diélectriques, ils se polarisent, et le champ de polarisation des charges liées du diélectrique vient également se superposer au champ du corps donné. Par conséquent, en présence de corps environnants le conducteur considéré a un autre potentiel.

La capacité d'une boule isolée de rayon r placée dans un diélectrique infini de perméabilité ε peut être facilement calculée, le potentiel à *sa surface* (et donc en tout point de son volume) étant $V=k_0\frac{q}{\varepsilon r}$

$$C=\frac{q}{V}=\frac{\varepsilon}{k_0}r. \tag{1.59}$$

Dans le système CGSE $k_0=1$ et $C=\varepsilon r$; dans le SI

$$k_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{и} \quad C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r.$$

La notion de capacité peut être appliquée également à un système de conducteurs ; le système le plus simple est constitué de deux conducteurs voisins, auxquels on communique des charges de même grandeur mais de différentes parités. En particulier, considérons un condensateur plan constitué de deux plateaux métalliques parallèles voisins ; lorsqu'on communique aux plateaux du condensateur des charges $+q$ et $-q$, ils prennent les potentiels V_1 et V_2. La capacité de ce condensateur est, par définition, le rapport de la charge q d'un de ses plateaux (en valeur absolue) et de la différence de potentiel entre les plateaux :

$$C=\frac{q}{V_1-V_2}. \tag{1.60}$$

Supposons que la distance d entre les plateaux soit suffisamment petite pour que l'on puisse considérer le champ électrique uniforme entre ses plateaux ; en vertu de (1.36), ce champ s'écrit $E=k_0\frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}=$ $=k_0\frac{4\pi q}{\varepsilon S}$, où S est la surface d'un plateau, $\sigma=\frac{q}{S}$ la densité superficielle des charges des plateaux. Pour un champ uniforme, on a la relation (1.45), donc

$$V_1-V_2=Ed=k_0\frac{4\pi q}{\varepsilon S}d.$$

Substituant cette expression dans (1.60), on obtient la formule pour calculer la capacité d'un condensateur plan :

$$C=\frac{\varepsilon}{k_0}\frac{S}{4\pi d}. \tag{1.61}$$

Un système de deux sphères de rayons r_1 et r_2, dont la distance entre les centres est a ($a \gg r_1$ et r_2), a pour capacité

$$C=\frac{\varepsilon}{k_0}\frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}-\frac{2}{a}}. \tag{1.62}$$

Un système de deux fils parallèles longs de rayons r_1 et r_2, de distance entre les axes d, a pour capacité par unité de longueur

$$C=\frac{\varepsilon}{k_0}\frac{1}{2\ln\frac{a^2}{r_1r_2}}. \tag{1.63}$$

Dans les formules des capacités écrites ci-dessus, on posera $k_0=1$ dans le système CGSE, et dans le système international $k_0=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Notamment, pour un condensateur plan :

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \text{dans le système CGSE}: C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d};\\ &2)\ \text{dans le système SI}: \quad C=\varepsilon_0\varepsilon\,\frac{S}{d}. \end{aligned}\right\} \qquad (1.64)$$

La capacité s'exprime en farads :

$$farad=\frac{coulomb}{volt}.$$

Dans le système CGSE l'unité de capacité est le centimètre

$$[C]=\frac{[q]}{[V]}=\frac{g^{\frac{1}{2}}\cdot cm^{\frac{3}{2}}\cdot s^{-1}}{g^{\frac{1}{2}}\cdot cm^{\frac{1}{2}}\cdot s^{-1}}=cm.$$

Comme *1 coulomb* $=3\cdot 10^9$ unités CGSE de charge et 1 *volt* $=1/300$ unité CGSE de potentiel, 1 *farad* $=9\cdot 10^{11}$ *cm*.

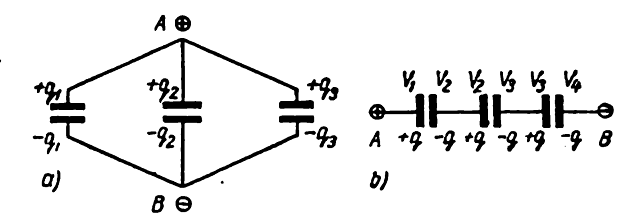


Fig. III. 26.

Considérons l'*association en parallèle* (fig. III. 26,*a*) et *en série* (fig. III. 26,*b*) des condensateurs. Si l'on communique aux points *A* et *B* des condensateurs associés en parallèle des charges égales et de signes contraires q, elles se distribuent entre les armatures des condensateurs de telle sorte que $q=q_1+q_2+q_3+\ \ldots$. La différence de potentiel entre les armatures de tous les condensateurs est la même (étant donné qu'elles sont réunies par des conducteurs) ; désignons par V la différence V_A-V_B. On appelle capacité d'un tel système de condensateurs le rapport

$$C=\frac{q}{V_A-V_B}=\frac{q_1}{V}+\frac{q_2}{V}+\frac{q_3}{V}+\ldots$$

Or le rapport q_1/V est la capacité C_1 du premier condensateur, q_2/V celle du second, etc. Par conséquent :

$$C=C_1+C_2+C_3+\ldots. \qquad (1.65)$$

On peut montrer qu'un condensateur plan ordinaire à n lames est équivalent à un système de $n - 1$ condensateurs plans constitués de deux lames, donc

$$C = \frac{\varepsilon}{k_0} \frac{S}{4\pi d} (n-1). \tag{1.66}$$

Si l'on communique aux points A et B de condensateurs associés en série les charges $\pm q$, par suite de l'induction électrostatique, des charges égales et de signes contraires $q_1 = q_2 = q_3 \ldots = q$ apparaîtront sur les armatures des condensateurs. Alors les armatures des condensateurs voisins reliées entre elles par un fil ont le même pctentiel. Comme la différence de potentiel aux extrémités d'une ligne quelconque est égale à la somme des différences de potentiel sur différents tronçons de cette ligne, on peut écrire pour la ligne AB traversant le champ électrique des condensateurs associés :

$$V_A - V_B = (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + (V_3 - V_4) + \ldots .$$

On appelle, comme auparavant, capacité de ce système de condensateurs le rapport

$$C = \frac{q}{V_A - V_B}, \quad \text{d'où} \quad V_A - V_B = \frac{q}{C}.$$

Comme pour le premier condensateur $V_1 - V_2 = \frac{q}{C_1}$, pour le second $V_2 - V_3 = \frac{q}{C_2}$, etc., on a

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots . \tag{1.67}$$

Pour communiquer à un conducteur une certaine charge q, il faut dépenser un travail déterminé, étant donné que chaque charge élémentaire suivante subit l'action *répulsive* des charges déjà apportées de même parité. Supposons que l'on apporte la charge dq de l'infini où le potentiel $V_1 = 0$, au conducteur déjà porté au potentiel $V_2 = V$. Alors le travail élémentaire dépensé pour communiquer la charge dq est égal à :

$$dA = dq\,(V_1 - V_2) = -V dq.$$

Pour déterminer le travail total dépensé pour communiquer au conducteur une certaine charge q, il faut faire la somme de tous ces travaux élémentaires.

$$A = \int dA = -\int_0^q V\,dq = -\int_0^q \frac{q}{C}\,dq = -\frac{q^2}{2C}.$$

Le signe moins indique qu'il faut dépenser un travail extérieur pour charger le corps. Pendant sa décharge, le corps effectue ce même

travail (le travail est effectué par le champ électrique du corps chargé). Par conséquent la formule

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qV}{2} = \frac{CV^2}{2} \tag{1.68}$$

exprime l'énergie du conducteur chargé. On obtient une formule analogue pour un condensateur chargé, V désignant la différence de potentiel entre les bornes du condensateur ou du système de condensateurs.

Pour un condensateur plan, l'énergie (1.68) peut être exprimée en fonction de la valeur du champ entre les armatures. Substituons $V = Ed$ et $C = \frac{\varepsilon}{k_0} \frac{S}{4\pi d}$, alors

$$W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{\varepsilon}{k_0} \frac{E^2}{8\pi} Sd. \tag{1.69}$$

Le produit Sd est le volume du champ électrique compris entre les plateaux du condensateur, et le rapport $\frac{W}{Sd}$ que nous désignerons par w l'énergie du condensateur par unité de volume de son champ électrique :

$$w = \frac{1}{k_0} \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}. \tag{1.70}$$

Posant que l'énergie des corps chargés est l'énergie de leur champ électrique, on peut appeler la quantité (1.70) densité d'énergie du champ électrique. Dans le système CGSE $w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$ et dans le SI $w = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{E^2}{2}$.

Chapitre II

LE COURANT ÉLECTRIQUE

§ 8. Courant électrique de conduction. Intensité et densité du courant

Les charges électriques contenues dans divers corps participent à l'agitation thermique désordonnée. Pour obtenir un transfert unilatéral de charges électriques, des forces doivent être appliquées à ces charges, notamment, si l'on place des corps contenant des charges libres dans un champ électrique, les charges positives seront sollicitées par les forces dirigées dans le sens de $\boldsymbol{E}$, les charges négatives par des forces dirigées dans le sens inverse de $\boldsymbol{E}$. Ceci étant, il se superpose au mouvement désordonné des charges un mouvement d'ensemble des charges positives dans un sens et des charges négatives dans le sens inverse. Toutefois, décrivant le mouvement de charges électriques, on fait habituellement abstraction de leur agitation thermique désordonné et on considère seulement le déplacement *résultant* de ces charges dans telle ou telle direction.

On appelle courant électrique un déplacement ordonné de charges de même signe dans une direction quelconque. Cette définition sera précisée dans la suite. On est convenu que le sens du courant coïnciderait avec celui du déplacement des charges positives, étant alors opposé à celui des charges négatives.

Une caractéristique fondamentale du courant électrique est le champ magnétique qui existe autour des charges en mouvement. En outre, lorsque le courant électrique traverse une matière, on observe des phénomènes thermiques, optiques et chimiques au cours desquels il y a transformation d'énergie électrique en d'autres espèces d'énergies.

Les courants électriques induits dans les corps par les champs électriques sont appelés *courants de conduction*. Ainsi, dans les conducteurs métalliques, le courant électrique est un mouvement ordonné d'électrons libres résultant du champ électrique agissant à l'intérieur du conducteur. Les ions positifs du métal sont solidement liés entre eux dans le réseau cristallin et ne participent pas au déplacement des charges ; il s'ensuit que le courant électrique dans les métaux n'est pas accompagné de changements quelconques de la matière.

Du reste, on peut obtenir un mouvement ordonné des électrons dans des conducteurs métalliques sans champ électrique, par voie mécanique, si l'on freine brusquement un corps métallique en mouvement (par exemple une bobine tournante) ; les électrons libres tournent par inertie pendant un certain temps dans le sens du mouvement et créent un courant électrique fugitif.

Dans certains corps solides : cristaux ioniques du type NaCl, semi-conducteurs, verre etc., le courant électrique peut résulter également du mouvement ordonné des ions. Avec l'accroîssement de la température cette conduction ionique des solides croît. Ainsi, le verre chauffé jusqu'à la température de ramollissement conduit bien. On observe aussi une conduction mixte créée par le mouvement des électrons et des ions.

Dans les conducteurs liquides (électrolytes) le courant électrique est dû au mouvement d'ions positifs et négatifs en sens inverses. En l'absence de champ électrique, ces ions accomplissent un mouvement thermique désordonné ; dans un champ électrique, les forces électriques viennent superposer aux vitesses thermiques des ions une certaine vitesse parallèlement au champ, et les ions positifs se déplacent progressivement vers la cathode et les ions négatifs vers l'anode.

On observe aussi des courants électriques fugitifs dans les diélectriques. Lorsqu'on introduit un diélectrique dans un champ électrique, il se polarise (rotation des dipôles électriques élémentaires) ; les ions positifs se déplacent dans un sens, les ions négatifs dans le sens inverse. Par conséquent, tant que dure la polarisation, les diélectriques sont le siège d'un mouvement ordonné de charges, auquel correspond un certain courant électrique ; les courants de ce genre sont appelés *courants de polarisation*. Ils cessent dès que la polarisation du diélectrique est terminée. Si l'on éloigne le champ électrique induisant la polarisation, sous l'action du mouvement thermique désordonné, les dipôles électriques élémentaires perdent leur orientation d'ensemble ; cette dépolarisation du diélectrique est accompagnée également par un « retour » ordonné des charges positives et négatives à leurs orientations désordonnées initiales, ce qui correspond à un courant de polarisation inverse.

Les courants électriques peuvent résulter du mouvement de charges avec les corps qui les portent. Ainsi, des conducteurs ou des isolants chargés en mouvement créent autour d'eux un champ magnétique et sont équivalents à un certain courant électrique ; de tels courants sont dits de convection.

Supposons qu'il passe à travers l'élément de surface S dans la direction de Ox pendant le temps Δt q_1 charges positives et q_2 charges négatives, et dans le sens inverse q_1' charges positives et q_2' charges négatives (fig. III. 27). Alors l'intensité du courant à travers l'élément S s'écrit

$$I=\frac{(q_1-q_2)-(q_1'-q_2')}{\Delta t}=\frac{(q_1-q_1')-(q_2-q_2')}{\Delta t}=\frac{\Delta q_1}{\Delta t}-\frac{\Delta q_2}{\Delta t}.$$

On s'intéresse habituellement à l'*excès* de charge traversant l'élément S, c'est-à-dire à la grandeur

$$\Delta q = (q_1 - q_1') - (q_2 - q_2') = \Delta q_1 - \Delta q_2.$$

Alors

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}. \tag{2.1}$$

L'intensité du courant est mesurée en *ampères* :

$$1\ \textit{ampère} = \frac{1\ \textit{coulomb}}{1\ \textit{seconde}}.$$

Supposons qu'il passe à travers l'élément de surface S (par exemple à travers la section d'un conducteur fin) seulement des charges

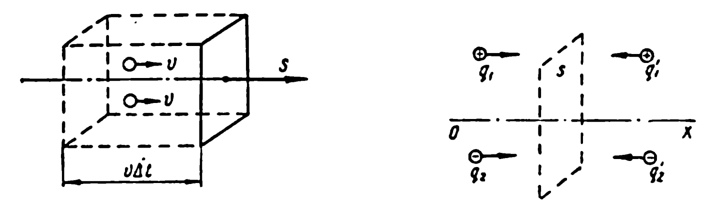


Fig. III. 27.

d'un même signe. Désignons par n le nombre de particules chargées élémentaires dans l'unité de volume du conducteur, par v la vitesse moyenne de leur mouvement d'ensemble selon Ox. Alors, pendant le temps Δt, toutes les particules se trouvant dans le volume $Sv\Delta t$, soit $n\,Sv\,\Delta t$ particules, auront passé à travers l'élément S dans cette direction. Si la charge d'une particule est e, il passe à travers la surface S dans le temps Δt la charge $\Delta q = enSv\Delta t$. L'intensité du courant à travers l'élément S est égale à

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = nevS. \tag{2.2}$$

Si la normale S à l'élément S forme avec le sens du courant l'angle α, l'intensité du courant doit se mettre sous la forme :

$$I = ne\mathbf{v}\mathbf{S}. \tag{2.3}$$

Notons que l'*intensité* du courant est, par définition, une quantité *scalaire* : le signe du produit scalaire $\mathbf{v}\mathbf{S} = vS\cos\alpha$ dépend de l'angle α entre le sens du courant (c'est-à-dire le sens du déplacement des charges positives) et le sens de la normale à l'élément.

L'intensité du courant par unité de surface perpendiculairement au sens du courant est appelée densité de courant :

$$i = \frac{I}{S} = nev. \tag{2.4}$$

La densité de courant est une grandeur vectorielle dirigée dans le sens du courant, c'est-à-dire dans le sens du mouvement d'ensemble des charges positives, ou contre le mouvement d'ensemble des charges négatives :

$$\boldsymbol{i}=ne\boldsymbol{v} \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{i}=(\pm e)n\boldsymbol{v}. \tag{2.5}$$

Pour que l'intensité du courant à travers un élément soit constante dans le temps, il faut, en vertu de (2.2), que n et v soient constants.

§ 9. Théorie électronique de la conduction dans les métaux. Loi d'Ohm et de Lenz-Joule sous forme différentielle. Lien entre la conduction électrique et la conduction thermique dans les métaux

Considérons le courant électrique dans des conducteurs métalliques à l'intérieur desquels il existe un champ électrique E. Ce champ exerce sur les électrons libres la force $F=eE$, communiquant l'accélération $j=\frac{F}{m}=\frac{e}{m}E$, m étant la masse de l'électron. Si le mouvement des électrons s'effectuait sans perte d'énergie, leur vitesse et, par conséquent, l'intensité du courant dans le conducteur croîtraient dans le temps. Toutefois, par suite de collisions avec les atomes de la matière en mouvement thermique chaotique, les électrons perdent une partie de leur énergie cinétique.

Lorsque l'intensité du courant est constante, la vitesse moyenne du mouvement d'ensemble des électrons ne variant pas dans le temps, toute l'énergie que le champ électrique communique aux électrons doit être cédée aux atomes de la matière, c'est-à-dire doit se transformer en énergie de leur mouvement thermique.

Pour simplifier le raisonnement, supposons que l'électron perde intégralement à chaque collision l'énergie qu'il avait reçue sous l'action de la force $F=eE$ pendant le temps τ de son libre parcours entre deux chocs. Cela signifie qu'au début de chaque libre parcours l'électron n'a que sa vitesse de mouvement thermique u, et que cette vitesse s'est accrue d'une certaine quantité v_τ au bout du parcours, avant le choc suivant, sous l'action de la force $F=eE$. Par conséquent, le mouvement de l'électron dans le sens de la force $F=Ee$ est uniformément accéléré avec la vitesse initiale $v_0=0$. Pendant le temps du libre parcours l'électron acquiert la vitesse de mouvement ordonné $v_\tau=j\tau=\frac{e}{m}E\tau$, et la vitesse moyenne de ce mouvement est

$$v=\frac{v_0+v_\tau}{2}=\frac{1}{2}\frac{e}{m}E\tau.$$

Le temps du libre parcours est déterminé par la vitesse moyenne du mouvement thermique de l'électron u et par le libre parcours

moyen (λ): $\tau = \frac{\lambda}{u}$. La densité du courant dans un conducteur métallique s'écrit alors

$$i = nev = \frac{1}{2} \frac{ne^2}{m} \frac{\lambda}{u} E; \qquad i = \sigma E. \tag{2.6}$$

La grandeur

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{ne^2}{m} \frac{\lambda}{u}, \tag{2.7}$$

qui caractérise le conducteur, est appelée sa *conductivité*.

On peut calculer l'énergie W_1 acquise par un électron pendant le temps t sous l'action de la force $F = eE$ en multipliant $\frac{mv_\tau^2}{2}$ par le nombre de libres parcours pendant le temps t, c'est-à-dire par $\frac{t}{\tau}$:

$$W_1 = \frac{mv_\tau^2}{2} \frac{t}{\tau} = \frac{m}{2} \left(\frac{eE}{m} \tau \right)^2 \frac{t}{\tau} = \frac{e^2}{2m} \tau E^2 t.$$

A courant constant, toute cette énergie est cédée à la matière du conducteur et se transforme en mouvement thermique de ses atomes. Calculons l'énergie communiquée dans l'unité de temps à l'unité de volume du conducteur, contenant n électrons libres :

$$W_0 = \frac{nW_1}{t} = \frac{1}{2} \frac{ne^2}{m} \tau E^2 = \sigma E^2 \tag{2.8}$$

ou, étant donné que σE est égal à la densité du courant,

$$W_0 = iE. \tag{2.9}$$

La formule $i = \sigma E$ exprime la loi d'Ohm, et la formule (2.9) la loi de Lenz-Joule *sous forme différentielle*. La déduction donnée ci-dessus de ces lois repose sur la théorie électronique « classique » de la conduction dans les métaux. Cette théorie stipule qu'il y a dans les métaux un certain nombre d'électrons libres (« *gaz électronique* »), qui peuvent se déplacer librement dans le volume du conducteur, sans toutefois en sortir. Vis-à-vis du gaz électronique, la surface du métal est comme la « paroi d'un récipient ». Au point de vue physique, cela signifie qu'il existe à la surface du métal une « barrière de potentiel » particulière pour les électrons, c'est-à-dire que pour traverser la couche superficielle les électrons doivent vaincre des forces considérables dirigées à l'intérieur du métal. Pour rompre cette barrière, les électrons doivent être doués d'une énergie cinétique suffisante.

Les conditions dans lesquelles les électrons peuvent vaincre la barrière de potentiel dans la couche superficielle du métal et en sortir seront étudiées aux §§ 12 et 13.

Conformément à l'expression (2.7), la conductivité des métaux est directement proportionnelle à la densité du gaz électronique, c'est-à-dire au nombre n des électrons libres dans l'unité de volume du

métal. Mais la *thermoconductibilité* dépend également de ce nombre, car, participant au mouvement thermique, les électrons libres, qui sont très mobiles et possèdent de grandes vitesses, favorisent le transport de chaleur des régions chaudes du métal dans les régions froides.

Les mesures ont montré que le rapport du coefficient de conductibilité thermique $\varkappa$ à la conductivité σ est presque le même pour tous les métaux et est en raison de la température absolue :

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = \mathrm{Cte} \cdot T \qquad (2.10)$$

(loi de Wiedemann-Franz).

§ 10. Travail du courant électrique. Résistance des conducteurs. Supraconductibilité

Supposons que *1* et *2* soient des surfaces équipotentielles aux potentiels V_1 et V_2 dans un conducteur inhomogène de section variable (fig. III. 28). Lorsque la charge q est transportée de la première section à la seconde, les forces électriques agissant dans le conducteur accomplissent un travail $A = q(V_1 - V_2)$. Ce travail à courant constant sert, comme il a été indiqué plus haut, non pas à augmenter l'énergie cinétique du mouvement ordonné des électrons, mais est dissipé dans le conducteur sous forme de chaleur. Si l'intensité du courant croît avec le temps, une partie du travail des forces électrostatiques sert à augmenter la vitesse du mouvement ordonné des électrons, et le reste est dégagé en chaleur. Si le courant est variable, l'énergie communiquée au conducteur sous forme de chaleur doit être calculée en fractionnant le temps d'observation t en intervalles élémentaires dt, pendant lesquels l'intensité du courant peut être considérée constante. Il passe alors dans le temps dt dans le tronçon *1 — 2* la charge électrique $dq = I\,dt$, et il s'y dégage l'énergie $dW = dq(V_1 - V_2) = I(V_1 - V_2)\,dt$. Posant $V_1 - V_2 = U$, on peut calculer l'énergie dégagée dans le tronçon *1— 2* pendant le temps t par la formule :

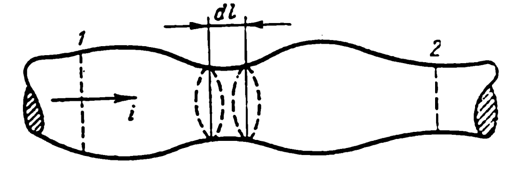


Fig. III. 28

$$W = \int_0^t IU\,dt.$$

L'intensité du courant étant mesurée en ampères, la différence de potentiel en volts et le temps en secondes, l'énergie W s'exprime en *joules* :

1 *joule* = 1 *ampère* · 1 *volt* · 1 *seconde* = 1 *coulomb* · 1 *volt*.

L'énergie W peut être exprimée en fonction des dimensions et de la matière du conducteur sur le tronçon $1—2$. Supposons que le conducteur soit homogène sur le tronçon élémentaire dl et qu'il ait une section constante S (fig. III. 28). En outre, nous admettrons que le champ électrique est, sa valeur étant E, partout dans le volume Sdl. En vertu de (2.4) et (2.6), l'intensité du courant à travers la section S est $I = iS = \sigma ES$, d'où

$$E = \frac{I}{\sigma S}.$$

Multiplions les deux membres de cette égalité par dl et intégrons entre les sections équipotentielles 1 et 2 du tronçon qui nous intéresse :

$$\int_1^2 E\,dl = I \int_1^2 \frac{dl}{\sigma S}$$

(lorsque le courant est constant, son intensité est la même quelle que soit la section du conducteur). L'intégrale du premier membre est, par définition, la différence de potentiel $V_1—V_2$; l'intégrale du second membre dépend des propriétés du conducteur (conductivité σ) et de sa configuration. Désignons cette intégrale par

$$R = \int_1^2 \frac{dl}{\sigma S}. \tag{2.11}$$

C'est la *résistance* électrique du conducteur dans le tronçon $1 — 2$. L'expression précédente s'écrit alors :

$$V_1 - V_2 = IR; \qquad I = \frac{V_1 - V_2}{R} = \frac{U}{R}. \tag{2.12}$$

Cette formule exprime la *loi d'Ohm pour un tronçon de circuit.*

Utilisant cette loi, on peut exprimer le travail du courant électrique W en fonction de la résistance du conducteur :

$$W = qU = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t \tag{2.13}$$

ou, lorsque le courant est variable :

$$W = \int_t I^2 R dt = \int_t \frac{U^2}{R} dt. \tag{2.14}$$

Si l'énergie W dissipée dans le conducteur sous forme de chaleur doit être exprimée en calories, étant donné que 1 *joule*$=0{,}239$ *cal*$\approx$ $0{,}24$ *cal*, on peut écrire

$$Q = 0{,}24\, I^2Rt. \tag{2.15}$$

Cette formule exprime la loi de Lenz-Joule sous sa forme ordinaire.

La résistance électrique R d'un conducteur homogène de section constante dépend de sa longueur l et de sa section S :

$$R=\int_1^2 \frac{dl}{\sigma S}=\frac{1}{\sigma S}\int_1^2 dl=\frac{l}{\sigma S}.$$

Si la longueur et la section du conducteur sont égales à l'unité, on a $R=\frac{1}{\sigma}$. La grandeur

$$\frac{1}{\sigma}=\rho$$

est la *résistivité* du conducteur. Lorsqu'un conducteur n'est pas homogène et que sa section varie, il faut calculer la résistance par la formule (2.11), ou encore par la formule approchée

$$R=\sum \rho_i \frac{\Delta l_i}{S_i}. \tag{2.16}$$

La résistance d'un conducteur parcouru par un courant de 1 *ampère* lorsqu'on applique à ses extrémités une différence de potentiel de 1 *volt* est appelée *ohm* :

$$1\ ohm=\frac{1\ volt}{1\ ampère}.$$

La résistivité, et donc la résistance totale des conducteurs, dépendent de la température. Cette dépendance est assez compliquée. Pour les métaux, on peut se servir des formules approchées :

$$\rho=\rho_0(1+\alpha t);\quad R=R_0(1+\alpha t), \tag{2.17}$$

où ρ_0 et R_0 se rapportent au zéro de l'échelle Celsius des températures et α est un *coefficient de température.* Ce coefficient ne peut être considéré comme constant que pour de petits intervalles de température. Pour des calculs plus précis, il faut prendre en considération que α dépend de la température.

Aux très basses températures voisines du zéro absolu (vers 0,5 à 8° K), la résistance de certains métaux s'évanouit subitement. Ainsi, l'aluminium à 1,4° K n'a plus de résistance électrique. Lorsque la résistance d'un métal est nulle, on dit qu'on a un *supraconducteur*, le phénomène lui-même de l'évanouissement de la résistance étant la *supraconductibilité.* Etant donné l'absence de résistance, on peut faire passer dans les supraconducteurs des courants très intenses (jusqu'à 1200 A par mm^2) sans qu'il y ait dissipation de chaleur. Si l'on crée dans un circuit fermé constitué de supraconducteurs un courant électrique (par exemple par induction électromagnétique), étant donné l'absence de pertes, ce courant peut exister très longtemps.

§ 11. Force électromotrice. Loi d'Ohm et son lien avec la loi de conservation de l'énergie. Circuits dérivés ; lois de Kirchhoff

Envisageons deux conducteurs B et A portant des charges contraires aux potentiels V_1 et V_2 ($V_1 < V_2$). Si l'on réunit ces corps par un fil conducteur l (fig. III. 29), on observe pendant un certain temps un déplacement des électrons de A vers B jusqu'à ce qu'il s'établisse un même potentiel dans tout le système de conducteurs, le champ électrique étant alors partout nul. L'intensité du courant dans ce conducteur croît d'abord à partir de zéro (au moment de la jonction) jusqu'à un certain maximum, puis décroît progressivement jusqu'à zéro. Ainsi donc, un système de conducteurs soumis exclusivement à des *forces électrostatiques* passe le temps à un état d'équilibre équipotentiel, pour lequel le champ à l'intérieur des conducteurs s'annule et le mouvement d'ensemble des électrons s'arrête. Pour entretenir dans le conducteur l le mouvement d'ensemble des électrons pendant le temps voulu ou bien encore l'intensité de courant requise, il faut avoir un dispositif « pompant » les électrons dans B et les refoulant dans A. Un tel appareil, dit source de courant, doit agir sur les électrons (ou en général sur les charges) avec des forces particulières, de nature non électrostatique (les forces électrostatiques agissent toujours sur les charges négatives dans le sens des potentiels croissants). Ce sont des forces de ce genre qui sont produites dans les dynamos pendant le mouvement des conducteurs dans un champ magnétique, dans les éléments galvaniques et les accumulateurs, grâce aux réactions chimiques, dans les piles thermoélectriques, etc.

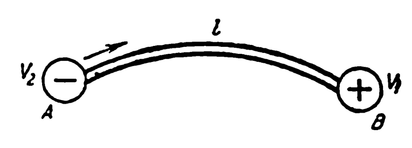


Fig. III. 29.

Considérons un système très simple de conducteurs contenant une source de courant (fig. III. 30). Soit à faire passer dans l'appareil R consommant de l'énergie électrique un courant continu d'intensité I, les électrons devant se mouvoir dans le sens indiqué par les flèches. Il est évident que lorsque les électrons, de charge totale q, traversent R, les forces électriques agissant sur les électrons à l'intérieur des conducteurs dans le sens $2 \to R \to 1$ effectuent un travail positif, qui, en vertu de la formule (1.42), ne dépend que des potentiels de l'origine V_2 et de l'extrémité V_1 de la trajectoire du transport ; ce travail est égal à

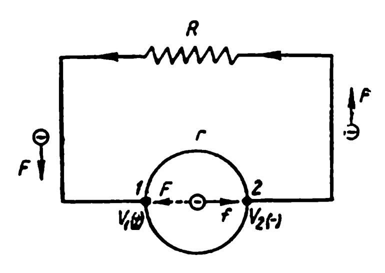


Fig. III. 30.

$$A_{21} = (-q)(V_2 - V_1) = q(V_1 - V_2). \qquad (2.18)$$

Pour maintenir les potentiels V_1 et V_2 constants, la source de courant doit continuellement refouler les électrons de *1* vers *2*. Elle devra alors vaincre l'attraction des électrons par le point *1* chargé positivement et la répulsion de *2* chargé négativement, c'est-à-dire vaincre la force électrostatique F dirigée dans la source de *2* vers *1*. Par conséquent, la source de courant doit solliciter les électrons avec une force f dirigée contre la force électrostatique F.

En outre, il faut encore avoir en vue que le mouvement des électrons à l'intérieur de la source de courant a lieu en présence d'une résistance due aux collisions entre les électrons et les atomes de cette source. Pendant ces collisions il se perd une partie de l'énergie cinétique du mouvement d'ensemble des électrons et, pour conserver la vitesse du mouvement constante, la source de courant devra *compenser* la perte d'énergie dans la source elle-même.

Le travail total A effectué dans la source pour transporter la charge q du point *1* au point *2* est égal à la somme : 1) du travail A_{12} contre les forces électrostatiques F agissant dans la source et 2) des pertes d'énergie des électrons W quand ils traversent la source :

$$A = A_{12} + W. \tag{2.19}$$

Cette relation exprime la loi de la conservation de l'énergie. Il est évident que le travail A_{12} est égal, au signe près, au travail A_{21} des forces électrostatiques en dehors de la source. Cela signifie que la source de courant est également *la source de l'énergie* ou *du travail* fournis par les électrons dans le tronçon extérieur du circuit *1—R—2*. Pour maintenir les potentiels V_1 et V_2 constants, la source de courant doit dépenser continuellement un travail A_{12} pour compenser la perte d'énergie dans le circuit extérieur A_{21}.

Pour l'évaluation de la perte d'énergie des électrons W lors de leur déplacement dans la source même, il faut connaître sa résistance r ; alors, en vertu de (2.13),

$$W = I^2rt = qIr. \tag{2.20}$$

Le travail total de la source est égal, en vertu de la loi de conservation de l'énergie (2.19), à

$$A = q(V_1 - V_2) + qIr. \tag{2.21}$$

Le quotient du travail dépensé dans la source pour y déplacer la charge q par la grandeur de cette charge est appelé *force électromotrice* (f.é.m.) de cette source et est désigné $\mathscr{E}$;

$$\mathscr{E} = \frac{A}{q}; \quad \mathscr{E} = V_1 - V_2 + Ir. \tag{2.22}$$

En vertu de la loi d'Ohm pour le tronçon *1 — R — 2*,

$$V_1 - V_2 = IR. \tag{2.23}$$

Donc,

$$\mathscr{E} = IR + Ir; \quad I = \frac{\mathscr{E}}{R+r}. \tag{2.24}$$

Cette formule exprime la *loi d'Ohm* pour un contour fermé parcouru par un courant continu. Appelant le produit IR chute de tension en dehors de la source, et le produit Ir chute de tension dans la source, on peut exprimer la loi d'Ohm (2.24) autrement ; la force électromotrice dans un circuit fermé est égale à la somme des chutes de tension dans ce circuit.

Le travail fourni à chaque seconde par la source, c'est-à-dire sa puissance N, est égal à

$$N=\frac{A}{t}=\frac{\mathcal{E}q}{t}=\mathcal{E}I; \quad \mathcal{E}I=I^2R+I^2r.$$

Ce travail est égal à l'énergie dégagée à chaque seconde dans toutes les résistances du circuit.

Si la source de courant n'est pas fermée, il n'y a pas de mouvement d'ensemble des charges à travers la source et donc de perte d'énergie dans cette dernière. Il ne peut y avoir qu'*accumulation de charges* aux pôles de la source. Cette accumulation cesse quand il apparaît à l'intérieur de la source, entre ses pôles, un champ électrique E dont la force électrostatique $\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}$ devient égale à la force f produite par la source : $\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{f}$. On peut calculer la différence de potentiel entre les pôles d'une source à circuit ouvert par la formule (1.13)

$$V_1^0-V_2^0=\int_1^2 \boldsymbol{E}\,d\boldsymbol{l},$$

l'intégrale pouvant être prise sur *n'importe quelle courbe* réunissant les pôles de la source de courant. Substituons $\boldsymbol{E}=\frac{\boldsymbol{F}}{q_0}$ (la charge d'épreuve q_0 étant supposée, comme toujours, positive) et remplaçons

$$V_1^0-V_2^0=\frac{1}{q_0}\int_1^2 \boldsymbol{F}\,d\boldsymbol{l}=-\frac{1}{q_0}\int_1^2 \boldsymbol{f}\,d\boldsymbol{l}=\frac{1}{q_0}\int_2^1 \boldsymbol{f}\,d\boldsymbol{l}.$$

Or $\int_2^1 \boldsymbol{f}\cdot d\boldsymbol{l}$ est le travail A dépensé par la source *contre* les forces électrostatiques pour transporter la charge q_0 du point *2* au point *1* ; par conséquent, en vertu de la définition ci-dessus de la f.é.m.

$$\mathcal{E}=\frac{A}{q_0}=V_1^0-V_2^0.$$

Par conséquent, la *force électromotrice* d'une source de courant est égale à la différence de potentiel entre ses pôles *à circuit ouvert*. Si la source de courant débite sur un circuit extérieur, en vertu de (2.24), la différence de potentiel entre ses pôles est plus petite que la f.é.m. de la grandeur de la chute de tension Ir à l'intérieur de la source :

$$V_1-V_2=\mathcal{E}-Ir.$$

Envisageons un circuit électrique (fig. III. 31) contenant deux sources de courant connectées de sorte que leurs actions s'ajoutent (*a*) ou se retranchent (*b*). Dans le premier cas (*a*), les deux sources agissent dans le sens du mouvement des charges et accomplissent les travaux positifs A_I et A_{II}. Le travail total est $A=A_I+A_{II}$, et la force électromotrice agissant dans le circuit s'écrit

$$\mathcal{E}=\frac{A}{q}=\frac{A_I}{q}+\frac{A_{II}}{q}=\mathcal{E}_I+\mathcal{E}_{II}. \qquad (2.25)$$

L'énergie dégagée dans le contour est égale à la somme des travaux fournis par les deux sources.

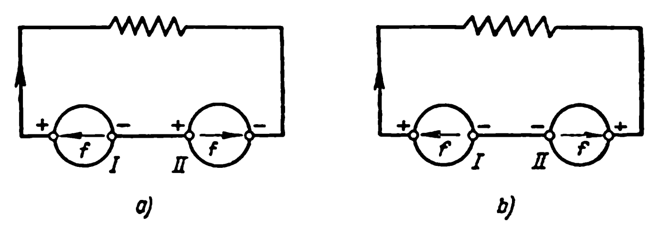


Fig. III. 31.

Dans le second cas (*b*), la source *I* agit dans le sens du mouvement des charges et fournit un travail positif ; la source *II* agit contre le mouvement des charges et fournit un travail négatif (ici les charges se meuvent sous l'action de forces électrostatiques). Le travail total des sources dans le circuit (*b*) est $A=A_I-A_{II}$ et la force électromotrice totale dans le contour

$$\mathcal{E}=\frac{A}{q}=\frac{A_I}{q}-\frac{A_{II}}{q}=\mathcal{E}_I-\mathcal{E}_{II}. \qquad (2.26)$$

L'énergie dégagée dans le circuit dans ce cas est égale *à la différence* des travaux effectués par les sources.

Notons que la force électromotrice est, par définition, une grandeur *scalaire* ; elle peut être positive ou négative suivant le signe du travail accompli par la source.

Considérons dans un circuit électrique un tronçon contenant une source de f.é.m. (fig. III. 32). Par définition, la différence de potentiel entre les points *1* et *2* est égale au rapport du travail A_{12} des forces électriques pour transporter la charge q du premier point au second et de la grandeur de la charge transportée :

Fig. III. 32.

$$V_1-V_2=\frac{A_{12}}{q}.$$

Dans notre cas, le travail de transport est constitué du travail $A'=I^2Rt=qIR$ dissipé en chaleur dans la résistance et du travail A'' effectué par les forces électrostatiques à l'intérieur de la source de f.é.m. contre la source. Ce travail est égal, au signe près, au travail de la source ; ce dernier est positif si la source travaille dans le sens du mouvement des charges, et négatif si les charges se meuvent dans l'autre sens. Par conséquent, $A_{12}=qIR\pm A''=qIR\pm A$ et, comme $\frac{A}{q}=\mathscr{E}$, on a

$$V_1-V_2=\frac{qIR\pm A}{q}=IR\pm\mathscr{E},$$

d'où l'on déduit la loi d'Ohm pour un tronçon de circuit contenant une force électromotrice :

$$I=\frac{V_1-V_2\pm\mathscr{E}}{R}, \qquad (2.27)$$

où R comprend aussi la résistance de la source.

Le signe plus pour la force électromotrice correspond au cas où le pôle positif de la source est relié au point *2*, c'est-à-dire lorsque le courant entre par le pôle négatif et sort par le pôle positif de la source. Si l'on inverse la connexion, il faudra prendre le signe moins.

Pour le calcul des intensités du courant dans différentes dérivations de circuits complexes (par exemple pour le pont de Wheatstone, fig. III. 33), connaissant les résistances de ces branches et la f.é.m. de la source, on utilise les lois de Kirchhoff. Ces lois peuvent être déduites de la loi de conservation de la charge et des lois d'Ohm (2.24) et (2.12). On suppose qu'on a un régime permanent, les intensités de courant, les résistances et les différences de potentiel dans différents tronçons du circuit ne variant pas avec le temps. Pour appliquer la loi de conservation de la charge, entourons un point de branchement quelconque, par exemple A, d'une sphère ; alors, pour que le potentiel de A soit constant, il faut que la quantité d'électricité apportée à chaque seconde dans cette sphère par certains conducteurs soit égale à celle qui en sort par les autres : *la somme algébrique des intensités de courant doit être nulle* (première loi de Kirchhoff) :

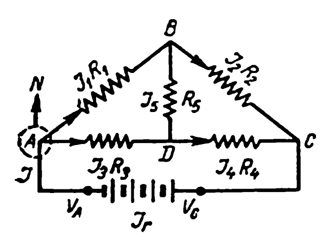


Fig. III. 33.

$$\sum I_i=0. \qquad (2.28)$$

Cette affirmation s'applique évidemment à tout point d'un circuit parcouru par des courants d'intensité constante ; si le circuit comporte n points de branchement, appliquant la condition (2.28), on

peut écrire n équations. En particulier, le pont de la figure III. 33 a quatre points de branchement ; cependant le nombre d'inconnues — les intensités des courants — est de six. Aussi faut-il écrire encore deux équations pour pouvoir déterminer ces six grandeurs.

Pour pouvoir utiliser la loi d'Ohm, choisissons dans le circuit un groupe quelconque de conducteurs formant un circuit fermé, par exemple $ABCDA$, ne contenant pas de source de courant ; écrivons pour ce groupe l'identité évidente :

$$V_A - V_B + V_B - V_C + V_C - V_D + V_D - V_A = 0. \qquad (2.29)$$

où V_A, V_B, ... sont les potentiels des origines et des extrémités de différents tronçons. En vertu de la loi d'Ohm, on a pour chaque tronçon du circuit $V_1 - V_2 = IR$. Cependant, il faut avoir en vue que cette écriture implique que les charges positives vont du premier point au second, c'est-à-dire du potentiel élevé V_1 au potentiel moindre V_2. Mais si l'on retranche le potentiel le plus grand du plus petit, on trouve que l'intensité du courant est négative, c'est-à-dire que $V_2 - V_1 = -IR$. Ceci étant, remplaçons les différences de potentiel dans l'expression (2.29) par les produits des intensités de courant et des résistances correspondantes. Comme

$V_A > V_B$, $V_B > V_C$, $V_A > V_D$ et $V_D > V_C$, on a

$$V_A - V_B = I_1R_1; \qquad V_C - V_D = -I_4R_4;$$
$$V_B - V_C = I_2R_2; \qquad V_C - V_A = -I_3R_3.$$

Alors l'expression (2.29) peut être recopiée sous la forme :

$$I_1R_1 + I_2R_2 - I_4R_4 - I_3R_3 = 0,$$

c'est-à-dire que la somme algébrique des chutes de tension dans un circuit fermé sans source de courant est nulle :

$$\sum I_iR_i = 0.$$

Considérons à présent un circuit fermé comprenant une source de courant, par exemple ABDCA. Ecrivons de nouveau l'identité évidente :

$$V_A - V_B + V_B - V_D + V_D - V_C + V_C - V_A = 0. \qquad (2.30)$$

En vertu de l'exposé ci-dessus, $V_A - V_B = +I_1R_1$; $V_D - V_C = +I_4R_4$. Soit $V_V < V_D$; alors, $V_B - V_D = -I_5R_5$. Pour déterminer la différence de potentiel entre les pôles de la source $V_C - V_A$, utilisons la définition (2.22) de la force électromotrice . Il vient :

$$V_1 - V_2 = \mathscr{E} - Ir.$$

Il est supposé ici que les charges positives se déplacent dans la source du point de potentiel le plus bas (V_2) au point de potentiel le plus haut (V_1). Comme dans notre cas $V_A > V_C$, on a :

$$V_C - V_A = -(\mathscr{E} - Ir) = -\mathscr{E} + Ir.$$

Substituons dans (2.30) les valeurs trouvées des différences de potentiel :

$$I_1R_1 - I_5R_5 + I_4R_4 - \mathcal{E} + Ir = 0; \quad \sum I_iR_i = \mathcal{E}.$$

Le résultat obtenu signifie que dans un circuit fermé comprenant une source de courant la somme algébrique des chutes de tension est égale à la force électromotrice de la source.

Appliquant le même raisonnement au cas plus général où le circuit comprend plusieurs sources diversement branchées, on déduit le résultat suivant : *la somme algébrique des chutes de tension dans un circuit fermé est égale à la somme algébrique des f.é.m. des sources de courant contenues dans ce circuit* (deuxième loi de Kirchhoff). Appliquant cette règle, il convient de choisir un sens de parcours et d'observer la condition des signes :

1) si les courants I_i circulent dans le sens de parcours, on affecte les produits I_iR_i du signe plus, sinon du signe moins ;

2) si la ligne de parcours va dans la source du pôle négatif au pôle positif, on prendra sa f.é.m. avec le signe plus, sinon avec le signe moins.

Lorsqu'on a à calculer des circuits complexes, seules sont données d'ordinaire les résistances des divers tronçons et les f.é.m. des sources de courant ; les sens et les intensités des courants doivent être déterminés. A cet effet, on se fixe d'abord arbitrairement les sens des courants et on résout le système d'équations :

$$\sum I_i = 0; \qquad \sum I_iR_i = \sum \mathcal{E}_i. \tag{2.31}$$

Si, tous calculs faits, les intensités des courants sont négatives dans certaines branches, cela signifie que ces courants sont de sens contraires à ceux choisis.

§ 12. Travail d'extraction des électrons d'un métal. Différence de potentiel de contact ; phénomènes thermoélectriques

Les électrons libres dans un métal (environ 10^{22} à 10^{23} électrons par cm^3) peuvent être assimilés, grosso modo, à un gaz emprisonné dans ce métal. Le rôle de « parois » est joué ici par la couche superficielle du métal ; les forces agissant sur les électrons de cette couche sont dirigées à l'intérieur du métal. On a représenté sur la fig. III. 34 le réseau ionique d'un métal, constitué d'ions positifs solidement liés les uns aux autres. Tant que l'électron (*a*) se trouve à l'intérieur du métal, les forces avec lesquelles il est sollicité par les ions positifs sont dirigées dans toutes les directions et s'équilibrent en moyenne. Mais si un électron (*b*) se retrouve en dehors du métal, les forces avec lesquelles il est sollicité par les ions positifs sont toutes dirigées vers l'intérieur du métal. Cependant, il faut aussi tenir compte des forces de répulsion entre l'électron donné et les autres électrons se trouvant

à l'intérieur du métal et dans la couche frontière. Primo, remarquons que pour un électron (*a*) se trouvant au voisinage de la surface dans le métal (fig. III. 34) la résultante des forces attractives des ions, qui n'est pas nulle, est dirigée à l'intérieur du métal, car il y a plus d'ions de ce côté. Il s'ensuit que la concentration des électrons dans la couche frontière du métal est un tant soit peu plus petite qu'en profondeur. Secundo, les électrons (*b*) échappés de la surface du métal réduisent aussi cette concentration par leur action répulsive. Dans ces conditions, les forces avec lesquelles les électrons superficiels repoussent l'électron (*b*) ne peuvent neutraliser les forces d'attraction des ions positifs. Ceci étant, il apparaît au voisinage de la couche superficielle du métal un champ électrique dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ (nul à l'intérieur du métal) croît dans cette couche jusqu'à une certaine valeur $\boldsymbol{E}_0$, puis décroît jusqu'à 0 à de grandes distances du corps (fig. III. 34). Cela signifie également qu'il existe dans la couche superficielle du métal une barrière de potentiel, dont le graphique $U=U(x)$, normalement à la surface, a été représenté sur la fig. III. 34 ; on a posé alors que l'énergie potentielle des électrons aux grandes distances du métal est nulle, et que c'est une grandeur négative, égale à U_0, à l'intérieur du métal.

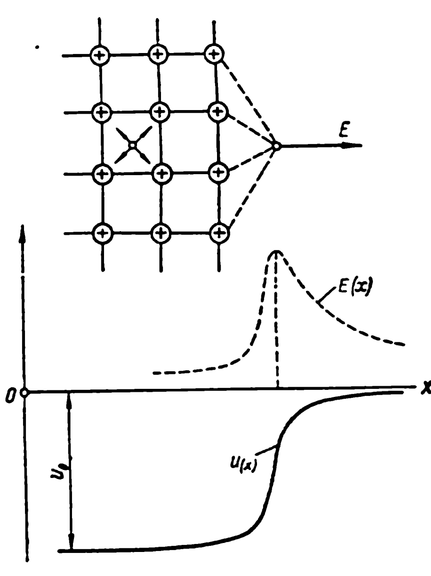


Fig. III. 34.

Pour qu'un électron puisse vaincre les forces d'attraction du réseau ionique du métal, c'est-à-dire traverser la barrière de potentiel dans la couche superficielle et s'échapper, il faut dépenser une certaine quantité d'énergie. L'énergie cinétique maximum que possède l'électron dans le métal ne suffit pas pour cela. Aussi, pour vaincre la barrière de potentiel U_0 faut-il appliquer à l'électron une force extérieure, ou bien encore lui communiquer, d'une manière ou d'une autre, une quantité d'énergie supplémentaire. Le travail dépensé pour libérer un électron du métal, dit travail d'extraction, est une des caractéristiques fondamentales du métal ; il est lié au champ électrique dans la couche superficielle :

$$A=\int_0^\infty eE(x)\,dx\,; \qquad \int_0^\infty E(x)\,dx=\frac{A}{e}, \qquad (2.32)$$

l'intégration (sur une trajectoire quelconque) devant s'effectuer à partir d'un point pris à l'intérieur du métal jusqu'à un point suffisamment éloigné de sa surface. Pour la surface propre du tungstène, ce travail est égal à 4,5 *eV*. Pour les autres métaux, il varie entre 1,8 et 5,3 *eV*. Si la couche superficielle contient des inclusions, le travail d'extraction est moindre ; ainsi, recouvrant la surface du tungstène d'une fine couche de césium, on réduit le travail d'extraction à 1,36 *eV*.

A l'état d'équilibre, une certaine quantité d'électrons participant au mouvement thermique désordonné quittent chaque seconde la surface du métal mais, sous l'action des forces mentionnées ci-dessus, sont de nouveau captés par le métal. Ces électrons forment au voisinage de la surface du métal un nuage électronique dont l'épaisseur et la densité (nombre d'électrons dans l'unité de volume) croissent avec la température.

L'émission (« évaporation ») des électrons de la surface d'un métal peut être obtenue par les procédés suivants :

1) en chauffant le métal à très haute température et augmentant ainsi le nombre d'électrons qui acquièrent de grandes vitesses lors de l'agitation thermique. Doués de grandes énergies cinétiques, ces électrons peuvent vaincre les forces s'opposant à leur évasion du métal (émission thermoélectronique) ;

2) en utilisant un champ électrique intense captant les électrons à la surface du métal. Une telle émission des électrons est dite froide ou autoélectronique ; elle peut avoir lieu aux basses températures ;

3) en irradiant le métal par des rayons lumineux, ultraviolets, et des rayons *X* dont l'énergie est absorbée par les électrons. Les électrons dépensent une partie de l'énergie acquise pour sortir du métal, et l'autre partie est conservée sous forme d'énergie cinétique. Une telle émission des électrons est appelée effet photoélectrique (photoémission) ;

4) en soumettant la surface du métal à un bombardement par des électrons, des ions ou d'autres particules. Si ce bombardement est fait avec des électrons, l'émission consiste en ce que le nombre des électrons qui s'échappent est supérieur à celui des électrons incidents (pour les surfaces propres le rapport varie entre 1,2 et 1,8, et il est de plusieurs dizaines pour les surfaces contenant des incorporations ou recouvertes d'une fine couche d'oxyde) ; ce procédé s'appelle émission secondaire.

Si l'on met en contact la surface d'un métal (*1*) avec la surface d'un autre métal (*2*), des électrons passent d'un métal dans l'autre, l'un des métaux se trouve alors chargé positivement et l'autre négativement. La différence de potentiel qui en résulte est appelée différence de potentiel de contact.

L'apparition de la différence de potentiel de contact est due à deux causes :

1) la différence de travail d'extraction A d'un électron à l'un ou l'autre métal en contact. Alors les forces avec lesquelles les carcasses ioniques des deux métaux sollicitent les électrons dans la couche frontière (dirigées en sens inverses), ne sont pas équilibrées, et des électrons passent d'un métal dans l'autre ;

2) la différence des densités n du gaz électronique dans les métaux, qui provoque la diffusion des électrons du métal où la densité de ce gaz est plus forte dans le métal où la densité est plus faible.

Considérons séparément l'effet de ces causes. Un électron se trouvant dans la zone limite (entre les carcasses ioniques des deux métaux) est sollicité par les champs électriques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ créés par les couches superficielles de chacun des métaux (fig. III. 35) et qui sont dirigés en sens inverses. La somme des vecteurs $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ ne peut s'annuler qu'accidentellement en un point de la couche limite. Vu la complexité de l'expression de ces vecteurs en fonction de la distance (fig. III. 34), leur somme est différente de zéro tout le long de la couche limite, et l'électron se trouvant dans cette zone est sollicité par une force résultante dirigée vers l'un des métaux.

Fig. III. 35.

On a représenté sur la fig. III. 35 les carcasses ioniques de deux métaux *1* et *2* avec différentes densités volumiques des ions. Il est évident que les électrons qui se trouvent dans la région limite sont moins sollicités par le métal *1* que par le métal *2* qui a un réseau ionique plus dense. Le travail d'extraction de l'électron du métal *1* (A_1) est plus petit que le travail d'extraction du métal *2* (A_2). Si $n_1 = n_2$, par suite du mouvement thermique, les deux métaux envoient dans la couche limite (par unité de temps et par unité de surface) le même nombre d'électrons N. La plus grande partie de ces $2N$ électrons sont attirés par le métal *2*. Par conséquent, le métal *1* reçoit moins d'électrons de la couche limite qu'il n'en envoie lui-même, le métal *2* en reçoit plus ; le premier se charge positivement, le second négativement. Il en résulte l'apparition dans la zone limite d'un champ électrique extérieur $\mathbf{E}$ dirigé du métal positivement chargé vers le métal chargé négativement ; ce champ s'oppose au passage des électrons d'un métal dans l'autre. Par conséquent, avec le temps interviendra un état d'équilibre où le nombre d'électrons traversant la couche frontière sera le même dans les deux sens. Il est évident qu'alors les électrons de la zone frontière ne sont pas sollicités par des forces unilatérales, c'est-à-dire que la somme des vecteurs $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, et $\mathbf{E}$ doit être nulle : $\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E} = 0$. Comme $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ sont dirigés en sens inverses, on a

$$E = E_1 - E_2.$$

Multiplions les deux membres de cette égalité par le déplacement élémentaire de l'électron dx et intégrons sur une courbe quelconque passant d'un métal dans l'autre. L'intégrale $\int_1^2 E dx$ est égale à la différence de potentiel entre les métaux ; c'est évidemment une différence de potentiel de contact ; elle est due à la différence des travaux d'extraction, aussi la désignera-t-on $(V_1-V_2)_A$. Les intégrales $\int_1^2 E_1 dx$ et $\int_1^2 E_2 dx$ sont, en vertu de (2.32), égales aux rapports correspondants des travaux d'extraction A_1 et A_2 à la charge de l'électron. Par conséquent :

$$(V_1-V_2)_A = -\frac{A_1-A_2}{e},$$

le signe «moins» provenant du signe de la charge de l'électron.

Considérons maintenant la différence de potentiel de contact due à la deuxième cause — à la différence des densités du gaz électronique dans les métaux. Supposons que le travail d'extraction soit le même pour les deux métaux ($A_1=A_2$), mais que les nombres d'électrons libres dans l'unité de volume soient différents ($n_1 \neq n_2$). Pour simplifier le raisonnement, supposons que les champs électriques $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ créés par les couches superficielles s'équilibrent mutuellement en tout point de la zone limite, c'est-à-dire que partout $\boldsymbol{E}_1=-\boldsymbol{E}_2$ et donc que les électrons peuvent passer à loisir d'un métal dans l'autre. Puisque $n_1 \neq n_2$, les métaux envoient à chaque seconde dans la zone limite différentes quantités d'électrons N_1 et N_2. Comme on n'a pas encore dans cette zone de forces unilatérales, une moitié des électrons N_1+N_2 seront attirés par un métal et l'autre moitié par l'autre métal. Par conséquent, N_1 électrons s'échappent à chaque seconde du premier métal et $1/2\,(N_1+N_2)$ électrons y retournent ; la différence entre ces nombres détermine le défaut ou l'excès d'électrons dans le métal donné, c'est-à-dire sa charge positive ou négative. Le second métal acquiert la charge contraire. Il en résulte l'apparition d'un champ électrique $\Delta \boldsymbol{E}$ dirigé du métal chargé positivement vers le métal chargé négativement, qui, avec le temps, arrête la diffusion des électrons d'un métal dans l'autre.

Ainsi donc, lorsque $n_1 \neq n_2$, il apparaît dans la zone limite un champ électrique de contact $\Delta \boldsymbol{E}$ s'opposant à l'égalisation des densités du gaz électronique dans le métal. Dans cette zone, la densité du gaz électronique doit varier de n_1 dans un métal à n_2 dans l'autre métal. Par analogie avec la variation de la densité du gaz dans le champ d'attraction terrestre (cf. formule barométrique), on peut écrire :

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{\Delta A}{kT}},$$

où ΔA (égal dans la formule barométrique au travail d'ascension d'une molécule de gaz à la hauteur H) est ici le travail de déplacement de

l'électron à travers la zone limite, égal à $e(V_1-V_2)_n$, où V_1 et V_2 sont les potentiels des métaux une fois établi l'état d'équilibre. Alors,

$$\Delta A = e\,(V_1-V_2)_n = kT \ln \frac{n_1}{n_2};$$

$$(V_1-V_2)_n = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}$$

(k étant la constante de Boltzmann, T la température absolue des métaux).

Si les deux causes de différence de potentiel de contact coexistent, on a

$$V_1-V_2 = -\frac{A_1-A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}. \qquad (2.33)$$

Le champ électrique extérieur $\boldsymbol{E}$ créé entre les métaux par suite de l'accumulation dans ces derniers de charges excédentaires est constitué des champs électriques intérieurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$, existant dans la couche superficielle de chacun des métaux. $\boldsymbol{E}$ croît avec le temps, mais, à l'état d'équilibre la somme $\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$ n'est pas nulle, sinon il y aurait passage unilatéral d'électrons du métal de forte densité du gaz électronique dans l'autre métal. Aussi l'équilibre n'intervient que si la somme des vecteurs $\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{E}$ a une résultante $\Delta\boldsymbol{E}$, suffisante pour arrêter la diffusion des électrons due à ce que $n_1 \neq n_2$. Ainsi, à l'équilibre il n'existe dans la zone limite entre les métaux qu'un champ électrique de contact $\Delta\boldsymbol{E}$ dû au second terme de la formule (2.33) ; la différence de potentiel correspondant à ce champ est :

$$(V_1-V_2)_n = \int_1^2 \Delta E\, dx = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2}.$$

Les mesures montrent que, pour des métaux purs, les valeurs des différences de potentiel de contact vont de quelques dixièmes de volts à plusieurs volts, la plus grande partie de cette différence de potentiel étant due à la différence de travaux d'extraction.

On peut aussi obtenir une différence de potentiel de contact en joignant non pas des conducteurs chimiquement différents, mais aussi des conducteurs identiques ; il suffit pour cela qu'ils diffèrent d'un quelconque des indices dont dépendent les travaux d'extraction ou les densités des électrons libres. On observe ainsi une différence de potentiel quand on met en contact deux conducteurs identiques différemment chauffés ou différemment déformés (comprimés ou tendus), ou qui ont des incorporations en diverses concentrations, etc., et aussi lorsqu'il y a une différence de température le long d'un conducteur.

Considérons un système de conducteurs de différentes matières formant un circuit fermé (fig. III. 36). Si les conducteurs sont des

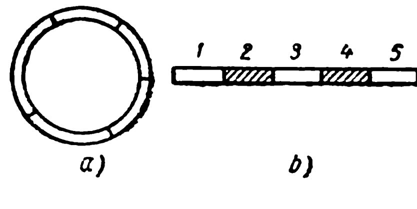


Fig. III. 36.

métaux (il n'y a alors aucun changement chimique au contact) et si la température est partout la même dans ces conducteurs, on a alors la loi de Volta : dans un circuit fermé de conducteurs invariables à la même température les différences de potentiel de contact ne peuvent donner naissance à un courant électrique ; dans un circuit ouvert, la différence de potentiel entre les conducteurs extrêmes n'est déterminée que par la substance de ces conducteurs et ne dépend pas de la substance des corps intermédiaires (elle serait exactement la même si l'on mettait directement en contact les deux conducteurs extrêmes).

La loi de Volta est un corollaire (ou une confirmation) de la loi de conservation de l'énergie : s'il naissait un courant électrique dans un circuit fermé de conducteurs absolument invariables, on pourrait obtenir au moyen d'un tel système une quantité illimitée d'énergie électrique sans dépenser d'autres formes d'énergie. La loi de Volta peut être aussi déduite de la formule (2.33). Faisons la somme des différences de potentiel obtenues entre chaque couple de métaux en contact :

$$V_1-V_2=-\frac{A_1-A_2}{e}+\frac{kT}{e}\ln\frac{n_1}{n_2},$$

$$V_2-V_3=-\frac{A_2-A_3}{e}+\frac{kT}{e}\ln\frac{n_2}{n_3},$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$V_{n-1}-V_n=-\frac{A_{n-1}-A_n}{e}+\frac{kT}{e}\ln\frac{n_{n-1}}{n_n}.$$

Après réduction des termes semblables $\left(A_1-A_2+A_2-A_3+\ldots-\right.$ $-A_n=A_1-A_n$; $\left.\ln\frac{n_1}{n_2}+\ln\frac{n_2}{n_3}+\ldots+\ln\frac{n_{n-1}}{n_n}=\ln\frac{n_1}{n_n}\right)$ on obtient le même résultat que si l'on avait seulement les deux conducteurs extrêmes :

$$V_1-V_n=-\frac{A_1-A_n}{e}+\frac{kT}{e}\ln\frac{n_1}{n_n}.$$

Notamment, si les conducteurs extrêmes sont parfaitement identiques, on a $A_1=A_n$, $n_1=n_n$ et $V_1-V_n=0$. Par conséquent, si l'on ferme un tel circuit constitué de différents métaux, la somme des différences de potentiel de contact sera nulle, et on n'aura pas de courant électrique dans le circuit.

Dans ces raisonnements, il est très essentiel que la température du système soit constante. Lorsqu'il y a des différences de température, on a dans le circuit fermé un courant électrique. Considérons

un système de deux métaux différents dont les contacts (soudures) sont portés à diverses températures (fig. III. 37). Alors la différence de potentiel V_1-V_2 qui apparaît à l'endroit du contact porté à la température T_1 est autre que la différence de potentiel $V'_2-V'_1$ au contact dont la température est T_2. Si l'on suppose pour simplifier que les travaux d'extraction A_1 et A_2 et les densités des électrons n_1 et n_2 ne varient pas avec la température, la différence de potentiel totale entre les points B et C (pour le circuit ouvert) sera égale à

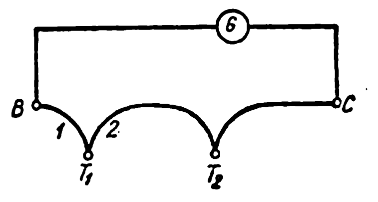


Fig. III. 37.

$$V_B-V_C=(V_1-V_2)+(V'_2-V'_1)=\left(-\frac{A_1-A_2}{e}+\frac{kT_1}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}\right)+$$
$$+\left(-\frac{A_2-A_1}{e}+\frac{kT_2}{e}\ln\frac{n_2}{n_1}\right)=(T_1-T_2)\frac{k}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}=\alpha(T_1-T_2).$$

Cette différence de potentiel est une force électromotrice, dite force électromotrice de température, et le système représenté sur la fig. III. 37 un thermoélément (ou une pile thermoélectrique). Il est évident que si l'on connaît pour les deux métaux donnés la constante α de la f.é.m. de température,

$$\mathscr{E}=\alpha(T_1-T_2), \tag{2.34}$$

mesurant $\mathscr{E}$ et connaissant la température d'une des soudures, par exemple T_1, on peut déterminer la température T_2 du milieu où se trouve l'autre soudure. On utilise cette propriété pour mesurer de très hautes et très basses températures, ainsi que pour mesurer la température dans des endroits où les thermomètres à mercure ordinaires ne conviennent pas. La quantité α est de l'ordre de quelques cents millièmes de volt par degré de différence de température. Ainsi, pour un thermoélément fer-constantan $\alpha=5{,}2\cdot10^{-5}$ *volt/degré* ; α ne reste pas constant pour différents intervalles de température. Notons aussi que la mesure de α permet de trouver le rapport des densités du gaz électronique dans les métaux en contact, puisque $\alpha=\frac{k}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}$.

Si l'on fait passer à travers la couche limite entre deux métaux différents en contact un courant électrique, selon le sens du courant, les électrons passant dans cette couche seront ou bien accélérés par le champ de contact ΔE mentionné plus haut, ou bien encore freinés. Dans le premier cas, on dénote dans la couche limite une dissipation de chaleur (ayant reçu de l'énergie cinétique, les électrons cèdent pendant les chocs de l'énergie aux atomes du métal) ; dans le second cas, il y a absorption de chaleur (perdant de la vitesse, les électrons empruntent pendant les chocs aux atomes de l'énergie, le métal se refroidit). Ainsi, si l'on fait passer à travers le thermoélément (fig. III. 37) à

la température $T_1=T_2$ un courant électrique, les températures des contacts commencent à changer, le champ ΔE effectuant un travail positif dans le premier et négatif dans le second. On appelle effet Peltier le dégagement ou l'absorption de chaleur au passage du courant à travers la couche limite, dus au travail du champ électrique de contact ΔE existant dans cette zone ; la quantité de chaleur qui se dégage pendant le temps t à courant constant I est égal à :

$$\Delta Q=(V_1-V_2)_n It=\left(\frac{kT}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}\right)It=\alpha Tq,$$

$(V_1-V_2)_n$ étant, comme on l'a indiqué plus haut, la différence de potentiel due au champ ΔE, $q=It$ la quantité d'électricité passée, et $\alpha=\frac{k}{e}\ln\frac{n_1}{n_2}$ la constante de la f.é.m. de température (il y a également dans la zone limite, quel que soit le sens du courant, dégagement de chaleur d'après la loi de Lenz-Joule : $Q=I^2Rt$, R étant la résistance de cette zone. Lorsque I et R sont petits, cette chaleur peut être moindre que celle de l'éffet Peltier).

Notons que le dégagement ou l'absorption de chaleur dans les contacts ont aussi lieu lorsque le circuit du thermoélément est parcouru non pas par le courant électrique d'une source extérieure, mais par le courant provenant de la f.é.m. de température elle-même (pour $T_1\neq T_2$) ; il y a alors absorption de chaleur dans le contact à haute température et dégagement de chaleur dans le contact à basse température, de sorte que, grâce à l'effet Peltier, la différence de température dans les contacts a tendance à disparaître. Si l'on considère la différence de température des contacts comme une action extérieure sur le thermoélément, l'effet Peltier est la réaction de cet élément.

Un thermoélément, lorsque $T_1\neq T_2$, peut être considéré comme un système physique transformant directement l'énergie thermique en énergie électrique. Soit I l'intensité du courant dans le circuit du thermoélément. Le travail effectué par la f.é.m. de température ε (2.34) pendant le temps t est :

$$W=\mathcal{E}It=\alpha(T_1-T_2)q.$$

Or $\alpha T_1q=Q_1$ est la chaleur absorbée (effet Peltier) par le contact à haute température, et $\alpha T_2q=Q_2$ la chaleur dégagée dans le contact à basse température ; leur différence se transforme en énergie électrique. Ceci étant, le rendement du thermoélément s'écrit :

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}.$$

Ainsi, en pleine conformité avec la deuxième loi de la thermodynamique, un thermoélément emprunte de la chaleur Q_1 à un corps de haute température, restitue une certaine quantité de chaleur Q_2 à un corps de basse température et transforme la différence Q_1-Q_2 en une autre forme d'énergie. Toutefois, dans le cas d'un thermoélé-

ment constitué de métaux, la plus grande partie de la chaleur passe du contact chaud au contact froid par thermoconductibilité, et la quantité d'énergie thermique transformée en énergie électrique représente, même pour une grande différence de température des contacts, une fraction infime (moins d'un pour-cent) de la chaleur totale passant du contact chaud au contact froid. Si, selon A. Ioffé, on fait usage de matériaux semi-conducteurs de faible coductibilité thermique, le rendement d'une machine thermo-électrique peut approcher de sa valeur idéale.

Seuls ont été envisagés plus haut les conducteurs métalliques (conducteurs de *première espèce*) chez qui l'apparition d'une différence de potentiel de contact et le passage du courant électrique ne sont pas accompagnés de changements chimiques. Cependant, on découvre également une différence de potentiel de contact dans n'importe quel système de conducteurs, voire même les électrolytes (conducteurs de seconde espèce), où l'excitation d'une différence de potentiel et le passage du courant électrique sont accompagnés de réactions chimiques (éléments galvaniques, accumulateurs). Contrairement aux conducteurs métalliques, dans un système contenant des électrolytes les charges (électrons, ions) sont sollicitées par des forces particulières de nature « chimique ». Grâce à l'existence de ces forces, il y a dans un système fermé de conducteurs contenant des électrolytes transport unilatéral continu de charges, c'est-à-dire un courant électrique.

§ 13. Emission thermoélectronique. Courant électrique dans le vide. Lampe électronique et son application

L'intensité de l'émission thermoélectronique, c'est-à-dire le nombre d'électrons « s'evaporant » de la surface de métaux chauffés dans l'unité de temps dépend principalement de la température du métal et du travail d'extraction des électrons. Lorsque la température croît, le nombre d'électrons dont l'énergie cinétique de mouvement thermique est supérieure au travail d'extraction croît aussi. On peut augmenter le nombre d'électrons s'évaporant en réduisant le travail d'extraction des électrons ; on y arrive par un traitement spécial de la surface du métal et incorporation de corps modifiant la structure du réseau ionique, ou en recouvrant la surface des métaux d'une fine couche d'une autre matière réduisant le travail d'extraction.

On utilise l'émission thermoélectronique pour obtenir des *flux* d'électrons de différentes intensités, que l'on fait ensuite converger sur différentes cibles. Ainsi, dans les tubes à rayons X, des flux d'électrons fortement accélérés vont bombarder des métaux, qui émettent alors des rayons X. Dans les microscopes électroniques, les flux d'électrons servent à l'« éclairement » des objets étudiés ; ils donnent sur l'écran du microscope une « image électronique » de l'objet. Un

flux d'électrons dans le vide est une variété du courant électrique. Un tel *courant électrique dans le vide* peut être obtenu en pompant minutieusement l'air contenu dans une enceinte (en y faisant un vide de l'ordre de 10^{-6} *mm* de mercure) et en y plaçant une *cathode* chauffée, qui est la source d'électrons, et une *anode*, créant un champ électrique communiquant aux électrons une vitesse orientée.

Considérons le schéma (fig. III. 38), où l'on peut faire varier la température de la cathode, (en faisant varier le courant de chauffage I_c) et le champ électrique E au voisinage de la cathode (en faisant varier la différence de potentiel V_a entre l'anode et la cathode). Tant que la température de la cathode est petite, la plupart des électrons

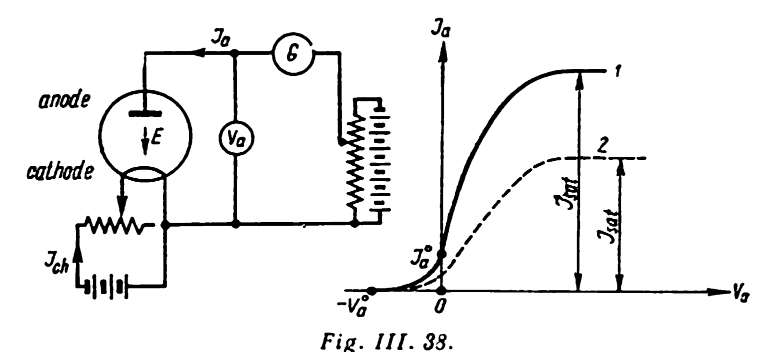


Fig. III. 38.

échappés de sa surface y retournent. Seuls vont à l'anode les électrons qui, étant animés de vitesses suffisantes, s'éloignent de la surface de la cathode à une distance telle que la force électrique $F=eE$ y est plus grande que la force d'attraction des électrons par la cathode. En faisant croître le courant de chauffage I_c, c'est-à-dire la température de la cathode, le nombre de ces électrons augmente. Le flux d'électrons de la cathode à l'anode est entretenu par une source extérieure appliquant une différence de potentiel V_a ; mesurant le courant *anodique* I_a, on peut établir le lien entre le courant d'émission dans une lampe (égale à I_a) et la température de la cathode.

Supposons maintenant que la température de la cathode soit constante, que seule varie la tension anodique V_a, et donc le champ E à la surface de la cathode. Pour de petites valeurs de V_a et E, alors que la force eE sollicitant les électrons est petite, seul un nombre insignifiant d'électrons peuvent s'échapper du nuage électronique entourant la cathode : ce sont les électrons qui se sont le plus éloignés de la cathode. Au fur et à mesure que l'on fait croître E, le nombre d'électrons s'échappant de ce nuage croît également. Enfin, pour de très grandes valeurs de V_a et E, presque tous les électrons ayant quitté la cathode sont captés par l'anode. Le *courant maximum* d'émission thermoélectronique pour une température donnée de la cathode est appelé *courant de saturation*.

On a représenté sur la fig. III. 38. la dépendance entre le courant anodique I_a et la tension anodique V_a pour deux températures de la cathode : le trait plein correspond à une haute température et le trait pointillé à une température moindre. Aux très hautes températures et lorsque l'anode et la cathode sont rapprochées, il peut aussi exister un courant anodique I_a^0 lorsque $V_a=0$; cela signifie qu'il existe un certain nombre d'électrons dont l'énergie de mouvement thermique est suffisante pour qu'ils puissent s'échapper et atteindre l'anode *sans l'intervention* d'un champ extérieur. Pour arrêter ce mouvement des électrons, il faut appliquer à la lampe un *champ* inverse, c'est-à-dire porter l'anode à un potentiel négatif et la cathode à un potentiel positif V_a^0.

Avant qu'il y ait saturation, la dépendance entre l'intensité du courant dans la lampe et la différence de potentiel entre l'anode et la cathode s'exprime par la formule de Bogouslavski-Langmuir :

$$I_a = B \cdot V_a^{3/2} , \tag{2.35}$$

où B dépend de la forme, des dimensions et de la disposition relative de la cathode et de l'anode, ainsi que de la température de la cathode. Lorsqu'il y a saturation, on prend habituellement en considération non pas l'intensité du courant I_s, mais la densité du courant de saturation, c'est-à-dire $i_s = \frac{I_s}{S}$, S étant la surface de la cathode émettant les électrons. La densité du courant de saturation ne dépend plus de V_a et est donnée par la formule de Richardson :

$$i_s = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}} ,$$

où B est une constante (théoriquement la même pour tous les métaux purs), T la température absolue de la cathode, A le travail d'extraction des électrons à la cathode, k la constante de Boltzmann.

Pour le tungstène pur $B = 60 \frac{\text{ampère}}{\text{cm}^2 \cdot \text{degré}^2}$; le travail d'extraction est $A=4{,}5\ eV$, donc à $T=1000^\circ$ K la densité du courant de saturation est de $1{,}3 \cdot 10^{-15} \frac{\text{ampère}}{\text{cm}^2}$, et à $T=3000^\circ$ K d'environ $11 \frac{\text{ampère}}{\text{cm}^2}$. Cet exemple montre à quelle vitesse croît l'émission thermoélectronique lorsqu'on fait croître la température de la cathode.

Les lampes électroniques ou cathodiques où le courant va de la cathode chauffée à l'anode sont très utilisées en radioélectricité et dans les dispositifs de contrôle automatique de différents processus. Ces lampes servent :

1) au redressement des courants alternatifs,

2) à l'amplification de faibles oscillations de courants ou de tensions,

3) à la génération d'oscillations électromagnétiques.

Le redressement des courants alternatifs se fait avec des lampes à deux électrodes (diodes, kenotrons). Lorsqu'on intercale un kenotron dans un circuit parcouru par un courant sinusoïdal comme sur la fig. III. 39, *a*, il passe dans l'appareil R consommant de l'énergie électrique un courant pulsé, dont le graphique a été représenté à côté ; on a indiqué en pointillé le courant inverse filtré par le kenotron. Ainsi, le courant passe dans R dans un seul sens mais avec des intervalles d'une demi-période.

Le schéma représenté sur la fig. III. 39, *b* est plus pratique. Pendant une demi-période le courant passe dans le sens AK_1DB (les

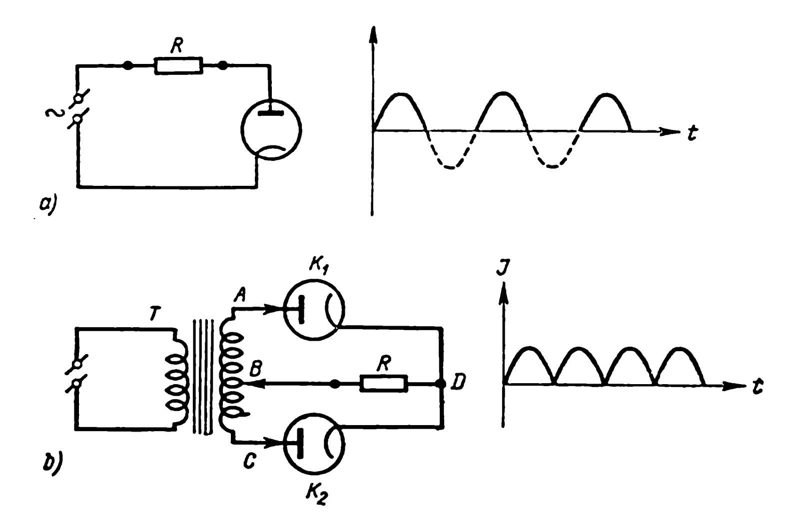


Fig. III. 39.

électrons se meuvent dans le sens contraire), pendant la demi-période suivante il passe dans le sens CK_2DB. Pendant les deux demi-périodes le courant passe dans l'appareil consommateur R dans le même sens. Ici B est le point moyen de l'enroulement secondaire du transformateur T ; en choisissant convenablement le nombre de spires de ce transformateur, on peut, en même temps que le redressement, élever ou abaisser la tension.

L'amplification de faibles oscillations de courants et de potentiels se fait à l'aide de lampes électroniques où l' on a intercalé entre la cathode et l'anode une troisième électrode appelée *grille*. Le schéma de principe du branchement d'une telle lampe, dite *triode*, en tant qu'amplificateur a été représenté sur la fig. III. 40.

Une tension alternative V_g crée entre la grille et la cathode un champ électrique E_g dirigé tantôt de la grille à la cathode, tantôt de la cathode à la grille. Dans le premier cas, le champ E_g capte les électrons échappés de la cathode et leur imprime une vitesse supplé-

mentaire en direction de l'anode. Dans le second cas E_g refoule les électrons vers la cathode ; pour de grandes valeurs de E_g ou V_g, le flux d'électrons de la cathode à l'anode est complètement coupé : la lampe est « bloquée » par la grille.

Ainsi, en fonction de la grandeur et du signe de V_g (c'est-à-dire de la grandeur et de la direction du champ E_g) varie le courant « anodique » I_a passant dans la lampe. Il convient de remarquer que pour V_g alternative le courant anodique I_a est pulsé, c'est-à-dire ne passe que dans un sens, et seule son intensité varie. L'amplification de la lampe consiste en ce que la différence de potentiel aux bornes de la

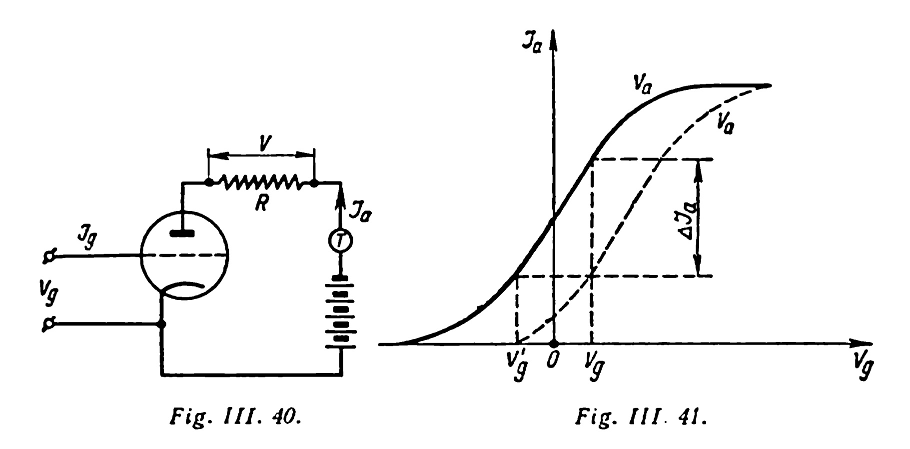


Fig. III. 40. *Fig. III. 41.*

résistance R : $I_a R = V_a$, est beaucoup plus grande que les différences de potentiel V_g appliquées entre la cathode et la grille.

On a montré sur la fig. III. 41 la dépendance entre le courant anodique I_a et la différence de potentiel entre la cathode et la grille V_g, appelée *caractéristique de grille* de la lampe ; on a représenté en pointillé cette même dépendance pour une valeur moindre de la tension anodique $V'_a < V_a$. Ainsi, si à V_g constante on augmente la tension anodique de $\Delta V_a = V_a - V'_a$, le courant anodique varie de ΔI_a ; on peut obtenir un tel accroissement du courant anodique si l'on porte la valeur de la tension de grille de V'_g à V_g, c'est-à-dire si on l'accroît de $\Delta V_g = V_g - V'_g$.

Le rapport $\mu_g = \frac{\Delta V_a}{\Delta V_g}$ est appelé facteur statique d'amplification de la lampe. Alors la différence de potentiel aux extrémités de la résistance R varie de $\Delta V = R \cdot \Delta I_a$. Le rapport

$$\mu_d = \frac{\Delta V}{\Delta V_g}$$

est appelé facteur dynamique d'amplification.

§ 14. Courant électrique dans les gaz

Supposons que le gaz étudié soit enfermé dans une enceinte C avec deux électrodes, auxquelles on applique une différence de potentiel V. On peut faire varier le champ électrique E entre les électrodes en faisant glisser le curseur D d'un potentiomètre P branché sur une batterie B (fig. III. 42). S'il n'y a pas dans le gaz de charges libres (ions positifs ou négatifs ou électrons), il n'y aura pas de courant dans le circuit du galvanomètre. Remarquons qu'il y aura toujours dans le gaz un certain nombre de charges, le gaz s'ionisant aussi bien lors des chocs thermiques inévitables des molécules que sous l'action de différentes radiations, notamment de matières radioactives qui existent toujours autour de nous, bien qu'en quantités négligeables. Toutefois, en même temps que le processus *d'ionisation*, il y a dans le gaz un processus inverse de *recombinaison*, c'est-à-dire d'union des ions en molécules neutres. A l'état d'équilibre du gaz ces deux processus se compensent : le nombre des molécules ionisées à chaque seconde est égal au nombre des molécules neutres formées par les ions pendant ce même laps de temps.

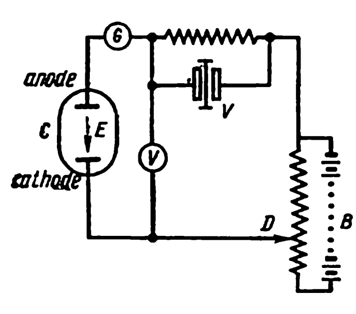


Fig. III. 42.

Si le gaz n'est pas soumis à une action *ionisante* extérieure, la concentration naturelle des ions y est très faible et on ne décèle pratiquement pas de courant. On peut susciter un courant électrique notable dans le gaz (dit *décharge*) si : 1) en agissant avec un ionisant on dissocie continuellement des molécules neutres du gaz en ions et, par là-même, on augmente notablement la concentration des charges libres dans le gaz. On y arrive en irradiant le gaz avec un faisceau intense de particules rapides (électrons et autres), des rayons ultraviolets, des rayons X, des rayons de matières radioactives, ainsi qu'en élevant la température du gaz pour augmenter l'intensité de l'ionisation lors des chocs thermiques. Dans ce cas le courant dans les gaz disparaît en même temps que l'action ionisante extérieure ; 2) on applique une *différence de potentiel suffisamment grande* pour que les ions existant dans les gaz, qui s'accélèrent dans le champ électrique, acquièrent suffisamment d'énergie pour ioniser les molécules neutres pendant les chocs. Dans ce cas, chaque ion donne naissance pendant un choc à deux ou plusieurs ions ; ces ions, à leur tour, sont accélérés dans le champ et disloquent les molécules neutres en ions. Ainsi, le nombre d'ions dans le gaz croît rapidement et il devient conducteur.

Il convient de distinguer deux espèces de chocs entre particules, notamment entre ions, électrons et molécules neutres. Pendant les

premiers, les particules ne subissent aucun changement interne, il y a seulement échange de leurs énergies cinétiques. De tels chocs sont dits *élastiques* ; la somme des énergies cinétiques des particules avant et après le choc reste constante.

Au cours des chocs de l'autre espèce, *inélastiques*, la structure des atomes et des molécules change ; il y a passage de l'énergie cinétique des particules qui s'entrechoquent en énergie potentielle d'interaction des parties constituantes de ces atomes et molécules : des noyaux et des électrons satellites. C'est ce qu'on appelle *l'excitation* des atomes et des molécules. Lors du retour inverse à l'état normal l'énergie absorbée est restituée sous forme d'énergie de radiation. Enfin, il peut y avoir également à l'issue de chocs inélastiques changement de la constitution des atomes et des molécules ; en particulier, une molécule neutre peut être scindée en deux ions, ou bien un électron peut être arraché à son atome, etc. Ainsi, l'ionisation des gaz due aux chocs entre particules résulte de chocs *inélastiques*.

L'arrachement d'électrons à la surface d'une cathode bombardée par des ions positifs peut avoir une importance notable pour la conductivité des gaz dans certaines conditions (notamment lorsque la pression du gaz dans l'enceinte est petite). Chaque ion incident peut arracher à la cathode plusieurs électrons selon l'énergie acquise dans le champ électrique et le travail d'extraction de l'électron à la cathode.

Les électrons libérés de la cathode et qui sont captés par le champ électrique peuvent, dans leur course vers l'anode, provoquer l'ionisation du gaz ; en outre, ce flux d'ensemble des électrons constitue une certaine partie (parfois notable) du courant total traversant le gaz.

Si le courant passant dans le gaz est faible et ne peut être détecté par un galvanomètre G, on a alors recours à des méthodes indirectes. Notamment, comme on l'a montré sur la fig. III. 42, on intercale en série avec le tube contenant le gaz une résistance R de l'ordre de plusieurs dizaines et de centaines de millions d'ohms. Il apparaît aux bornes de cette résistance une différence de potentiel $V=IR$, que l'on peut mesurer, par exemple, avec un voltmètre à lampes V qui ne circuite pas les bornes de cette résistance. Alors, connaissant R et mesurant V, on peut calculer l'intensité du courant dans le gaz I. Par exemple, si $V=0{,}01$ *volt*, $R=10^7$ *ohms*, on a $I=\frac{0{,}01}{10^7}=10^{-9}$ *ampère*.

Pour calculer l'intensité du courant dans un gaz, supposons qu'il y ait dans l'unité de volume du gaz n_+ ions positifs portant les charges q_+ et n_- ions négatifs avec les charges q_- ; les nombres n_+ et n_- peuvent être différents l'un de l'autre, mais l'on doit avoir $n_+q_+=n_-q_-$. Etant donné que le mouvement des charges positives dans un sens et celui des charges négatives dans le sens opposé représen-

tent un courant d'un seul et même sens, en vertu de la formule (2.2), l'intensité du courant dans le gaz est égal à :

$$I = q_+ n_+ v_+ S + q_- n_- v_- S, \tag{2.36}$$

où v_+ et v_- sont les vitesses d'ensemble des ions correspondants dans le gaz et S la surface de la section traversée par les ions. Cette surface peut varier pour différentes sections de l'enceinte contenant le gaz ; considérons la densité de courant $i = \frac{I}{S}$.

$$i = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-. \tag{2.37}$$

Le mouvement des ions à travers le gaz se fait avec perte d'énergie pendant les chocs, cette perte étant continuellement compensée par le travail du champ électrique lorsque le mouvement des ions est établi. On peut évaluer la résistance éprouvée par les ions lors de leur mouvement ordonné dans le gaz si l'on introduit les « forces de frottement » F_+ et F_-, proportionnelles aux vitesses des ions correspondants :

$$F_+ = k_+ v_+ ; \qquad F_- = k_- v_-,$$

k_+ et k_- étant les coefficients de frottement des ions positifs et négatifs (les dimensions et la configuration des ions de charges contraires peuvent être notablement différentes). Lorsque le mouvement des ions est permanent, ces forces de frottement doivent être équilibrées par les forces électrostatiques $q_+ E$ et $q_- E$, par conséquent :

$$k_+ v_+ = q_+ E ; \qquad v_+ = \frac{q_+}{k_+} E = v_+^0 E ; \tag{2.38}$$

$$k_- v_- = q_- E ; \qquad v_- = \frac{q_-}{k_-} E = v_-^0 E.$$

Les quantités

$$v_+^0 = \frac{q_+}{k_+} = \frac{v_+}{E} ; \qquad v_-^0 = \frac{q_-}{k_-} = \frac{v_-}{E} \tag{2.39}$$

sont appelées les *mobilités des ions* ; elles sont numériquement égales aux vitesses du mouvement permanent des ions lorsque la valeur du champ E est égale à l'unité. Substituant (2.38) dans (2.37), on obtient pour la densité du courant :

$$i = \left(\frac{q_+^2}{k_+} n_+ + \frac{q_-^2}{k_-} n_- \right) E = (q_+ n_+ v_+^0 + q_- n_- v_-^0) E = \sigma E.$$

Par conséquent, le coefficient de conductivité des gaz

$$\sigma = q_+^2 \frac{n_+}{k_+} + q_-^2 \frac{n_-}{k_-} = q_+ n_+ v_+^0 + q_- n_- v_-^0. \tag{2.40}$$

dépend de la concentration des ions et de leurs mobilités (ou des coefficients de frottement).

Lors du passage d'un courant électrique dans un gaz, des ions peuvent s'évanouir, premièrement, par *recombinaison*, qui a lieu quand des ions de différentes parités se heurtent accidentellement et, se combinant, donnent des molécules neutres ; deuxièmement, par *neutralisation* pendant leurs impacts sur les électrodes contrairement chargées. Le premier processus — la recombinaison — peut être considéré comme proportionnel à la concentration des ions aussi bien positifs que négatifs, c'est-à-dire au produit n_+n_- ; alors le nombre d'ions de même parité s'évanouissant à chaque seconde dans l'unité de volume par recombinaisons peut être mis sous la forme :

$$\Delta n'_+ = \gamma_+ n_+ n_- ; \qquad \Delta n'_- = \gamma_- n_+ n_-,$$

où $\gamma_\pm$ sont certains coefficients dépendant de la substance du gaz — de la pression, de la température, etc., ainsi que de la structure de l'ion.

Le second processus — la neutralisation des ions sur les électrodes — est proportionnel à l'intensité du courant à travers le gaz I. Supposons qu'il se neutralise dans l'unité de temps — $\Delta N''$ ions positifs et négatifs, avec $\Delta N'' \sim I$. Dans l'unité de volume du gaz

$$\Delta n'' = \frac{\Delta N''}{V} \sim \frac{I}{V},$$

où V est le volume du gaz. Si l'on pose $V = Sl$, où S est la section et l la longueur du récipient contenant le gaz, on a : $\frac{I}{V} = \frac{I}{Sl} = \frac{i}{l}$ (i étant la densité du courant). A l'état d'équilibre, le nombre d'ions $\Delta n_\pm$ formés dans l'unité de volume du gaz pendant l'unité de temps doit être compensé par la disparition d'ions de signes correspondants par recombinaison et neutralisation aux électrodes :

$$\Delta n_\pm = \Delta n'_\pm + \Delta n''_\pm .$$

Lorsque l'intensité de l'ionisant extérieur est constante, ces nombres ne varient pas. Si, en outre, l'intensité ou la densité du courant à travers le gaz est très petite, on pourra négliger la quantité $\Delta n''_\pm$ par rapport à $\Delta n'_\pm$. Il résulte alors de la constance de $\Delta n_\pm \approx \Delta n'_\pm = \gamma_\pm n_+ n_-$ celle de n_+ et n_-. Dans ces conditions, la conductivité σ dans la formule (2.40) est une grandeur constante (elle ne varie pas lorsque l'intensité du courant dans le gaz croît ou décroît), et alors la formule $i = \sigma E$ coïncide avec *la loi d'Ohm* (2.6). Par conséquent, lorsque les courants dans les gaz sont faibles, il y a proportionnalité entre l'intensité du courant et la tension appliquée.

Lorsque les courants sont très intenses, au contraire, on peut négliger la recombinaison ($\Delta n'$) par rapport à la neutralisation des ions sur les électrodes ($\Delta n''$). Alors, $\Delta n_\pm \approx \Delta n''_\pm$ pour différentes valeurs de la tension appliquée au gaz. L'intensité du courant étant proportionnelle à $\Delta n''$, elle est aussi proportionnelle à Δn. Par con-

séquent, sous la condition indiquée ci-dessus, l'intensité (et donc la densité du courant) ne dépend pas de la différence de potentiel appliquée au gaz, mais seulement du nombre d'ions $N_{\pm} = \Delta n_{\pm} V$ formés pendant l'unité de temps dans tout le volume du gaz, c'est-à-dire de l'intensité de l'agent ionisant extérieur. Ce courant maximum dans le gaz (qu'on ne peut plus faire croître en augmentant la différence de potentiel) est dit *courant de saturation.*

Dans certains cas la conductivité des gaz résulte principalement du mouvement des électrons. Aux grandes différences de potentiel les ions positifs sont fortement accélérés dans le champ électrique, et heurtant la cathode lui arrachent des électrons. Il est essentiel qu'un « ion lourd » puisse arracher à la cathode plusieurs, voire même un grand nombre d'électrons. Lorsque les densités du courant dans un gaz sont très grandes, les chocs des ions positifs peuvent fortement échauffer la cathode et, par voie de conséquence, provoquer une émission thermoélectronique intense. En outre, le champ électrique à la surface de la cathode peut être si intense qu'il capte presque tous les électrons sortis de la cathode et les lance vers l'anode. Dans leur mouvement accéléré vers l'anode tous ces électrons peuvent exciter des atomes et les *ioniser.* Les ions positifs ainsi formés atteignant la cathode lui arrachent de nouveau des électrons et ainsi de suite. Dans ces conditions, la fraction de l'intensité du courant due au mouvement ordonné des électrons peut représenter une très importante partie de l'intensité du courant, c'est-à-dire que le courant dans le gaz est conditionné essentiellement par le mouvement des électrons de la cathode vers l'anode. Quant au mouvement des ions positifs, il représente une petite fraction du courant, mais leurs chocs contre la cathode jouent un rôle essentiel.

Les atomes de gaz excités (par exemple pendant les chocs avec les électrons) *rayonnent* de la lumière quand ils retournent à l'état normal ; c'est ce qui explique la luminescence des gaz traversés par des décharges. Le caractère de cette luminescence (effluve, étincelle, arc) dépend principalement de la densité (de la pression) du gaz et de la grandeur de la différence de potentiel appliquée ; le spectre de luminescence dépend de la nature chimique du gaz parcouru par le courant.

Le passage du courant électrique dans des gaz *raréfiés* présente plusieurs particularités. Pour des vides très poussés, c'est-à-dire lorsque le nombre de particules dans l'unité de volume n_0 est très petit, le libre parcours des particules (des molécules ou des ions)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n_0}$$

(σ étant le diamètre efficace de la particule) est de l'ordre des dimensions de l'enceinte. Alors le nombre de chocs des particules *entre elles* est bien plus petit que celui des chocs de ces particules contre les parois. Dans ces conditions, les processus d'ionisation et de re-

combinaison dans l'enceinte ne jouent pas un rôle tant soit peu important. Pour qu'un tel gaz devienne conducteur, il faut introduire d'une manière ou d'une autre les charges libres dans l'espace entre les électrodes. On y arrive, notamment, grâce à l'émission thermoélectronique, chauffant par un courant électrique l'électrode reliée au pôle négatif de la batterie (la cathode). Dans ce cas le courant à travers le gaz est presque exclusivement électronique. Avec l'augmentation de la pression (de la densité) du gaz croît le rôle de l'ionisation résultant des chocs entre les atomes neutres, les ions et les électrons.

Le caractère de la décharge dans les gaz est déterminé par leur composition, la pression et la température, la tension appliquée, la forme, les dimensions, la disposition relative et la substance des électrodes. On distingue les diverses espèces de décharges :

1) décharge obscure; l'intensité du courant dans le gaz est très faible. Il n'y a pas luminescence, la décharge est silencieuse ;

2) effluve, c'est le passage d'un courant dans un gaz raréfié sous une tension élevée (pression du gaz de l'ordre de 1 *mm* de mercure, tension de plusieurs centaines de volts). La conductivité est due principalement au mouvement des électrons et des ions positifs arrachant des électrons à la cathode. Elle est accompagnée d'une luminescence caractéristique (froide) : on peut définir des régions où des électrons sont accélérés par le champ et des régions où ces électrons entrent en collision inélastique avec les atomes du gaz, les excitent et ionisent. Les tubes luminescents remplis d'hélium, de néon, de krypton et d'autres gaz émettent des rayonnements de différentes couleurs ;

3) arc ; il est caractérisé par de grandes densités de courant (plusieurs milliers d'ampères par mm^2), des tensions relativement petites (plusieurs dizaines de volts), une forte luminescence et une température élevée (3000 à 6000°). Le courant électrique est ici représenté par le mouvement d'électrons lancés de la cathode incandescente et par des ions formés pendant les chocs thermiques. L'arc est utilisé pour le soudage, l'éclairage (bougie de Yablotchkov, lampes à arcs, projecteurs), l'obtention de hautes températures, etc. ;

4) étincelle ; c'est la rupture électrique d'un gaz lorsqu'il se forme une avalanche fugitive d'ions. Il faut à cet effet appliquer au gaz une tension suffisamment élevée pour obtenir l'ionisation par chocs ;

5) effet couronne : courants électriques très faibles dans les gaz sous la pression atmosphérique dus à un champ excessivement non uniforme et intense ; on l'observe notamment au voisinage de pointes, de fils fins de haute tension, etc. On observe une faible luminescence au voisinage des électrodes.

Un gaz contenant un grand nombre d'ions positifs et négatifs, ainsi que des électrons libres, est appelé *plasma*. On peut obtenir un plasma

en faisant passer un courant électrique à travers un gaz. Par suite des chocs des ions et des électrons (accélérés par le champ électrique) contre les atomes neutres du gaz, il y a ionisation continuelle du gaz ; lorsque le courant dans le gaz est intense, la concentration des ions et des électrons peut y être considérable. Un tel plasma est un mélange d'atomes neutres, d'ions et d'électrons ; son existence est entretenue par le courant dans le gaz. Si on annule le champ électrique appliqué, les particules du gaz portant des charges de signes contraires se recombinent et l'état plasmique du gaz disparaît.

On peut obtenir un plasma en chauffant une substance quelconque à très haute température (au-dessus de 10 000°C). Dans ces conditions, la substance se trouve à l'état gazeux et, par suite des chocs thermiques, presque tous les atomes se transforment en ions ; la concentration des atomes neutres est très faible. Au fur et à mesure que la température du plasma croît, les électrons périphériques désertent l'atome, puis, à des températures de l'ordre de plusieurs millions de degrés, tous les atomes ont perdu leurs couches électroniques. Dans cet état le plasma est un mélange de noyaux atomiques positivement chargés et d'électrons négativement chargés. La reconstitution d'atomes neutres par suite du choc de noyaux et d'électrons est, à ces températures, d'une probabilité illusoire.

L'énergie cinétique moyenne du mouvement thermique des constituants du plasma diffère suivant le constituant. Les électrons possèdent le plus d'énergie, celle des ions et des atomes neutres est moindre. Ayant recours à la relation entre l'énergie cinétique moyenne d'une particule et la température du gaz :

$$\left(\frac{mv^2}{2}\right)_{moy} = \frac{3}{2} kT,$$

on peut affirmer que les diverses composantes du plasma ont différentes températures. Soient : $T_{él}$ la température du gaz électronique dans le plasma, T_i la température du gaz ionique, et T_0 celle du gaz des atomes neutres. Les énergies étant très différentes, la « température électronique » $T_{él}$ est bien plus grande que la « température ionique » T_i et la « température atomique » T_0 ; de sorte que

$$T_{él} \gg T_i > T_0.$$

Dans les tubes à décharge et dans l'arc électrique, la température électronique (qui atteint plusieurs dizaines de milliers de degrés) dépasse de 2 à 10 fois les températures ionique et atomique. Toutefois, par des procédés spéciaux donnant plasma fortement ionisé, on peut réaliser $T_i > T_{él}$. La fuite des électrons au travers des parois du récipient contenant le plasma a une grande importance. A cause d'elle, il peut se faire que la charge positive totale des ions du plasma soit supérieure à la charge négative totale des électrons. Le plasma d'abord (globalement) neutre peut prendre une charge positive.

Le plasma possède un certain nombre d'importantes propriétés ;

c'est un bon conducteur de courant électrique, il interagit fortement avec les champs électrique et magnétique, est doué de propriétés magnétiques, etc. Une attention toute particulière est accordée ces derniers temps à l'étude du plasma (cf. quatrième partie, § 33).

§ 15. Courant électrique dans les liquides. Lois de Faraday

La conductivité des liquides (électrolytes) est due à la présence d'ions positifs et négatifs résultant de la *dissociation électrolytique* aussi bien des molécules du liquide que des molécules de la matière dissoute, s'il y en a. On appelle degré ou *coefficient* de dissociation le rapport du nombre de molécules n scindées en ions au nombre total N de molécules neutres dans le volume considéré du liquide (nous nous bornerons par la suite à l'unité de volume du liquide) :

$$\alpha = \frac{n}{N}.$$

Le coefficient α dépend de la substance du liquide et de sa température, et pour les matières dissoutes, encore de la concentration de la solution (pour les solutions, il convient de distinguer le coefficient de dissociation du liquide proprement dit et de la matière dissoute ; d'ordinaire, le premier coefficient est bien plus petit que le second, et on néglige la dissociation des molécules du solvant). Le degré de dissociation croît lorsque la température croît et lorsque la concentration de la matière dissoute décroît. Dans les solutions très diluées $\alpha \approx 1$.

Le nombre de molécules Δn dissociées en ions dans l'unité de temps est proportionnel au nombre restant de molécules neutres, égal à $N - n = M - \alpha N = N(1 - \alpha)$; désignant le coefficient de proportionnalité par β, on peut écrire :

$$\Delta n = \beta N (1 - \alpha).$$

La quantité β est appelée *coefficient d'ionisation* ; il dépend également de la matière et de la température.

Supposons que dans l'unité de volume du liquide les n molécules dont il a été question ci-dessus se soient dissociées en n_+ ions positifs et n_- ions négatifs. Ces nombres peuvent être différents ; ainsi une molécule de H_2SO_4 se scinde en deux ions positifs H^+ et un ion négatif SO_4^{--}. Désignons les charges des ions par $q_\pm$, leur valence par $z_\pm$, et le charge élémentaire, comme avant, par e ; alors $q_+ = z_+ e$, $q_- = z_- e$. Les charges totales des ions devant être égales, on a $n_+ q_+ = n_- q_-$ donc $n_+ z_+ e = n_- z_- e$. Les nombres d'ions n_+ et n_- sont proportionnels au nombre de molécules dissociées n, c'est-à-dire à αN.

A part *l'ionisation*, il s'opère encore dans le liquide un processus inverse de recombinaison. L'intensité de ce processus inverse, c'est-à-

dire le nombre $\Delta n'$ des molécules neutres formées dans l'unité de temps avec les ions, est proportionnelle aussi bien à n_+ qu'à n_-, c'est-à-dire à leur produit :

$$\Delta n' = \gamma n_+ n_-,$$

où γ est un coefficient de recombinaison. Habituellement, pour faciliter le raisonnement, on considère le cas le plus simple où $n_+ = n_- = n$ et alors $\Delta n' = \gamma(\alpha N)^2$. Lorsqu'il se forme $\Delta n'$ molécules neutres, il disparaît $\Delta n'_+$ ions positifs et $\Delta n'_-$ ions négatifs. Il est évident que $\Delta n'_\pm = \frac{\Delta n'}{Z_\pm}$. Si le liquide n'est pas traversé par un courant électrique, la recombinaison est le seul processus pendant lequel des ions disparaissent ; à l'état d'équilibre doit être observée la condition $\Delta n' = \Delta n$, et alors

$$\gamma_0 (\alpha N)^2 = \beta N (1 - \alpha); \qquad \frac{1-\alpha}{\alpha^2} = \frac{\gamma_0}{\beta} N.$$

Toutefois, si le liquide est traversé par un courant électrique, la disparition d'ions a lieu non seulement dans le liquide par suite de la recombinaison, mais encore sur les électrodes lorsque des ions de charges contraires viennent s'y neutraliser. Si l'intensité du courant dans le liquide est égale à I, il se neutralise dans l'unité de temps sur les électrodes $\Delta n''_+ = \frac{I}{q_+} = \frac{I}{z_+ e}$ ions positifs et $\Delta n''_- = \frac{I}{q_-} = \frac{I}{z_- e}$ ions négatifs. Lorsque le régime du courant est permanent, on doit avoir évidemment l'égalité du nombre des ions formés et de celui des ions disparus dans l'unité de temps

$$\Delta n_\pm = \Delta n'_\pm + \Delta n''_\pm .$$

Substituant dans la formule (2.37) les valeurs des charges $q_\pm = z_\pm e$ et remplaçant $n_\pm z_\pm = n = \alpha N$, on obtient pour la densité du courant l'expression suivante

$$i = \alpha N e (v_+ + v_-).$$

Introduisons les mobilités des ions $v^0_\pm = \frac{v_\pm}{E}$ au moyen des relations (2.38) et posons $\eta = \frac{N}{N_0}$, où N_0 est le nombre d'Avogadro (nombre de molécules dans un *k-mole* de matière) ; η indique le nombre de *k-moles* de matière dans l'unité de volume, où il y a N molécules. En outre, $N_0 e = F$ est le nombre de Faraday ($F \approx 96{,}5 \cdot 10^6$ coulombs par *k-mole*) ; alors :

$$i = \alpha \frac{N}{N_0} N_0 e (v^0_+ + v^0_-) E = \alpha \eta F (v^0_+ + v^0_-) E = \gamma E. \qquad (2.41)$$

Le rapport

$$\frac{\gamma}{\eta} = A = \alpha F (v^0_+ + v^0_-) \qquad (2.42)$$

est appelé conductivité équivalente c'est-à-dire la conductivité par unité de concentration η. L'augmentation de la conductivité du liquide avec l'élévation de la température s'explique par l'accroissement du coefficient de dissociation α et, en outre, par l'augmentation de la mobilité des ions. Les mobilités des ions dépendent de la composition et de la structure de ces ions, du solvant et de la température ; pour les ions d'acide sulfurique à 18° C la somme des mobilités est d'environ 0,004 $\frac{cm^2}{s \cdot volt}$.

Supposons que des ions d'un certain signe soient neutralisés au contact d'une électrode et s'y déposent. Déterminons la quantité de matière se déposant sur cette électrode dans l'unité de temps. Le nombre d'ions neutralisés dans l'unité de temps est $\Delta \dot{n}_{\pm} = \frac{I}{z_{\pm} e}$; désignons la masse d'un ion par m ; alors la quantité de matière se déposant à chaque seconde est :

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = m \cdot \Delta \dot{n}_{\pm} = \frac{mI}{z_{\pm} e} .$$

Multiplions et divisons cette expression par le nombre d'Avogadro N_0 et notons que $mN_0 = A$ est le poids atomique de l'ion, et $eN_0 = F$, le nombre de Faraday. Alors l'expression

$$\Delta M = \frac{1}{F} \frac{A}{z} I \Delta t \qquad (2.43)$$

réunit les deux lois de Faraday pour l'électrolyse.

Les applications de l'électrolyse sont : obtention d'un certain nombre de métaux importants et de sels dissous (zinc, cuivre, aluminium, magnésium, potassium, sodium, etc.) ; recouvrement d'articles métalliques d'une fine couche de matière anticorrosives : chrome, nickel, aluminium, argent ; recouvrement de tôles de fer d'une couche de zinc, obtention de métaux très purs, fabrication de clichés d'imprimerie, polissage électrolytique des surfaces de différentes pièces (par exemple des ailettes de turbines à vapeur) ; fabrication de tubes (de cuivre) sans soudage, coupage des métaux, (coupage anodo-mécanique d'alliages très durs au moyen de disques tournants de cuivre ou fer mouillés par un électrolyte spécial).

§ 16. Semi-conducteurs et leurs applications

Les semi-conducteurs sont des corps solides cristallins, dont la conductivité σ dépend considérablement de la température, du champ électrique à l'intérieur, de la présence de corps étrangers, de l'intensité d'irradiation, de la pression extérieure, etc. Particulièrement caractéristique est la dépendance entre σ et la température :

$$\sigma = \sigma_0 e^{-b/T}, \qquad (2.44)$$

b étant une quantité dépendant de la substance. La conductivité électrique des métaux dépend faiblement de la température et elle

décroît lorsque la température croît (de 0,3% et moins par 1°C) ; chez les semi-conducteurs, σ croît rapidement avec la température selon la loi exponentielle (2.44) — de 5 à 6% par degré. Aux hautes températures les semi-conducteurs s'apparentent aux métaux quant à la conductivité électrique, et sont de bons isolants aux basses températures.

Un trait distinctif important des semi-conducteurs est aussi que la conductivité dépend notablement du champ électrique E qui y crée le courant. Chez les métaux σ ne dépend pas de E, et, en vertu de la loi différentielle d'Ohm ($i = \sigma E$), la densité du courant i est en raison du champ électrique. Chez les semi-conducteurs, une telle dépendance n'existe que jusqu'à une certaine valeur critique (E_{crit}) du champ ; lorsque $E > E_{crit}$, la loi d'Ohm n'est plus observée. La dépendance entre i et E chez beaucoup de semi-conducteurs purs a l'allure donnée sur la fig. III.43, E_{crit} étant de l'ordre de 10^4 V/cm. Chez d'autres semi-conducteurs, les écarts à la loi d'Ohm se manifestent pour des valeurs moindres de E_{crit} (10^2 à 10^3 V/cm) et peuvent avoir un caractère plus complexe.

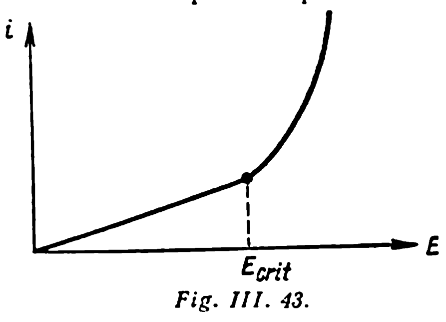


Fig. III. 43.

Les propriétés des semi-conducteurs dépendent considérablement de leur pureté chimique. Chez les métaux, les impuretés *réduisent* la conductivité ; chez les semi-conducteurs, une quantité insignifiante d'impuretés *augmente* considérablement la conductivité. Ainsi, la conductivité du germanium s'accroît notablement lorsqu'on y fait varier la concentration de l'indium de un millionième de pourcent ; de sorte que l'inclusion de 1% d'impuretés peut accroître σ de plusieurs millions de fois.

La conductivité de beaucoup de semi-conducteurs est considérablement accrue sous l'action de rayonnements X, ultraviolets, lumineux et autres, et dépend de l'intensité du rayonnement absorbé ; une telle dépendance n'est pas observée chez les métaux.

Pour expliquer ces propriétés ainsi que d'autres propriétés des semi-conducteurs, il faut avoir des renseignements détaillés sur la structure des corps solides, le caractère des processus qui s'y déroulent au passage du courant électrique, lorsqu'on les soumet à différentes influences ou qu'on leur incorpore des impuretés, etc. Dans ce qui suit, nous nous sommes bornés à donner un exposé schématique de nos conceptions fondamentales sur le « mécanisme » de la conductivité dans les semi-conducteurs.

Dans un corps solide le lien entre atomes voisins est réalisé par les électrons de valence qui « cimentent » solidement les atomes. Il est

établi que le lien entre deux atomes est le plus solide lorsqu'il est réalisé par deux électrons interagissant simultanément avec les deux atomes (liaison de valence ou bi-électronique). Ainsi, la molécule d'hydrogène diatomique révèle une grande solidité grâce à la liaison bi-électronique entre ses atomes ; dans la cellule (tétraèdre) élémentaire du réseau cristallin du germanium chaque atome est lié à ses 4 atomes voisins par 8 électrons : 4 électrons sont pris à sa couche de valence et 4 électrons aux couches des atomes voisins, etc. On convient de dire que les électrons « occupent les liens » entre les atomes. Ainsi, il faut pour la solidité d'un corps solide un nombre déterminé d'électrons réalisant les liens entre les atomes. Ce nombre dépend de la structure cristalline de la substance. Si un corps dispose d'un plus grand nombre d'électrons de valence qu'il n'en faut pour « occuper les liens » entre les atomes, les électrons en excès sont faiblement liés aux atomes, c'est-à-dire sont presque libres. Au contraire, lorsque les électrons sont en défaut, les liens entre les atomes sont « vacants ». Illustrons ceci par l'exemple du réseau cristallin du germanium ; supposons qu'un atome de germanium ait été remplacé par un atome d'une autre substance dont la couche de valence possède non pas 4 mais 5 électrons (arsenic). Alors, des 5 électrons 4 sont utilisés pour le lien solide avec les 4 atomes voisins de germanium, et le cinquième électron, qui est libre, est faiblement lié aux atomes. Mais si un atome du réseau cristallin du germanium est remplacé par un atome d'une autre substance possédant 3 électrons de valence (indium), il manquera un électron pour réaliser la liaison bi-électronique de cet atome avec les 4 atomes voisins du germanium : dans ce cas une « ligne de liaison » est vacante.

Nous considérions jusqu'à présent qu'une substance était douée de conductivité lorsqu'elle avait des électrons libres (ou presque libres), très faiblement liés aux atomes du réseau. Toutefois, on peut montrer que la conductivité peut être aussi réalisée en l'absence d'électrons libres (au moyen d'électrons liés), dès que :

1) il y a dans la substance des lignes de liaison vacantes ;

2) la température de la substance est suffisamment élevée.

Sur la fig. III.44 on a représenté par des grands cercles 5 atomes quadrivalents de germanium et un atome trivalent (d'incorporation) d'indium reliés par des électrons (les liens latéraux entre atomes n'ont pas été réprésentés). On a alors un lien vacant (fig. III.44, *a*). Vu le mouvement thermique, il se peut qu'un électron se trouvant dans la ligne de liaison voisine vienne occuper cette place vacante (représentée par un petit carré). Alors, les liaisons de l'atome d'indium d'incorporation sont occupées, mais il apparaît une place vacante dans les liaisons de l'atome voisin de germanium (fig. III.44,*b*). En l'absence de champ électrique extérieur, seule existant l'agitation thermique, les passages des électrons des liaisons occupées aux liaisons vacantes sont tout à fait chaotiques. Mais en présence d'un champ électrique extérieur, le passage des électrons des liaisons

occupées aux liaisons vacantes est plus fréquent dans le sens de la force électrique extérieure qui les sollicite que le passage dans le sens inverse (dans lequel le champ électrique freine le mouvement des électrons). Ainsi, grâce à l'existence de liaisons vacantes entre atomes, le champ électrique extérieur, aidé de l'agitation thermique, ordonne le mouvement des électrons liés dans le sens inverse au champ. La liaison vacante elle-même, qui est appelée « trou » ou « lacune », se déplace dans le sens du champ, comme se déplaceraient des particules chargées positives.

La conductivité résultant du mouvement des électrons libres est appelée *conductivité* (ou conduction) *électronique*, et celle résul-

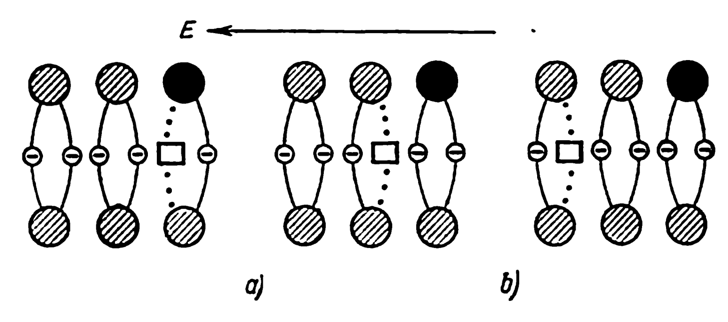


Fig. III. 44.

tant du mouvement des électrons liés (c'est-à-dire du mouvement des liaisons vacantes ou lacunes) — *conductivité lacunaire.*

Les liaisons vacantes (lacunes) peuvent être obtenues non seulement au moyen d'impuretés, c'est-à-dire par substitution aux atomes de la substance donnée d'atomes d'une autre substance ayant un nombre inférieur d'électrons de valence, mais aussi par irradiation, ou sous l'action d'une agitation thermique intense pouvant disloquer les liaisons entre atomes voisins. Il se forme alors *simultanément* un électron libre et une lacune. Au fur et à mesure qu'augmente leur concentration dans la substance, il y a aussi recombinaison, c'est-à-dire occupation des liaisons vacantes par les électrons libres. Il existe à chaque température un état d'équilibre déterminé entre les processus opposés de désertion et d'occupation des liaisons ; le nombre d'électrons libres et le nombre de liaisons vacantes dans l'unité de volume de germanium à la température normale sont de l'ordre de 10^{13} $1/cm^3$.

Ainsi donc, électrons libres et liaisons vacantes existent dans les semi-conducteurs purs à n'importe quelle température ; leur concentration croît en même temps que la température. La conductivité due aux électrons libres et aux lacunes formés en égales quantités lors de l'agitation thermique des atomes est dite intrinsèque.

Les impuretés dont l'incorporation dans les semi-conducteurs entraînent l'augmentation du nombre des électrons libres sont appelées *des donneurs* ; les impuretés augmentant la concentration des lacunes sont appelées *accepteurs*. Si la conductivité des semi-conducteurs est due essentiellement aux électrons libres, on dit qu'ils sont de type n ; pour ces derniers, la conductivité lacunaire n'est pas fondamentale. Les semi-conducteurs dont les principaux « porteurs de courant » sont les lacunes, et les conducteurs auxiliaires — les électrons libres, sont dits de type p.

Il y a dans tout semi-conducteur des électrons libres et des lacunes. Désignons par n_e et n_l les nombres d'électrons et de lacunes dans l'unité de volume de la substance, et par v_e^0 et v_l^0 leurs mobilités ; la conductivité du semi-conducteur est égale à :

$$\sigma = n_e e v_e^0 + n_l e v_l^0.$$

Dans le cas de la conductivité intrinsèque (dans une substance chimiquement pure) $n_e = n_l$; en présence d'impuretés ces nombres peuvent être distincts. Par exemple, pour le germanium contenant de l'arsenic $n_e > n_l$, et contenant de l'indium $n_e < n_l$. Les mobilités des électrons et des lacunes dépendent de la structure du réseau cristallin (elles sont plus petites pour les réseaux ioniques que pour les réseaux atomiques), ainsi que de la température ; dans une substance donnée $v_e^0 \neq v_l^0$ (pour la plupart des semi-conducteurs $v_e^0 > v_l^0$; par exemple, pour le germanium à $t = 20°C$, $v_e^0 = 0{,}26$ à $0{,}39$, $v_l^0 = 0{,}19$ $m^2/V\ s$. La variation de σ sous l'action de divers facteurs physiques (température, champ électrique, rayonnement, pression, etc.) est due à ce que n_e, n_l, v_e^0 et v_l^0 varient sous l'action de ces facteurs.

Considérons les phénomènes se produisant à l'endroit du contact de deux semi-conducteurs de types n et p (fig. III.45). Il est évident que, par suite de l'agitation thermique, il y aura à l'endroit du contact diffusion d'électrons libres et de lacunes dans les deux sens $n \rightarrow p$ et $p \rightarrow n$. Comme la concentration des électrons libres dans le semi-conducteur n est plus grande que dans le semi-conducteur p, pendant cette diffusion le nombre d'électrons passant dans l'unité de temps de n dans p est supérieur à celui des électrons passant dans le sens inverse. Toutefois, les électrons passés dans le semi-conducteur p *n'augmentent pas* la concentration des électrons libres dans ce corps (comme cela avait lieu au contact de deux métaux différents) ; comme

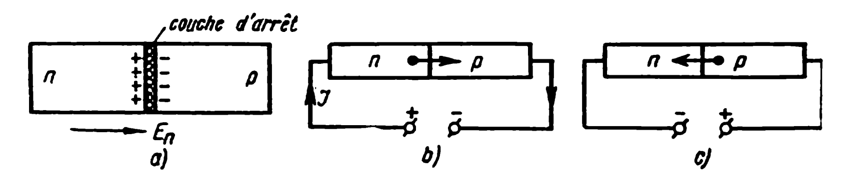


Fig. III. 45.

il y a dans le semi-conducteur p une plus grande concentration de liaisons vacantes, les électrons venus de n occupent une partie des lacunes et se trouvent liés.

Exactement de la même manière, le passage des lacunes de p dans n (c'est-à-dire le passage des électrons liés de n dans p) n'augmente pas la concentration des lacunes dans le semi-conducteur n ; par suite de la recombinaison avec les électrons libres, qui sont en excès dans n, ces lacunes se trouvent immédiatement comblées. Le résultat de ces processus est que le corps n perd des électrons et se charge positivement ; le corps p se charge négativement.

Il se forme à la frontière entre ces deux semi-conducteurs sur une mince couche un champ électrique empêchant la diffusion unilatérale ultérieure dans le sens $n \to p$; la couche dans laquelle s'est formée cette « barrière de potentiel » pour les électrons est appelée couche d'arrêt. Une fois l'équilibre établi, le passage des électrons dans le sens $n \to p$ est compensé par le passage inverse $p \to n$.

Si l'on applique à ces semi-conducteurs un champ électrique, l'équilibre se rompt. On peut relier le pôle + de la source de courant soit à n, soit à p. Dans le premier cas (fig. III.45,*b*), le champ électrique extérieur s'oppose au mouvement des principaux « porteurs de courant » (électrons dans n et lacunes dans p) et favorise le mouvement des « porteurs de courant » auxiliaires, dont la concentration dans les semi-conducteurs n'est pas grande. On peut dire que la source pompe des électrons dans n et les refoule dans p, il en résulte que la concentration des principaux porteurs de courant diminue dans les deux semi-conducteurs et leur résistance croît fortement. Ce sens de courant est dit inverse ou de blocage.

Dans le second cas (fig. III.45,*c*), le champ électrique extérieur favorise le mouvement des principaux porteurs de courant et s'oppose au mouvement des porteurs auxiliaires. On peut dire que le champ extérieur affaiblit la barrière de potentiel entre les semi-conducteurs et, par là-même, intensifie la diffusion des électrons de n dans p, et des lacunes dans le sens inverse. La résistance des semi-conducteurs décroît et le courant devient important. C'est le sens direct du courant.

Ainsi, dans un sens (direct) du courant une diode semi-conductrice a une faible résistance, et une très grande résistance dans le sens

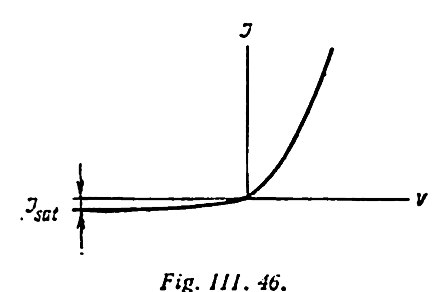


Fig. III. 46.

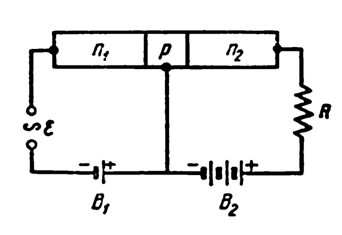


Fig. III. 47.

inverse (de blocage). Cette propriété de la diode peut évidemment servir à redresser le courant. On a représenté sur la fig. III.46 la courbe du courant I dans une diode en fonction de la tension appliquée V (caractéristique tension-courant).

Considérons les propriétés d'une triode semi-conductrice constituée de combinaisons de jonctions $n - p - n$ ou $p - n - p$. On a représenté sur la fig. III.47 le schéma d'intercalation d'une triode destinée à l'obtention aux bornes d'une impédance de sortie R d'oscillations amplifiées de tension alternative ε. Dans la jonction $n_1 - p$ le courant électrique dû à la batterie b_1 passe dans le sens direct (la tension de cette batterie doit être supérieure à ε pour que la jonction $n_1 - p$ ne soit pas bloquée lors de l'inversion du signe de ε). La jonction $p - n_2$ est soumise à la tension inverse (de blocage) de la batterie b_2. Supposons que la tension appliquée à la jonction $n_1 - p$ varie de $\Delta V_e = \Delta\varepsilon$. Alors l'intensité du courant à travers cette jonction I_e varie de ΔI_e. La variation de l'intensité du courant entre les semi-conducteurs n_1 et p est accompagnée de la variation de la concentration des porteurs de courant dans le semi-conducteur p, ce qui entraîne la variation de la résistance dans la jonction $n_2 - p$. Ceci provoque la variation de l'intensité du courant I_c dans le circuit $n_2 - p$ de la quantité ΔI_c, et la chute de tension aux bornes de l'impédance de sortie R varie de $V_c = R \cdot \Delta I_c$. Le rapport $\frac{\Delta I_c}{\Delta I_e}$ dépend de la construction de la triode (par exemple, pour les triodes à surfaces de contact planes ce rapport est équivalent à 1, et pour des contacts ponctuels à 2, 2,5). L'amplification de la tension donnée par une triode est

$$\mu = \frac{\Delta V_c}{\Delta V_e} = \frac{\Delta I_c \cdot R}{\Delta I_e \cdot r}$$

r étant la résistance dans le circuit de tension alternative ε. R et r sont choisies de manière à avoir l'amplification requise. Le semi-conducteur p est appelé base de la triode ; le semi-conducteur n_1 ayant une jonction ouverte avec la base est appelé émetteur et fournit les porteurs de courant à la base ; le semi-conducteur n_2 dont la jonction avec la base est fermée est appelé collecteur. La triode tout entière travaillant comme amplificateur est dite transistor. Les pertes d'énergie dans un transistor sont très faibles par rapport à une lampe électronique (dans laquelle on dépense de l'énergie pour chauffer la cathode).

Le principe des diodes et triodes semi-conductrices a été représenté sur la fig. III.48. Dans une diode à contact par pointe de faible puissance (*a*) un ressort métallique (de tungstène et autre) pointu vient s'appuyer sur la surface spécialement traitée d'un cristal de germanium à conductivité électronique ; un petit volume du cristal, au voisinage du contact, est doué de conductivité lacunaire. Dans une diode à contact par surface (*b*), on a fondu sur une pastille de germanium de l'indium, dont les atomes pénètrent à une faible pro-

fondeur dans le germanium et créent une fine couche à conductivité lacunaire ; le reste de la pastille de germanium a une conductivité électronique. Les triodes semi-conductrices $p - n - p$ portent d'un côté (*b*) ou de deux côtés (*c*) du cristal de germanium (base) des contacts à ressorts ou encore des contacts avec une couche d'indium.

Enumérons les applications les plus importantes des semi-conducteurs :

1) *les diodes et triodes semi-conductrices* prennent la relève des lampes électroniques, étant plus économiques, compactes, simples, sûres, résistantes et d'une grande longévité. Le rendement des redresseurs à sélénium employés en électrotechnique et radio-électricité

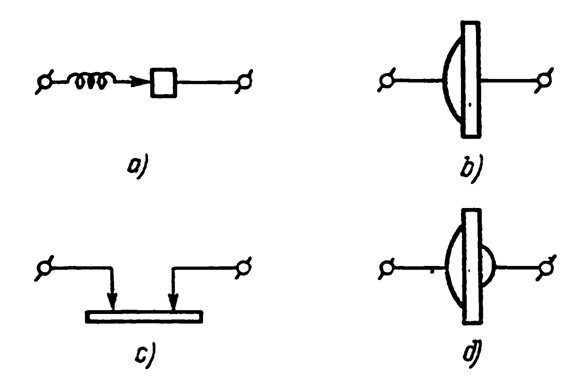


Fig. III. 48.

atteint 70%, ceux des redresseurs à germanium 98%. Il existe des redresseurs travaillant à de hautes températures. Le rendement des triodes semi-conductrices atteint 50% (alors qu'il n'est que de 1% pour les lampes électroniques à vide). Les appareils à semi-conducteurs consomment peu d'énergie et travaillent sous des tensions inférieures à celle des lampes électroniques. Ceci étant, les sources d'alimentation peuvent être de dimensions très réduites. Cette particularité a permis de résoudre une série d'importants problèmes de radio-électricité (création d'émetteurs et de récepteurs miniatures, etc.) ;

2) *les cellules photoconductives*, qui sont des semi-conducteurs (sélénium, sulfures de cadium et plomb, etc.) dont la résistance diminue lorsqu'on les soumet à un rayonnement de lumière, aux rayons ultraviolets, aux rayons X et autres, servent à la mesure de faisceaux lumineux, à l'éclairage, à la reproduction du son enregistré sur film cinématographique ; elles sont employées dans différents dispositifs de contrôle, signalisation, dans les systèmes asservis, etc. Il existe des cellules photoconductives sensibles aux rayons infrarouges ;

3) *les thermistances*, qui sont des semi-conducteurs (mélanges d'oxydes de différents métaux : magnésium, nickel, titane, etc.) dont la résistance dépend considérablement de la température, servent à mesurer la température dans les conditions où les autres procédés sont inapplicables (milieu chimiquement actif, vibrations, nécessité de très petites dimensions du capteur, etc.), à régler automatiquement la température, limiter le courant initial dans les dispositifs de mise en marche, etc. ;

4) *les varistors*, qui sont des semi-conducteurs (carbure de silicium, etc.) dont la résistance dépend considérablement de l'intensité du champ électrique appliqué, servent à protéger les circuits électriques contre les surtensions accidentelles, par exemple contre la foudre ;

5) *dans les fours électriques*, les résistances métalliques, coûteuses et de courte durée de vie, sont remplacées par des tiges de semi-conducteurs réfractaires, permettant le chauffage jusqu'à 1300°C ;

6) *les thermoéléments*, qui sont constitués de deux semi-conducteurs de conductivité de types n et p ont une f.é.m. de température plus élevée. Ils peuvent être employés comme convertisseurs d'énergie thermique directement en énergie électrique (avec un rendement atteignant 10%), ou bien, en utilisant l'effet Peltier, pour la réfrigération (thermoélectrogénérateurs et réfrigérateurs à semi-conducteurs).

Chapitre III

ÉLECTROMAGNÉTISME

§ 17. Champ magnétique

Des charges électriques au repos par rapport à un système de référence choisi n'ont autour d'elles qu'un champ électrique. Mais des charges mobiles, par exemple un flux d'électrons ou d'ions dans un tube à vide, ou le mouvement d'ensemble des électrons dans les conducteurs métalliques, etc., ont, en outre, autour d'elles *un champ magnétique*, décelé, par exemple par son action sur une aiguille aimantée.

Pour faire l'étude expérimentale des champs magnétiques, il faut utiliser une quelconque de leurs actions sur les corps, par exemple :

1) une aiguille aimantée subit l'action d'un moment mécanique, qui est maximum au point donné pour une orientation déterminée de l'aiguille. Dans ce cas, *la direction* Sud-Nord de l'aiguille peut être adoptée comme celle *du champ magnétique* au point donné, et on peut poser que l'intensité du champ est proportionnelle au moment mécanique maximum agissant sur l'aiguille ;

2) une spire de conducteur parcourue par un courant subit également l'action d'un moment mécanique dépendant des dimensions de la spire, de l'intensité du courant et devenant maximum pour une orientation déterminée du plan de la spire au point donné du champ. Trouvant cette orientation, on peut caractériser le champ en un point donné par un vecteur mené selon la normale au plan de la spire et dont la longueur est en raison du moment mécanique maximum agissant sur la spire ;

3) un segment rectiligne de conducteur parcouru par un courant est soumis à une force proportionnelle à la longueur du conducteur, à l'intensité du courant, et cette force dépend en outre de l'orientation du conducteur dans le champ magnétique. Déterminant l'orientation pour laquelle cette force est maximum, on peut caractériser le champ magnétique au point donné par un vecteur proportionnel à cette force.

Par ailleurs, on pourrait se servir de l'influence du champ magnétique sur la résistance de certains métaux (particulièrement sensible

chez le bismuth), sur les dimensions des corps (notable chez le nickel), ou de la déviation des charges électriques se mouvant dans le champ électrique (dans le vide), etc. mais ces procédés d'étude du champ magnétique ne présentent pas d'avantages particuliers sur les précédents. Quel que soit le procédé de mesure du champ magnétique, on doit faire intervenir des « corps d'épreuve » soumis à l'action du champ magnétique et des appareils de mesure enregistrant l'action du champ sur ces corps.

Etudiant un champ, il importe de s'assurer que l'appareil introduit ou le corps d'épreuve n'altèrent pas la grandeur que nous désirons mesurer. Ainsi, lorsqu'on utilise une aiguille aimantée ou une spire parcourue par un courant, leur propre champ magnétique vient s'ajouter au champ étudié et le déforme. Par conséquent, il faut veiller à ce que l'influence des corps d'épreuve sur le champ étudié soit négligeable. Puis l'on s'assurera que les propriétés des corps d'épreuve ne varient pas quand ils sont transportés d'un point à un autre du champ étudié. Par exemple, une aiguille aimantée dans un champ intense peut acquérir une aimantation supplémentaire ou bien la perdre lorsqu'elle est introduite dans un champ faible. Les forces du champ magnétique agissant sur une spire peuvent la déformer différemment selon que le champ est faible ou fort. Un champ magnétique agit, dans telle ou telle mesure, sur tous les corps, et il est difficile d'établir si le corps d'épreuve a varié pendant les mesures. Il importe de noter que lors des mesures deux inconnues entrent en jeu : la caractéristique du champ et le comportement des corps d'épreuve dans ce champ ; l'une d'elles ne peut être déterminée que si l'on connaît l'autre.

Ceci étant, il faut préalablement trouver de telles caractéristiques du champ magnétique qui peuvent être établies avant les mesures. Ces renseignements, comme on le montrera dans ce qui suit, concernent la structure géométrique (topologie) du champ magnétique, et leur connaissance facilite considérablement l'étude expérimentale ultérieure des champs.

§ 18. Vecteur champ magnétique. Loi de Biot-Savart-Laplace. Loi du courant total. Champ magnétique autour d'une charge mobile et des conducteurs parcourus par des courants

Considérons un conducteur rectiligne infiniment long de faible section parcouru par un courant I. Faisons passer par ce conducteur deux plans I et II infinis formant entre eux l'angle $d\alpha$ (fig. III.49). Le champ magnétique autour du conducteur étant doué de symétrie cylindrique, $\frac{d\alpha}{2\pi}$ montre quelle partie du champ total est contenue entre ces plans. On peut poser que le champ tout entier autour du conducteur est proportionnel à l'intensité du courant ;

par conséquent, le champ magnétique entre les plans peut être évalué par la grandeur $dM = I\frac{d\alpha}{2\pi}$. Pour mesurer l'angle $d\alpha$, menons dans un plan perpendiculaire au conducteur une circonférence de rayon a; alors $d\alpha = \frac{dl}{a}$ et $dM = I\frac{d\alpha}{2\pi} = \frac{I}{2\pi a}dl$.

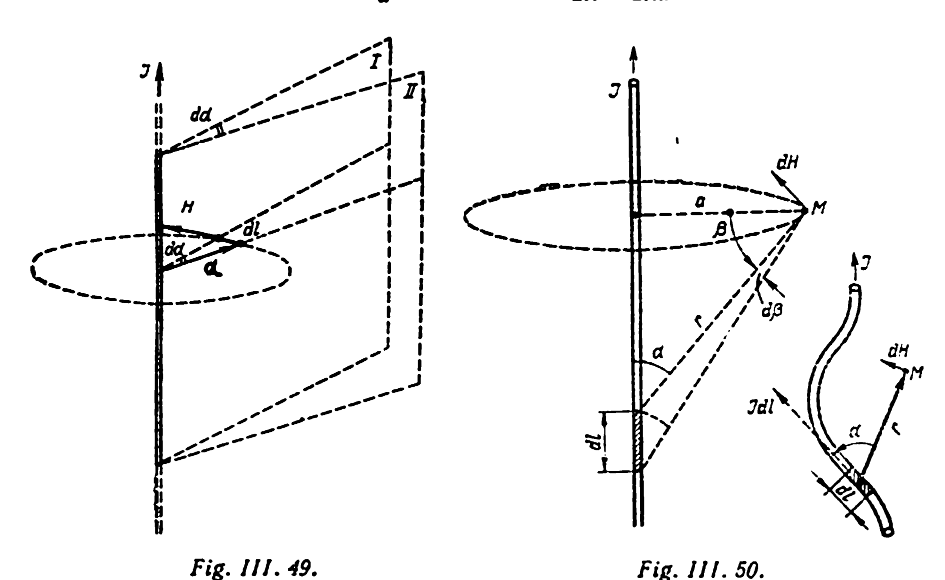


Fig. III.49. *Fig. III.50.*

La grandeur

$$H = \frac{I}{2\pi a} \tag{3.1}$$

peut être considérée comme une caractéristique du champ magnétique à la distance r du conducteur rectiligne infiniment long parcouru par un courant I. Nous l'appellerons intensité du champ magnétique au point donné. On sait que les aiguilles aimantées s'établissent autour d'un conducteur parcouru par un courant tangentiellement à des cercles concentriques. Ceci étant, nous caractériserons le champ magnétique par un vecteur situé dans le plan perpendiculaire au conducteur et dirigé selon « la règle du tire-bouchon » : si l'on visse un tire-bouchon dans le sens du courant, la direction du vecteur $\boldsymbol{H}$ doit coïncider avec le sens de rotation des points en dehors de l'axe (fig. III.49).

Toutefois, la formule établie (3.1) ne caractérise que le champ magnétique autour d'un conducteur rectiligne infiniment long. Mais, en général, un conducteur peut être de forme compliquée, et il nous faut trouver un procédé de calcul du champ valable dans tous les cas. Si, par exemple, ou pouvait établir une formule pour le calcul du

champ dH créé au point donné par un élément de courant infiniment petit Idl à différentes distances et pour différentes orientations de cet élément (fig. III. 50), on pourrait pour un conducteur de forme quelconque faire la somme de tous les vecteurs élémentaires dH et calculer le champ résultant :

$$H=\sum dH$$

ou

$$H=\int dH.$$

Notamment, on peut trouver l'expression de dH pour un conducteur quelconque en partant du conducteur rectiligne infiniment long envisagé ci-dessus, puisqu'il est aussi constitué d'éléments dl faisant tous les angles possibles α avec le rayon vecteur r ; on a :

$$dH=\frac{I\,dl\sin\alpha}{4\pi r^2}, \tag{3.2}$$

le vecteur dH étant orienté d'après la règle du tire-bouchon (c'est-à-dire perpendiculairement au plan contenant l'élément de courant et le rayon vecteur). En effet :

$$\frac{dl\sin\alpha}{r}=d\beta\,; \qquad r=\frac{a}{\cos\beta}\,;$$

$$H=\oint\frac{I\,dl\sin\alpha}{4\pi r^2}=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}\frac{I}{4\pi a}\cos\beta\,d\beta=\frac{I}{2\pi a}\,;$$

ce qui coïncide avec (3.1).

L'affirmation que le calcul du champ magnétique créé en un point quelconque M (fig. III.50) par un élément de courant Idl doit toujours se faire selon la formule (3.2) traduit la loi de Biot-Savart-Laplace.

Lorsqu'on écrit cette loi sous forme vectorielle, on assimile l'élément de courant Idl à un vecteur dirigé dans le sens du courant.

Lorsqu'on calcule le champ magnétique d'après la loi de Biot-Savart-Laplace, on suppose qu'il faut faire au point donné la somme vectorielle des champs créés en ce point par les divers éléments de courant. Si H_1, H_2, ... sont les champs créés séparément au point donné par chaque élément ou circuit de courant en l'absence des autres, l'affirmation que le champ résultant en ce point est égal à

$$H=H_1+H_2+\dots \tag{3.3}$$

traduit *le principe de superposition pour le champ magnétique.* Pour la vérification expérimentale de la loi de Biot-Savart-Laplace et

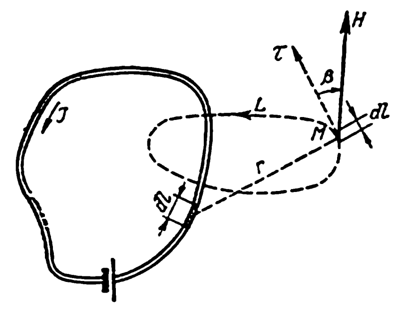


Fig. III. 51.

du principe de superposition, il faut calculer le champ magnétique autour de conducteurs réels de différentes configurations et parcourus par différents courants, puis faire les mesures à l'aide des corps d'épreuve énumérés plus haut.

Signalons une importante conséquence de la loi de Biot-Savart-Laplace facilitant le calcul des champs magnétiques. Envisageons un conducteur de forme quelconque (fig. III.51) parcouru par un courant I. D'après la loi de Biot-Savart-Laplace, on peut calculer le champ magnétique U créé par ce courant au point M :

$$H = \oint \frac{I\, dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \qquad (3.4)$$

Menons dans le champ magnétique une courbe fermée L, que nous partagerons en tronçons élémentaires dl, et formons pour chaque élément le produit Hdl cos β (β étant l'angle entre la direction du champ H et la tangente τ à la courbe) et trouvons la somme de ces produits le long de la courbe L, c'est-à-dire calculons l'intégrale $\oint Hdl$ cos β. Le calcul, que nous ne ferons pas vu sa complexité, donne un résultat très simple :

$$\oint H\, dl \cos \beta = I. \qquad (3.5)$$

Si l'on inverse le courant dans le conducteur, en chaque point du champ le vecteur $\boldsymbol{H}$ change de sens, les cosinus des angles changent de signe et l'intégrale devient négative. Le signe de cette intégrale change également si l'on change le sens de parcours de la courbe L, car les tangentes τ changent de sens. Ceci étant, le sens de parcours et le sens du courant doivent être reliés entre eux par une règle des signes, à savoir : si l'on visse un tire-bouchon dans le sens de parcours de la courbe L, sa progression correspond au sens positif du courant I.

Le résultat obtenu (3.5) ne dépend ni de la forme du contour parcouru par le courant, ni de celle de la courbe fermée L. Si la courbe fermée L embrasse plusieurs conducteurs parcourus par des courants I_1, I_2, ... en vertu du principe de superposition, l'intégrale (3.5) est égale à la somme algébrique de ces courants. Si la courbe L décrit n spires autour d'un même courant I, l'intégrale (3.5) est égale à nI ; enfin, si L n'embrasse aucun courant, l'intégrale (3.5) est nulle,

c'est-à-dire que les courants extérieurs à la courbe L ne participent pas au second membre de la formule (3.5). L'intégrale

$$\oint H\,dl\cos\beta| = \oint \boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}$$

est appelée *circulation* du champ le long de la courbe fermée. L'affirmation que cette circulation est égale à la somme algébrique des intensités des courants embrassés par la courbe :

$$\oint \boldsymbol{H}d\boldsymbol{l} = \sum I_p \qquad (3.6)$$

s'intitule *loi du courant total* ou *théorème de la circulation du champ magnétique*. On peut se servir de cette loi pour le calcul du champ magnétique autour de conducteurs parcourus par des courants, choisissant un contour convenable pour faciliter le calcul ; en particulier, si le parcours a lieu le long d'une ligne de force, tous les $\cos\beta = 1$.

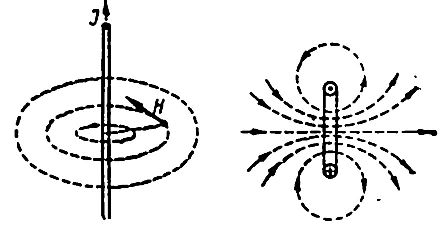


Fig. III. 52.

Un champ magnétique est dit uniforme s'il est identique en tous les points et en grandeur et en direction ; aussi le champ autour d'un conducteur rectiligne parcouru par un courant est-il non uniforme. Lors de la représentation graphique des caractéristiques géométriques du champ magnétique on se sert des *lignes de force*, qui sont tangentes en chaque point au vecteur correspondant du champ. Les lignes de force autour d'un conducteur rectiligne infini parcouru par un courant sont des circonférences concentriques (fig. III.52). On oriente les lignes de force dans le même sens que le champ. Dans un champ uniforme les lignes de force sont des droites parallèles. On est convenu que le nombre de lignes de force passant à travers l'unité de surface perpendiculairement à ces lignes serait numériquement égal à la grandeur H du champ en ce point ; le produit

$$\Delta N = H\,\Delta S\cos\alpha \qquad (3.7)$$

(α étant l'angle entre le vecteur $\boldsymbol{H}$ et la normale à la surface ΔS) est appelé flux du champ à travers la surface ΔS et est égal au nombre de lignes de force menées à travers cette surface.

Indiquons quelques calculs de champ magnétique :

1) champ magnétique d'une charge mobile. En supposant qu'il y ait dans l'élément de courant $I\Delta l$ n électrons doués de vitesse d'ensemble v, trouvons le champ $H = \frac{\Delta H}{n}$ créé au point

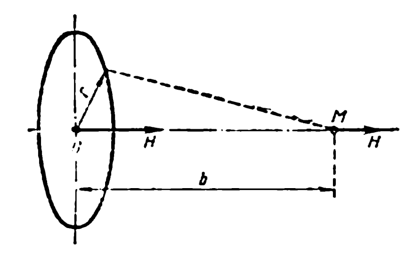


Fig. III. 53.

donné par un électron mobile. Comme l'intensité du courant est $I = n \cdot e \cdot v$ (e est la charge de l'électron), on a

$$H = \frac{ev \sin \alpha}{4\pi r^2}; \qquad (3.8)$$

2) champ magnétique au centre O d'un courant plan circulaire. Dans la formule (3.4) r est le même pour tous les éléments de courant situés sur le cercle (fig. III.53), $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = 1$, et tous les vecteurs $\boldsymbol{dH}$ sont dirigés dans la même direction, aussi leur addition vectorielle peut être remplacée par une intégration :

$$H = \int \frac{I \, dl \sin \alpha}{4\pi r^2} = \frac{I}{2r}. \qquad (3.9)$$

Dans le cas d'une bobine plate constituée de n spires de même rayon,

$$H = n \frac{I}{2r}.$$

Calculant le champ en un point M situé sur l'axe d'un courant circulaire à la distance b du centre, il faudra tenir compte de la direction de $\boldsymbol{dH}$. Le calcul, que nous ne ferons pas, montre que le champ total est dirigé suivant l'axe et a pour valeur (fig. III.53)

$$H = \frac{Ir^2}{2(r^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}; \qquad (3.10)$$

3) champ à l'intérieur d'un solénoïde long parcouru par un courant. Servons-nous de la loi du courant total ; choisissons le parcours de sorte que le tronçon 1—2 (fig. III.54) passe le long de la ligne de force dans le solénoïde, que les tronçons 2—3 et 4—1 soient constamment perpendiculaires aux lignes de force, et que le tronçon 3—4 soit confondu avec une ligne de force passant suffisamment loin du solénoïde, là où le champ est très faible (en comparaison du champ dans le solénoïde). Choisissons la longueur Δl du tronçon 1—2 embrassant Δn spires de telle manière que la valeur du champ puisse être considérée comme constante sur toute sa longueur ; il faut à cet effet

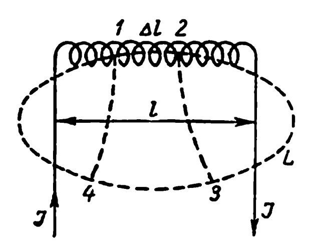


Fig. III. 54.

que la densité de l'enroulement, c'est-à-dire le nombre de spires par unité de longueur $n_1 = \frac{\Delta n}{\Delta l}$, soit assez grande.

La circulation du vecteur $\boldsymbol{H}$ sur le contour *1—2—3—4* est

$$\oint Hdl = \int_1^2 Hdl + \int_2^3 Hdl + \int_3^4 Hdl + \int_4^1 Hdl.$$

La deuxième et la quatrième intégrale sont nulles, $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{dl}$ étant orthogonaux, et nous négligerons la troisième, puisque H est petit hors du solénoïde. Alors $\oint \boldsymbol{H}\, \boldsymbol{dl} \approx \int_1^2 H\, dl = H \cdot \Delta l$. On a, en vertu de (3.6) :

$$H\,\Delta l = \sum I_i = \Delta n I; \qquad H = \frac{I \Delta n}{\Delta l} = I n_1. \qquad (3.11)$$

Le résultat du calcul ne dépend pas de l'endroit de la section du solénoïde où passe le tronçon *1—2*, donc le champ est identique en tout point de cette section. Par conséquent, on peut poser que le champ magnétique est uniforme dans un solénoïde à enroulement serré.

On prend parfois comme ligne de parcours la ligne de force tout entière du solénoïde, et alors la formule

$$H = \frac{In}{l} = I n_1 \qquad (3.12)$$

(l étant la longueur du solénoïde, n le nombre total de spires) donne le champ moyen dans le solénoïde ;

4) champ à l'intérieur de gros conducteurs parcourus par un courant. Pour calculer le champ à la distance r de l'axe du conducteur, prenons en tant que ligne de parcours une circonférence de rayon r (fig. III.55) de centre sur l'axe du conducteur ; le long de cette ligne le champ a partout même valeur et est dirigé en chaque point selon la tangente ($\cos \beta = 1$). Ceci étant, $\oint \boldsymbol{H}\, \boldsymbol{dl} = H\, 2\pi r$. Cette ligne embrasse une surface $S = \pi r^2$. Si la densité du courant est la même en différents points de la section et égale à i, le courant total traversant S, et par conséquent embrassé par la ligne de parcours, est égal à iS. Alors, en vertu de (3.6),

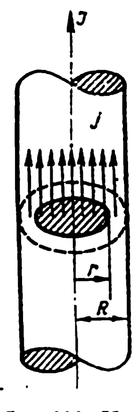


Fig. III. 55.

$$H \cdot 2\pi r = i \cdot \pi r^2; \quad H = \frac{1}{2} i r. \qquad (3.13)$$

comme $i = \frac{I}{\pi R^2}$, on a

$$H = \frac{I}{2\pi R^2} r.$$

Ainsi, sur l'axe du conducteur ($r=0$) le champ est $H=0$, et croît proportionnellement à la distance à l'axe quand on s'en éloigne jusqu'à la surface latérale du conducteur. Aux points situés en dehors du conducteur, l'application de la formule (3.6) conduit à la formule (3.1), qui stipule que le champ est inversement proportionnel à la distance à l'axe.

Nous avons envisagé ci-dessus des champs magnétiques autour des flux de charges électriques, dans des conducteurs et dans le vide ; en se servant de la loi de Biot-Savart-Laplace, on peut calculer le champ en tout point, c'est-à-dire trouver la fonction $H=H(x, y, z)$. Cependant, les champs magnétiques sont aussi créés par des charges liées (électrons et ions) en mouvement dans les atomes et molécules de la matière. Si un électron décrit une trajectoire fermée, il crée autour de soi un champ magnétique analogue à celui d'un conducteur confondu avec la trajectoire et parcouru par un courant $I=ne$, n étant le nombre de révolutions par seconde de l'électron sur son orbite (n montre combien de fois par seconde l'électron repasse par un seul et même point de l'orbite, et ne est la quantité d'électricité passant par ce point en une seconde, c'est-à-dire l'intensité du courant).

Les courants équivalents au mouvement des charges dans les atomes et molécules de la matière sont dits moléculaires. Comme les champs s'ajoutent vectoriellement, en raison de l'orientation arbitraire des courants moléculaires dans un corps quelconque, le champ total autour de ce corps est pratiquement inexistant. Dans les corps entourés d'un champ magnétique (aimants permanents, électro-aimants) les courants moléculaires présentent un certain ordre, mais le calcul du champ magnétique total de ces courants est difficile, puisqu'on ne connaît ni leur intensité, ni leur disposition et orientation dans le volume du corps ; en outre, les corps aimantés peuvent avoir diverses formes et dimensions. Aussi, étudiant le champ magnétique autour des corps aimantés, a-t-on recours à des procédés simplificateurs (cf. §§ 25, 26).

§ 19. Action du champ magnétique sur les charges et les conducteurs. Force de Lorentz et loi d'Ampère. Induction du champ magnétique. Perméabilité magnétique d'un milieu

Les observations montrent qu'un champ magnétique constant agit sur des charges mobiles ; un champ magnétique variable agit également sur des charges au repos. Toutefois, il convient avant tout de préciser ce qu'on entend par champs magnétiques « constant » et « variable » et d'indiquer comment l'on peut déterminer le mouvement d'une charge par rapport à un champ magnétique.

Le champ magnétique est toujours lié à des corps déterminés, par exemple à un système de conducteurs parcourus par des courants électriques, ou encore à des corps aimantés en fer ou alliages magné-

tiques. Tout point du champ magnétique qui nous intéresse a une position déterminée par rapport à ces corps. Si le champ magnétique ne varie pas en chacun de ses points au cours du temps, on dit qu'il est constant ; mais si le champ varie au cours du temps il est dit variable. Notamment, un conducteur parcouru par un courant variable a autour de soi un champ magnétique variable ; le champ magnétique en différents points croît et décroît en même temps que l'intensité du courant.

Assujettissant les champs magnétiques à des corps déterminés, on peut affirmer que des charges électriques sont au repos ou en mouvement par rapport à ces champs s'ils le sont par rapport aux corps créant ces champs. Choisissant un référentiel quelconque, on peut dire qu'un champ magnétique « se meut » ou est au « repos » si le corps auquel il doit son existence se meut ou est au repos. Ceci étant, le mouvement d'une charge électrique par rapport à un champ magnétique immobile ne se distingue pas du mouvement du champ magnétique par rapport à une charge immobile. Notons de même que le mouvement relatif d'une charge et d'un champ magnétique non uniforme a pour équivalent la recherche d'une charge immobile dans un champ magnétique variable.

Dans ce qui suit, nous n'envisagerons que l'action d'un champ magnétique *constant* sur des charges mobiles et des conducteurs parcourus par des courants. L'action d'un champ magnétique variable sur des charges est examinée aux paragraphes suivants.

Les mesures ont donné les deux résultats suivants :

1) une charge e se mouvant avec une vitesse v dans un champ magnétique constant H dans le vide est soumise à l'action d'une force (dite force de Lorentz) égale à

$$F = \mu_0 ev\, H \sin\alpha, \qquad (3.14)$$

α étant l'angle entre la vitesse et le champ, et μ_0 un coefficient qui dépend du choix des unités de la force, de la charge, de la vitesse et du champ. La direction de la force $\boldsymbol{F}$ dépend du signe de la charge et est perpendiculaire au plan déterminé par $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{H}$. La force de Lorentz s'écrit sous forme de produit vectoriel :

$$\boldsymbol{F} = \mu_0 [e\boldsymbol{v}\boldsymbol{H}] ;$$

2) un élément rectiligne de conducteur dl parcouru par un courant I dans un champ magnétique constant dans le vide est soumis à une force (loi d'Ampère) :

$$dF = \mu_0 HI\, dl \sin\alpha, \qquad (3.15)$$

α étant l'angle entre la direction du courant et le champ. La force $d\boldsymbol{F}$ est perpendiculaire au plan déterminé par l'élément de courant $I\boldsymbol{dl}$ et le champ ; elle a pour expression vectorielle :

$$d\boldsymbol{F} = \mu_0 [I\, d\boldsymbol{l}\boldsymbol{H}].$$

La formule (3.15) peut être déduite de (3.14) et vice versa, connaissant la loi d'Ampère, on peut trouver la force de Lorentz. Soient n le nombre d'électrons dans l'unité de volume du conducteur animés d'un mouvement d'ensemble, v la vitesse de ce mouvement, S la section du conducteur. On a alors $I = nevS$, et le produit $I\,dl$ (l'élément de courant) devient $nevS\,dl = Nev$, N étant le nombre d'électrons animés d'un mouvement d'ensemble dans le volume correspondant à l'élément de courant considéré. Substituant $I\,dl = Nev$ dans (3.15) et divisant par N, on obtient la force agissant sur un électron (3.14).

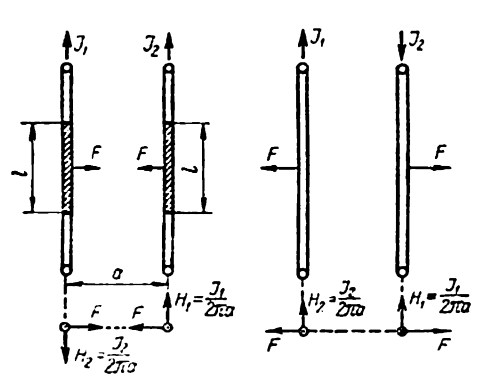


Fig. III. 56.

On suppose alors que les vitesses des électrons animés d'un mouvement d'ensemble sont toutes parallèles entre elles et que le champ est uniforme dans le volume du conducteur: ces conditions sont observées si le conducteur est suffisamment fin.

La valeur μ_0 est contenue dans la définition de l'ampère; l'ampère est l'intensité d'un courant invariable qui, passant dans deux fils rectilignes parallèles infiniment longs et de section circulaire négligeable placés à 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces fils une force de $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur. Le champ magnétique à la distance a d'un fil rectiligne infiniment long parcouru par un courant (fig. III.56) étant partout identique et égal à

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi a},$$

la force F agissant sur un segment l du second fil (parallèle) est, d'après la loi d'Ampère

$$F = \mu_0 H_1 I_2 l = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l. \qquad (3.16)$$

Un segment de même longueur du premier fil est sollicité par le champ magnétique de l'autre fil avec une force égale, aussi dit-on parfois que la formule (3.16) donne la force d'interaction dans le vide de deux fils parallèles parcourus par des courants I_1 et I_2 (il faut avoir en vue que le champ créant cette force est déterminé par le fil sur toute sa longueur, et non seulement par les segments l). Utilisant à présent la définition de l'ampère (A), il vient ($F = 2 \cdot 10^{-7} N$, $I_1 = I_2 = 1 A$, $a = 1\ m$, $l = 1\ m$) ;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}. \qquad (3.17)$$

Si le champ magnétique se trouve dans un milieu doué de propriétés magnétiques, les forces agissant sur les charges et les courants sont multipliées par μ ; la loi d'Ampère prend la forme :

$$dF = \mu_0\mu\,[I\,dl\,H],$$

et la force d'interaction de deux courants parallèles est égale à :

$$F = \mu_0\mu\,\frac{I_1 I_2}{2\pi a}\,l. \qquad (3.18)$$

La quantité μ_0 est appelée *constante magnétique* (parfois perméabilité magnétique) *du vide*. Le produit $\mu_0\mu$ est appelé perméabilité magnétique du milieu considéré, et la quantité sans dimension μ, qui montre de combien de fois la force agissant sur des charges mobiles ou des conducteurs parcourus par des courants dans le milieu considéré est plus grande que dans le vide, est appelée perméabilité magnétique relative du milieu considéré (par rapport au vide) ; sa valeur est donnée dans des tables.

Le vecteur

$$B = \mu_0\mu H \qquad (3.19)$$

est appelé *l'induction du champ magnétique* ou l'induction magnétique au point donné.

Dans le vide $\mu = 1$ et

$$B_0 = \mu_0 H.$$

Les forces agissant sur les charges et les conducteurs s'expriment en fonction du vecteur induction :

$$F = e[vB]; \quad dF = [I\,dl\,B], \qquad (3.20)$$

aussi, dans les milieux magnétiques, mesure-t-on directement non pas le champ, mais l'induction :

$$B = \frac{F}{ev\sin\alpha}; \qquad B = \frac{dF}{I\,dl\sin\alpha}. \qquad (3.21)$$

Ainsi donc, pour décrire un champ magnétique deux vecteurs ont été introduits :

$$H(x, y, z) \quad \text{et} \quad B(x, y, z);$$

1) le vecteur H caractérise les particularités géométriques (la « structure » ou, comme on dit, la topologie) du champ magnétique. Les valeurs de $H(x, y, z)$ sont déterminées par les trajectoires des charges créant ce champ ; c'est pourquoi le vecteur $H(x, y, z)$ peut être calculé une fois connus tous les renseignements sur les charges mobiles ;

2) le vecteur B détermine l'action du champ magnétique sur les charges mobiles (ainsi que sur les conducteurs parcourus par des courants et les courants moléculaires dans les corps aimantés).

Cette action ne peut être déterminée qu'en se basant sur les résultats de mesures. Dans le vide ($\mu=1$) seule doit être mesurée la valeur de la constante μ_0 ; dans les milieux magnétiques, pour déterminer les forces agissant sur les charges et les courants, on doit avoir préalablement mesuré les valeurs de μ. Par conséquent, le vecteur $\boldsymbol{B}(x, y, z)$ caractérise le champ magnétique dans un milieu donné sur la base de l'étude expérimentale des propriétés physiques de ce milieu. Si l'on compare la valeur de $B(x, y, z)$ donnée par les formules (3.21) en un point donné du milieu avec la valeur mesurée $B_0(x, y, z)$ en ce même point en l'absence de milieu (dans le vide), on peut trouver la perméabilité magnétique relative $\mu=\frac{B}{B_0}$; mais si l'on compare $\boldsymbol{B}(x, y, z)$ avec la valeur calculée du champ $\boldsymbol{H}(x, y, z)$ en ce point, on détermine la perméabilité magnétique du milieu $\mu_0\mu=\frac{B}{H}$.

Le vide étant un milieu homogène et isotrope, $\mu_0=$Cte et le vecteur $\boldsymbol{B}_0=\mu_0\boldsymbol{H}$ peut être calculé au moyen des mêmes formules que pour $\boldsymbol{H}$. Toutefois, il faudra tenir compte dans les milieux magnétiques du champ supplémentaire créé par le mouvement des charges dans les atomes et molécules du milieu. Introduisant le vecteur

$$\boldsymbol{B}(x, y, z)=\mu\boldsymbol{B}_0(x, y, z)=\mu_0\mu\boldsymbol{H}(x, y, z),$$

nous remplaçons le calcul du champ magnétique propre du milieu par la mesure de sa perméabilité magnétique en chaque point.

Nous avons indiqué au § 18 la nécessité de l'application du principe de superposition pour le calcul du champ magnétique ; voyons comment ce principe se confirme et s'il s'applique au vecteur $\boldsymbol{B}$. Envisageons plusieurs contours pouvant être parcourus par des courants I_1, I_2, ... Faisons passer d'abord le courant dans un seul contour et mesurons la force $\boldsymbol{F}_1$ avec laquelle le champ agit sur un corps d'épreuve — ici l'élément de courant $I_0\Delta\boldsymbol{l}$. En vertu de la loi d'Ampère,

$$\boldsymbol{F}_1=[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{B}_1]=\mu_0\mu_1[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{H}_1].$$

Puis, coupant le courant I_1, faisons passer le courant I_2 dans le second contour et mesurons la force $\boldsymbol{F}_2$ agissant sur le corps d'épreuve. Posant que la perméabilité magnétique relative du milieu μ peut dépendre de l'intensité du champ dans ce milieu, nous écrivons :

$$\boldsymbol{F}_2=[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{B}_2]=\mu_0\mu_2[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{H}_2].$$

Répétons les mesures pour chaque courant séparément, puis faisons passer tous ces courants en même temps dans tous les contours ; la force $\boldsymbol{F}$ avec laquelle le champ magnétique résultant agit sur le corps d'épreuve est

$$\boldsymbol{F}=[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{B}]=\mu_0\mu[I_0\Delta\boldsymbol{l}\boldsymbol{H}].$$

Les mesures montrent que dans le vide ($\mu_1=\mu_2=\ldots\mu=1$)

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\ldots$$

Substituant la valeur de la force, on obtient (après réduction) le principe de superposition pour le vecteur $\boldsymbol{H}$:

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{H}_1+\boldsymbol{H}_2+\ldots$$

Il est évident que le principe de superposition sera aussi observé pour le vecteur induction *dans le vide* : si $B_{01}=\mu_0 H_1$ est l'induction du champ créé dans le vide par le premier contour en l'absence des autres, $B_{02}=\mu_0 H_2$ la même chose pour le second contour, etc. et $B_0=\mu_0 H$ l'induction du champ magnétique résultant, on a :

$$B_0=B_{01}+B_{02}+\dots$$

Supposons maintenant que le champ magnétique soit engendré dans un milieu ou la perméabilité magnétique μ n'est pas une grandeur déterminée, mais dépend de H et B. Alors $H_1=\frac{B_1}{\mu_0\mu_1}$; $H_2=\frac{B_2}{\mu_0\mu_1}$; $\dots, H=\frac{B}{\mu_0\mu}$, et il résulte du principe de superposition pour H que $B\neq B_1+B_2+\dots$.

Dans un milieu isotrope les vecteurs $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{B}$ ont même direction ; dans un milieu anisotrope μ a diverses valeurs dans diverses directions, et les directions de $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{B}$ peuvent ne pas coïncider (cf. § 2).

Les formules données plus haut et au § 18 pour l'induction et le champ magnétique sont écrites dans le système international (SI). En physique on utilise également le « système électromagnétique absolu d'unités » (CGSM), dans lequel la perméabilité magnétique est une quantité sans dimension, égale dans le vide à l'unité, les formules pour H se distinguant de celles données au § 18 du facteur 4π. Dans ce système, l'unité d'intensité de courant, ainsi que dans le SI, est déterminée par l'interaction de deux fils rectilignes parallèles infinis parcourus par des courants : l'intensité du courant est d'une unité électromagnétique absolue 1 CGSM (I) si la force d'interaction de ces deux fils dans le vide, distants de 2 *cm*, est égale à une dyne par centimètre de longueur. Le champ magnétique se mesure en *œrsteds* ; l'œrsted est le champ magnétique à 2 *cm* d'un fil rectiligne infiniment long parcouru par un courant de 1 CGSM (I). L'induction du champ se mesure en *gauss* ; c'est l'induction du champ magnétique agissant sur un fil rectiligne avec un courant de 1 CGSM (I) placé perpendiculairement au champ avec une force de 1 dyne par centimètre.

Comparant les définitions de I, H et B dans les deux systèmes, on a :

$$1 \text{ CGSM (I)} = 10 \textit{ ampères}; \quad 1 \text{ œrsted} = \frac{1}{4\pi}10^3\,\frac{\textit{ampères}}{\textit{mètre}};$$

$$1 \textit{ gauss} = 10^{-4} \textit{ tesla}.$$

On donne ci-dessous un résumé des principales formules dans les systèmes SI et CGSM :

1) Loi de Biot-Savart-Laplace :

$$dH=\frac{I\,dl\sin\alpha}{4\pi r^2}; \qquad dH=\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2}.$$

2) Champ à la distance a d'un fil rectiligne infiniment long parcouru par un courant :

$$H=\frac{I}{2\pi a}; \qquad H=\frac{2I}{a}.$$

3) Champ au centre d'un courant circulaire :

$$H=\frac{I}{2r}; \qquad H=\frac{2\pi I}{r}.$$

4) Champ dans un solénoïde ayant n spires sur la longueur l :

$$H=\frac{In}{l}=In_1; \qquad H=\frac{4\pi In}{l}=4\pi In_1.$$

5) Loi du courant total :

$$\oint H\,dl\cos\beta=\sum I_r; \qquad \oint H\,dl\cos\beta=4\pi\sum I_r.$$

6) Lien entre l'induction et le champ magnétique

$$\boldsymbol{B}=\mu_0\mu\boldsymbol{H}; \qquad \boldsymbol{B}=\mu\boldsymbol{H}$$

(μ est une quantité sans dimension, égale à l'unité dans le vide).

7) Force de Lorentz et loi d'Ampère ont la même expression dans les deux systèmes :

$$\boldsymbol{F}=e[\boldsymbol{v}\boldsymbol{B}]; \qquad d\boldsymbol{F}=[I\,d\boldsymbol{l}\boldsymbol{B}].$$

Il en résulte que toutes les formules définissant les forces agissant dans un champ magnétique sur les charges et les courants seront aussi identiques dans les deux systèmes. Ainsi, la force d'interaction de deux conducteurs rectilignes infiniment longs parcourus par les courants I_1 et I_2 a, pour la longueur l, dans les deux systèmes l'expression :

$$F=I_1B_2l=I_2B_1l,$$

B étant l'induction du champ magnétique du premier conducteur à la distance où se trouve le second, et B_2 l'induction du champ du second conducteur agissant sur le premier. Toutefois, si dans cette formule on exprime l'induction du champ B en fonction de H ou de l'intensité du courant créant ce champ, par suite de la différence dans le lien entre B et H, elle s'écrira différemment dans SI et CGSM :

$$F=\mu_0\mu\frac{I_1I_2}{2\pi a}l; \qquad F=\mu\frac{2I_1I_2}{a}l.$$

Pour éviter une telle différence, il faudra exprimer les forces du champ magnétique sur les charges mobiles ou les conducteurs parcourus par des courants en fonction de l'induction de ce champ.

§ 20. Action du champ magnétique sur un contour parcouru par un courant. Moment magnétique de l'orbite électronique et spin de l'électron. Mouvement d'une charge dans un champ magnétique

Considérons l'action d'un champ magnétique sur un conducteur fermé sur lui-même parcouru par un courant. Si le conducteur est un contour gauche, ou bien si le champ magnétique est non unifor-

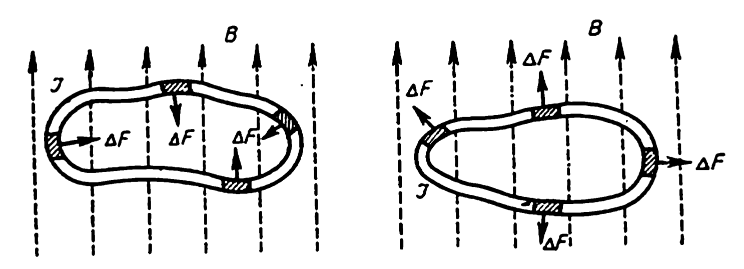


Fig. III. 57.

me, on sera obligé de déterminer l'action mécanique du champ sur le contour en calculant les forces agissant sur divers petits éléments du conducteur (assimilables à des éléments rectilignes et se trouvant dans des régions uniformes du champ). Le calcul est plus simple si les éléments sont dans un même plan. Supposons que ce plan soit perpendiculaire à la direction du champ (fig. III.57). Alors les forces élémentaires ΔF agissant sur les divers éléments du contour seront toutes contenues dans ce même plan. Si le champ est partout uniforme, ces forces déforment seulement le contour (l'aplatissent ou l'étendent suivant le sens du courant), et la résultante de ces forces, comme il est facile de le montrer, est nulle. Mais si le champ magnétique n'est pas uniforme, la résultante des forces élémentaires n'est pas nulle ; non seulement le contour se déforme, mais il se déplace encore dans la région où est dirigée la résultante.

Calculons cette résultante pour un cadre rectangulaire parcouru par un courant dans un champ non uniforme où le vecteur $\boldsymbol{B}$ croît selon l'axe OX suivant une loi linéaire, de sorte que (fig. III.58) :

$$B_2 - B_1 = \frac{\partial B}{\partial x} a,$$

$\frac{\partial B}{\partial x}$ étant la vitesse de variation de B selon OX. Alors $F_2 > F_1$ et

$$F = F_2 - F_1 = IbB_2 - IbB_1 = \frac{\partial B}{\partial x} Iab = \frac{\partial B}{\partial x} IS, \qquad (3.22)$$

$S = ab$ étant l'aire du cadre. Convenons de représenter le contour avec son courant par un vecteur $\boldsymbol{p}$ de longueur IS et

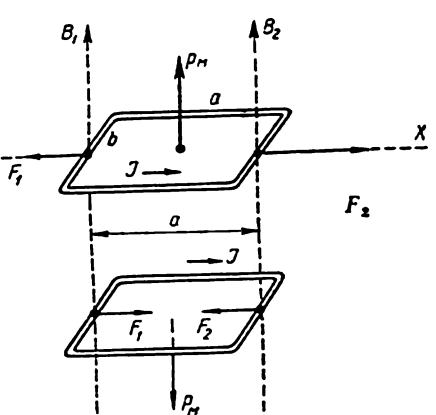


Fig. III. 58.

dirigé perpendiculairement au plan conformément à la règle du tire-bouchon (fig. III.58). On remarquera alors que si $\boldsymbol{p} \uparrow\uparrow \boldsymbol{B}$ le contour

est sollicité par une force dirigée vers les B croissants, c'est-à-dire que le contour est attiré dans le champ. Mais si $\boldsymbol{p}\uparrow\downarrow\boldsymbol{B}$, le contour est sollicité par une force dirigée vers les B décroissants, c'est-à-dire que le contour est expulsé du champ.

Supposons maintenant que le plan du contour fasse un certain angle α avec le champ. Pour simplifier le raisonnement, supposons que le contour soit un cadre de côtés a et b, les côtés a étant perpendiculaires au vecteur $\boldsymbol{B}$ (fig. III.59). Alors les côtés a seront sollicités par des forces $F_a = IBa$ constituant un couple de moment

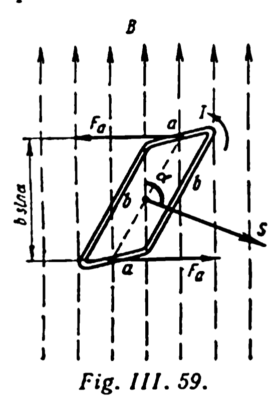


Fig. III. 59.

$$M = F_a b \sin\alpha = I\,Bab\sin\alpha = BIS\sin\alpha, \quad (3.23)$$

$S = ab$ étant l'aire du cadre. Les côtés b sont sollicités par des forces contenues dans le plan du cadre et le déformant. Ainsi donc, un contour fermé parcouru par un courant placé dans un champ magnétique uniforme est sollicité par un moment de valeur maximum égale au produit de l'intensité du courant, de l'induction du champ et de l'aire embrassée par le contour.

Ce moment tend à tourner le contour de sorte que son plan soit perpendiculaire à l'induction du champ. Dans le cas plus général où le champ est non uniforme et le contour de forme arbitraire, le champ magnétique déforme le contour, le tourne et le déplace vers les régions où l'induction $\boldsymbol{B}$ croît. Si le contour est une bobine ou un solénoïde avec n spires, il conviendra de multiplier le moment (3.23) par n.

Le travail effectué par le moment M lorsque le cadre (ou le contour) parcouru par le courant tourne de l'angle $d\alpha$ est :

$$dA = M\,d\alpha = IBS\sin\alpha\,d\alpha = Id\,(BS\cos\alpha).$$

Le produit

$$\Phi = BS\cos\alpha,$$

α étant l'angle entre le vecteur et la normale à la surface S, est appelé *flux du vecteur induction du champ magnétique à travers la surface* S (on dit plus brièvement « flux d'induction magnétique » ou simplement flux magnétique). Si l'on représente le champ magnétique par les lignes de force du vecteur $\boldsymbol{B}$, Φ est le nombre de lignes de force d'induction traversant l'aire S. Pour un champ non uniforme :

$$d\Phi = BdS\cos\alpha; \qquad \Phi = \int_S B\,dS\cos\alpha. \quad (3.24)$$

Le travail effectué par le moment M lorsque le cadre tourne d'un certain angle $\Delta\alpha$ est

$$\Delta A = M\Delta\alpha = I\,\Delta\Phi, \quad (3.25)$$

$\Delta\Phi$ étant la variation du flux magnétique embrassé par le cadre. Dans cette formule le travail est mesuré en joules (newtons par mètre), le courant en ampères, et l'on a introduit pour unité de flux magnétique le weber : si lors de la rotation d'une spire unique fermée parcourue par un courant de 1 ampère dans un champ magnétique uniforme le travail est de 1 joule, alors la variation du flux magnétique embrassé par la spire est de 1 weber (Wb) :

$$1\ weber = 1\ \frac{joule}{ampère} = 1\ \frac{newton \cdot mètre}{ampère} \quad \text{ou} \quad 1\ Wb = 1 N \cdot \frac{m}{A}.$$

Comparant avec la définition de l'unité d'induction magnétique — le tesla (cf. § 19) —, on obtient :

$$1\ weber = 1\ tesla \cdot 1\ m^2.$$

Dans le système CGSM le flux magnétique est mesuré en maxwells :

$$1\ maxwell = 1\ gauss \cdot 1\ cm^2 = 10^{-8}\ weber.$$

Le produit IS figurant dans (3,23), ou pour un solénoïde comportant n spires le produit correspondant

$$ISn = p_м \tag{3.26}$$

est appelé moment magnétique du contour fermé ou du solénoïde parcouru par le courant. Représentons ce moment par un vecteur dirigé perpendiculairement à l'aire S (dans le sens de la progression d'un tire-bouchon tournant dans le même sens que le courant) ; alors la formule (3.23) peut être écrite sous forme de produit vectoriel

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{p}_м \boldsymbol{B}]. \tag{3.27}$$

Le moment magnétique se mesure en ampères par $m^2 (A \cdot m^2)$.

Les électrons, tournant dans les atomes et molécules sur des orbites fermées, possèdent également un moment magnétique. Pour calculer ce moment, supposons que l'orbite soit un cercle de rayon r, sur lequel l'électron tourne avec une vitesse constante v. L'intensité du courant qui en résulte est égale à la charge de l'électron e multipliée par le nombre de tours dans l'unité de temps $n = \frac{v}{2\pi r}$, par conséquent :

$$p_м = IS = en\pi r^2 = \frac{1}{2} evr. \tag{3.28}$$

Multipliant et divisant cette expression par la masse de l'électron, on obtient que le moment magnétique de l'orbite électronique

$$p_м = \frac{e}{2m} mvr = \frac{e}{2m} p$$

est directement proportionnel au moment mécanique de la quantité de mouvement, dit moment cinétique, ($p = mvr$) de l'électron.

Dans les atomes des molécules des divers corps il existe une multitude d'électrons orbitaux. Le moment magnétique étant un vecteur orienté perpendiculairement au plan de l'orbite, on peut trouver la résultante des moments magnétiques de tous les électrons contenus dans les atomes, molécules ou existant dans l'unité de volume d'une matière donnée. Or il est connu que l'électron lui-même possède indépendamment de son mouvement orbital un moment magnétique et un moment mécanique déterminés tels que $p_м/p=\frac{e}{m}$, ce rapport étant 2 fois plus grand que celui correspondant à la rotation orbitale. Ainsi, faisant la somme des moments magnétiques des électrons

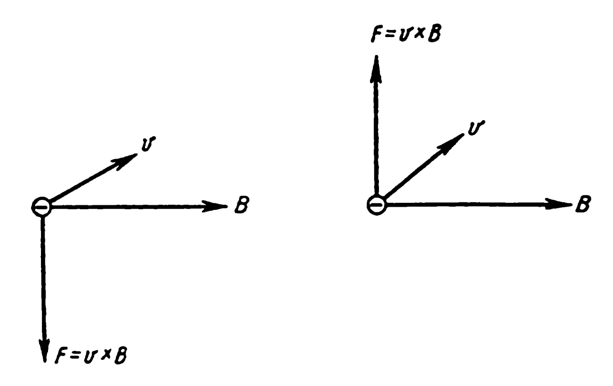


Fig. III. 60.

dans un atome, une molécule ou dans l'unité de volume de la matière, il faut prendre en considération non seulement les moments des orbites fermées décrites par les électrons, mais encore les moments magnétiques des électrons eux-mêmes.

Considérons le mouvement d'une charge dans un champ magnétique. La force de Lorentz F (fig. III.60) étant toujours perpendiculaire à la vitesse de la charge, cette force ne travaille pas pendant le mouvement de la charge, et la vitesse ne varie pas en grandeur. La force F ne fait varier que la direction de la vitesse, astreignant la charge à décrire une trajectoire curviligne. Egalant l'expression de F à la force centripète, on peut calculer le rayon de courbure de la trajectoire en un point du champ magnétique B :

$$evB\sin\alpha=\frac{mv^2}{R};\quad R=\frac{mv}{eB\sin\alpha},$$

m étant la masse de la charge. Si le champ magnétique est uniforme et constant, il en est de même du rayon de courbure de la trajectoire, et la charge décrit une hélice dont l'axe est dirigé selon le champ

(la composante de la vitesse dans la direction du champ $v \cos \alpha$ n'étant pas nulle). Si $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = 1$, $\cos \alpha = 0$, la charge décrit un cercle dont le plan est perpendiculaire à la direction du champ.

La déviation des électrons (et d'autres particules chargées) dans les champs magnétiques est largement utilisée en technique (accélérateurs de particules chargées, microscopes électroniques, appareils de mesure pour l'étude de processus oscillatoires et autres processus à évolution rapide, téléviseurs, pièges magnétiques pour particules chargées, etc.).

Le champ magnétique agit également sur les électrons dans les conducteurs dont le mouvement d'ensemble produit le courant électrique. Envisageons un conducteur (fig. III.61) parcouru par un courant I dans un champ magnétique uniforme d'induction B. Tout électron, de vitesse d'ensemble v, est sollicité par une force de Lorentz

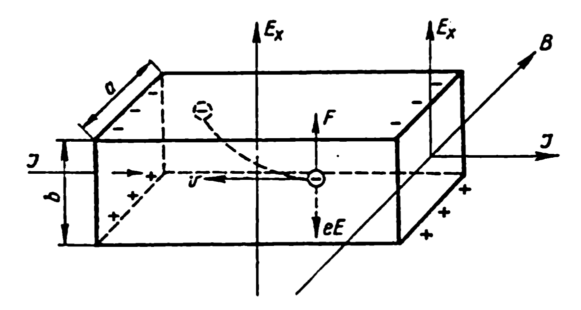


Fig. III. 61.

$\boldsymbol{F} = e(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$ perpendiculaire à $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$. Ceci étant, les électrons décrivent des trajectoires curvilignes, représentées en pointillé ; il apparaît sur la surface supérieure du conducteur une quantité excédentaire d'électrons, cette surface se trouve chargée négativement, et il se forme entre les surfaces inférieure et supérieure une certaine différence de potentiel (effet Hall). Le champ électrique entre ces surfaces E_x est perpendiculaire à $\boldsymbol{v}$, et l'électron se trouve soumis à une force $-eE_x$ opposée à celle de Lorentz. A l'état permanent on doit avoir $eE_x = evB$. Comme l'intensité du courant dans le conducteur est $I = nevS$ (n étant le nombre d'électrons mobiles dans l'unité de volume du conducteur, $S = ab$ sa section), on a

$$E_x = \frac{1}{ne} B \frac{I}{S},$$

et la différence de potentiel entre les surfaces supérieure et inférieure (en considérant le champ E_x uniforme) est égale à :

$$V_1 - V_2 = E_x b = \frac{1}{ne} B \frac{I}{S} b = \frac{1}{ne} \frac{BI}{a}.$$

La quantité $\frac{1}{ne}=R$ est appelée coefficient de Hall. Le calcul exact, tenant compte de l'interaction des électrons du réseau cristallin du conducteur, donne un facteur correctif A :

$$R=A\frac{1}{ne},$$

où $A\approx 1$ pour les métaux et prend diverses valeurs pour les semi-conducteurs, en fonction de la structure du réseau (de 1,11 à 1,93). Pour certains métaux et pour certains semi-conducteurs à conductivité lacunaire on dénote le signe opposé pour la différence de potentiel : la surface supérieure représentée sur la fig. III.61 se charge positivement, et la surface inférieure négativement (anomalie de Hall). Par conséquent, la mesure du coefficient de Hall permet de déterminer le caractère de la conductivité (électronique ou lacunaire), ainsi que la concentration et la mobilité des porteurs de courant.

L'effet Hall est largement utilisé dans les mesures. Les capteurs miniatures à effet Hall sont constitués d'une pastille semi-conductrice ou d'une fine couche (0,1 à 0,01 *mm*) semi-conductrice sur une feuille de mica ; deux électrodes apportent le courant, deux autres servent à la mesure de la différence de potentiel transversale. On peut mesurer à l'aide de ces capteurs n'importe quelles quantités influant sur la différence de potentiel de Hall (intensité du courant dans le capteur, induction et intensité du champ magnétique extérieur, orientation du capteur par rapport à ce champ, etc.). En outre, l'effet Hall est utilisé dans beaucoup de dispositifs d'électrotechnique et de radio-électricité (convertisseurs de courant, modulation d'oscillations électriques, enregistrement de sons, amplification de courants continus et alternatifs, etc.).

§ 21. Travail de déplacement dans un champ magnétique d'un conducteur parcouru par un courant

L'action du champ magnétique sur les conducteurs parcourus par des courants est utilisée dans les moteurs électriques pour la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique. Calculons le travail accompli lors du déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique. Admettons, pour la simplicité, qu'un conducteur rectiligne de longueur l parcouru par un courant I puisse se déplacer dans un champ magnétique uniforme d'induction B sur des guides immobiles (fig. III.62), le conducteur et les guides étant situés dans un même plan perpendiculaire au champ. Alors, lorsque le conducteur se déplace de x, la force $F=IBl$ effectue le travail :

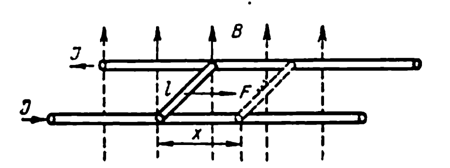


Fig. III 62.

$$W=Fx=IBlx=IB\,\Delta S=$$
$$=I\,\Delta\Phi, \qquad (3.29)$$

où $\Delta\Phi = B\Delta S$ est le flux d'induction à travers la surface $\Delta S = lx$ balayée par le conducteur pendant son mouvement (ou la quantité de lignes de force d'induction B « coupée »). Dans le cas général où le conducteur a une forme compliquée, ses diverses parties font divers angles α avec la direction du champ, et si le mouvement est quelconque et le champ magnétique non uniforme, on peut calculer le travail W comme la somme des travaux élémentaires dW relatifs à chaque élément dl du conducteur. La force agissant sur un tel élément est égale à $dF = IB\ dl \sin\alpha$; le travail des forces est $dW = dF \cdot dx \cdot \cos\beta$, β étant l'angle entre la direction de la force dF et du déplacement dx. Par conséquent,

$$dW = IB\,dl \sin\alpha\, dx \cos\beta = IB \sin\alpha\, dS = I\, d\Phi, \qquad (3.30)$$

puisque $dxdl\cos\beta$ est l'aire dS balayée par l'élément et $B\ dS \sin\alpha$ le flux d'induction à travers cette aire. Pour tous les éléments de conducteur,

$$W = \Sigma\, \Delta W_p = I \Sigma\, \Delta\Phi_p = I\, \Delta\Phi, \qquad (3.31)$$

c'est-à-dire que le travail de déplacement du conducteur dans le champ magnétique est égal au produit de l'intensité du courant par le flux d'induction magnétique à travers la surface balayée par le conducteur dans son mouvement. En particulier, si un conducteur rectiligne glisse sur lui-même ou le long du champ, $\cos\beta = 0$ ou $\sin\alpha = 0$ et il n'y a pas de travail.

La formule (3.31) subsiste lors du déplacement d'un contour fermé. Alors $\Delta\Phi$ représente la variation du flux d'induction à travers la surface embrassée par ce contour. Ainsi, si un cadre parcouru par un courant tourne dans un champ magnétique d'un certain angle (fig. III.59), le travail correspondant peut être calculé par la formule $W = I\ (\Phi_2 - \Phi_1)$, où Φ_1 et Φ_2 sont les flux d'induction à travers la surface délimitée par le cadre dans ses positions initiale et finale. Le champ et la rotation peuvent être non uniformes et la forme du cadre quelconque. Si le cadre contient n spires, on a $W = nI\ (\Phi_2 - \Phi_1)$; lorsque le cadre tourne d'un grand angle, il convient de prendre en considération le signe de Φ (le signe du sinus de l'angle entre le vecteur $\boldsymbol{B}$ et la normale à la surface). Il n'est pas difficile de montrer que le travail accompli pendant une demi-rotation du cadre est égal à $2I\ \Phi_0$, Φ_0 étant la valeur maximum du flux d'induction au moment où le cadre est perpendiculaire au champ.

Le travail de déplacement W est effectué par le courant électrique passant dans le conducteur. En effet, supposons que les charges subissant l'action du champ magnétique se meuvent dans le conducteur avec la vitesse v_1, le conducteur lui-même se mouvant avec la vitesse v_2. Alors la vitesse des charges dans le champ est égale à $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$. La force $\boldsymbol{F}$ avec laquelle le champ magnétique agit sur la charge est perpendiculaire à la vitesse $\boldsymbol{v}$ et fait donc un certain angle α avec

le conducteur (fig. III.63). Décomposons cette force en sa composante F_2, travaillant pendant le mouvement du conducteur, et en sa composante F_1, dirigée contre le mouvement de la charge et qui diminue sa vitesse. Pendant le temps dt ces forces effectuent les travaux F_1v_1dt et F_2v_2dt égaux en grandeurs et de signes contraires :

$$dW = F_2 v_2\, dt = F \sin\alpha\, v \cos\alpha\, dt = Fv \sin\alpha \cos\alpha\, dt;$$

$$dW_e = F_1 v_1\, dt = -F \cos\alpha v \sin\alpha\, dt = -Fv \sin\alpha \cos\alpha\, dt.$$

Par conséquent, le travail mécanique W de déplacement du conducteur parcouru par un courant dans le champ magnétique a lieu avec diminution de l'énergie des charges en mouvement de la quantité $W_e = W$.

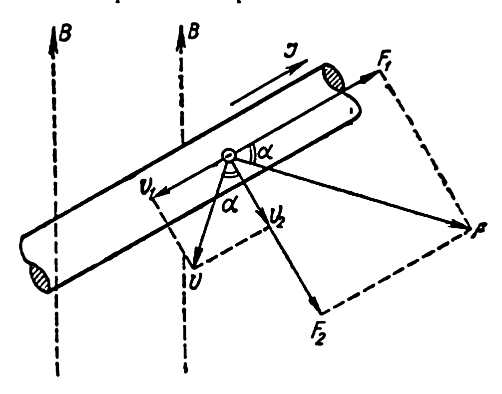


Fig. III. 63.

Le travail total des forces avec lesquelles le champ magnétique agit sur les charges en mouvement est nul : $W + W_e = 0$, comme cela résulte encore du fait que les vecteurs $\boldsymbol{F}$ et $\boldsymbol{v}$ sont perpendiculaires. Pour que le travail W_e ne soit pas accompagné de perte de vitesse des électrons, donc de diminution de l'intensité du courant dans le conducteur, la source de courant doit compenser la perte d'énergie, c'est-à-dire, qu'outre le travail effectué sur le segment de conducteur considéré sous forme de *chaleur*, la source de courant doit effectuer un travail supplémentaire pour vaincre la force F_1. Par conséquent, pour maintenir une seule et même intensité de courant, la valeur du champ dans le conducteur mobile (E) doit être plus grande que la valeur du champ dans le conducteur immobile (E_0) de la quantité $\frac{F_1}{e}$, c'est-à-dire que

$$E = E_0 + \frac{F_1}{e} = E_0 + vB \sin\alpha. \tag{3.32}$$

§ 22. Induction électromagnétique ; lois de Faraday et de Lenz. Spire tournante dans un champ magnétique

Soit un conducteur métallique se trouvant dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$; on a représenté sur la fig. III.64 un morceau de ce conducteur de longueur Δl. Les électrons libres de ce conducteur participent au mouvement thermique et leurs vitesses $\boldsymbol{v}_1$, à l'instant donné sont quelconques et chaotiquement orientées dans l'espace. Le champ

magnétique agit sur chaque électron avec une force f, perpendiculaire à la vitesse $\boldsymbol{v}$ et au champ $\boldsymbol{B}$. Etant donné que les vitesses du mouvement thermique des électrons sont orientées chaotiquement, les forces f agissant sur les divers électrons, ainsi que les forces agissant sur un électron à divers instants, ont toutes les directions possibles. Par conséquent, le *champ magnétique* ne peut « mettre de l'ordre » dans le mouvement thermique des charges, c'est-à-dire créer leur mouvement d'ensemble unilatéral. Cela signifie que, examinant la question de l'influence du champ magnétique sur les électrons libres, on peut

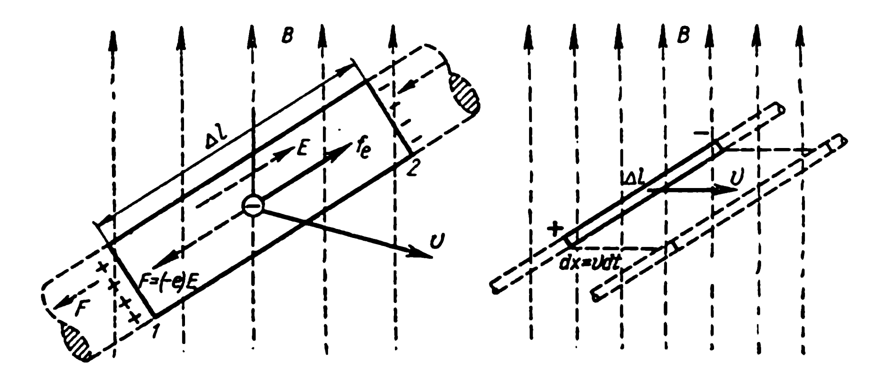


Fig. III. 64.

faire abstraction de leur mouvement thermique et admettre que tous sont au repos dans le métal.

Si un conducteur se meut dans un champ magnétique avec une certaine vitesse $\boldsymbol{v}$, cette vitesse vient se superposer aux vitesses du mouvement thermique désordonné des électrons. Etant convenu d'éliminer des raisonnements le mouvement thermique des électrons, supposons que tous se meuvent dans le champ magnétique en même temps que le conducteur avec la même vitesse $\boldsymbol{v}$. Alors chaque électron est sollicité par le champ magnétique par une seule et même force f_e :

$$f_e = (-e)\, vB \sin\alpha; \quad f_e = (-e)\,[\boldsymbol{vB}], \qquad (3.33)$$

où $(-e)$ représente la charge de l'électron, α l'angle entre les vecteurs $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$.

Par suite du mouvement des électrons dans le sens de la force f_e, ils s'accumulent dans la section *2* et leur concentration diminue dans la section *1*. Cette redistribution des charges dans le volume du conducteur $\Delta\, l$ engendre un *champ électrique* $\boldsymbol{E}$ dans le conducteur, dirigé de la section *1* à la section *2* ; ce champ agit sur les électrons positifs avec une force $\boldsymbol{F} = (-e)\boldsymbol{E}$ dirigée contre $\boldsymbol{E}$. Considérons deux cas :

1) s'il n'y a pas entre les sections *1* et *2* de conducteurs (c'est-à-dire que dans le champ magnétique se meut un conducteur non fermé de longueur Δl), avec le temps le champ électrique ***E*** *arrête* le mouvement des charges dans le sens de l'action de la force f_e. La distribution d'équilibre des charges dans le conducteur a lieu (la vitesse des charges $\boldsymbol{v}$ et le champ magnétique $\boldsymbol{B}$ étant constants) sous la condition

$$\boldsymbol{f}_e = -\boldsymbol{F} = -(-e)\boldsymbol{E} = e\boldsymbol{E}. \qquad (3.34)$$

Il résulte de la constance de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$ la constance de $\boldsymbol{f}_e$ et $\boldsymbol{E}$. Le champ électrique dans le tronçon Δl est uniforme, aussi la différence de potentiel entre les sections *1* et *2* est-elle :

$$V_1 - V_2 = E\,\Delta l; \qquad (3.35)$$

2) si le conducteur se *referme* en dehors du champ magnétique (on suppose que le champ ***B*** agit *seulement* sur les électrons se trouvant dans le tronçon Δl), la force f_e suscite le mouvement des électrons à travers les tronçons extérieures du circuit ; le conducteur est parcouru par un courant électrique. Lorsqu'il s'établit dans le circuit une vitesse déterminée du mouvement ordonné des électrons, c'est-à-dire une intensité déterminée, le travail de la force f_e sur le tronçon Δl pendant un intervalle de temps donné est égal à l'énergie totale dégagée par le courant pendant ce même temps dans toutes les sections du circuit formé.

Par conséquent, la force f_e avec laquelle le champ magnétique agit sur les charges libres n'est pas de nature électrostatique. Les tronçons de conducteur se déplaçant dans le champ magnétique peuvent être considérés comme des « sources de courant » douées d'une force électromotrice particulière, appelée *force électromotrice d'induction*. La f.é.m. d'induction d'un certain tronçon de conducteur Δl peut être trouvée d'après la différence de potentiel à ses extrémités lorsque le conducteur n'est pas fermé sur lui-même, soit encore par le travail accompli lorsque le conducteur est parcouru par un courant.

Servons-nous d'abord de la première définition. A l'aide de la relation (3.33) et de la formule (3.34) trouvons d'abord la valeur du champ électrique dans le conducteur E en fonction de v et de B :

$$(-e)\,vB\sin\alpha = eE; \qquad E = -vB\sin\alpha. \qquad (3.36)$$

Alors la différence de potentiel aux extrémités du tronçon de conducteur est égale à :

$$\mathcal{E}_{ind} = E\,\Delta l = -Bv\,\Delta l\sin\alpha. \qquad (3.37)$$

Dans cette formule nous avons tenu compte seulement de l'angle α entre les vecteurs de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et du champ magnétique $\boldsymbol{B}$. Cependant, en général, le conducteur peut ne pas être perpendiculaire à $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$, comme on le supposait plus haut (fig. III. 64), son orientation

peut être quelconque. Il faudra alors prendre en considération que la force f_e, *qui est toujours perpendiculaire* à $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$, n'est pas dirigée selon le conducteur mais forme avec ce dernier un certain angle β (fig. III. 65). Il est évident qu'alors le mouvement des électrons dans le conducteur est dû non pas à toute la force f_e mais seulement à sa projection $f'_e = f_e \cos\beta$. A l'état d'équilibre, on devra écrire au lieu de (3.34) $f' = eF$ et alors

$$E = -Bv \sin\alpha \cos\beta;$$
$$\mathscr{E}_{ind} = -Bv\,\Delta l \sin\alpha \cos\beta. \qquad (3.38)$$

Toutefois, pour simplifier le raisonnement, nous supposerons toujours dans la suite que $\beta = 0$ et $\cos\beta = 1$, c'est-à-dire que le conducteur

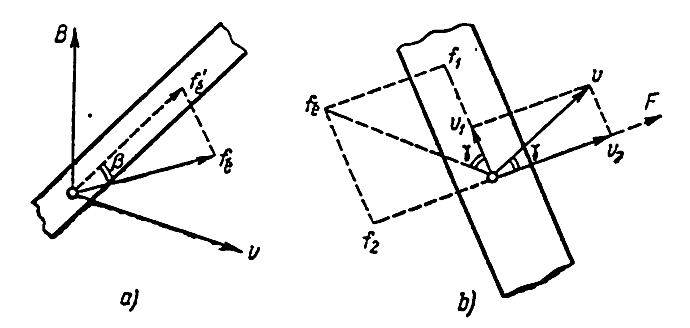


Fig. III. 65.

est perpendiculaire au plan de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$. La formule (3.37) pour la f.é.m. d'induction s'écrit encore sous une autre forme plus générale. Faisons encore une simplification. Supposons que les vecteurs $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{B}$ soient perpendiculaires entre eux, c'est-à-dire que $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$. $\mathscr{E}_{ind} = -Bv\,\Delta l$. Comme $v = \frac{dx}{dt}$, et que $\Delta l \cdot dx = dS$ est la surface balayée par le conducteur en mouvement pendant le temps dt (voir fig. III. 64), $B \cdot dS = d\Phi$ est le flux d'induction à travers cette surface on a

$$\mathscr{E}_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (3.39)$$

c'est-à-dire que la force électromotrice induite dans un conducteur en mouvement dans un champ magnétique est numériquement égale au *flux magnétique* à travers la surface balayée par ce conducteur dans l'unité de temps. On arrive au même résultat dans le cas général où $\alpha \neq 90$ et le conducteur orienté arbitrairement dans le champ magnétique. Notamment, si un conducteur rectiligne est parallèle au vecteur $\boldsymbol{B}$, le flux magnétique à travers l'aire balayée par le conducteur est nul ; il n'apparaît pas alors de différence de potentiel

entre les extrémités du conducteur. Notons que dans les formules apportées plus haut pour E et $\mathcal{E}_{ind}$ le signe moins ne résulte nullement du fait que nous considérons des forces agissant sur des électrons chargés négativement. Répétant le raisonnement pour des charges libres positives, on retrouverait les mêmes formules (3.37) et (3.39).

Si le conducteur a une forme compliquée et se meut dans un champ magnétique non uniforme, on pourra le diviser en tronçons élémentaires Δl_i et considérer des déplacements assez petits Δx_i pour que l'on puisse considérer que le champ magnétique est uniforme dans les aires balayées correspondantes ΔS_i. Puis on fera la somme des f.é.m. élémentaires :

$$\mathcal{E}_{ind} = -\Sigma B_i v_i \Delta l_i \sin \alpha_i \cos \beta_i = -\Sigma \frac{\Delta \Phi_i}{\Delta t}; \quad \mathcal{E}_{ind} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

A la limite, lorsque les segments Δl_i sont infiniment petits et que $\Delta t \to 0$, nous obtenons la formule exacte (3.39).

Les formules (3.37) et (3.39) peuvent être appliquées à des contours fermés. Cependant, dès que le conducteur est parcouru par un courant, c'est-à-dire dès que commence le mouvement d'ensemble des électrons dans le conducteur, la vitesse de ces électrons par rapport au champ magnétique n'est plus égale à celle du conducteur. Désignons la vitesse d'ensemble des électrons dans le conducteur par v_1 et la vitesse de leur déplacement avec le conducteur par v_2 (fig. III. 65, *b*). Alors la force f_e avec laquelle le champ magnétique agit sur l'électron forme avec le conducteur un angle γ.

Décomposons la force f_e en ses composantes : f_1 suivant le conducteur, selon le mouvement des électrons, et f_2 contre le mouvement du conducteur. La force f_1 accomplit un travail positif en communiquant aux électrons de l'énergie qu'ils dépensent quand ils se meuvent dans le contour. La force f_2 s'oppose au mouvement du conducteur et effectue un travail négatif.

La somme des travaux effectués par ces forces dans un laps de temps quelconque doit être égale au travail de la force f_e pendant le même laps de temps, c'est-à-dire qu'elle est nulle, puisque f_e est perpendiculaire à la vitesse des électrons v et donc ne travaille pas. Par conséquent, le travail positif de la force f_1 est égal en grandeur au travail négatif de la force f_2.

Si l'on n'applique pas de force extérieure au conducteur, les forces f_2 finissent par l'arrêter (dès que l'énergie cinétique du conducteur est dissipée). Pour entretenir le mouvement du conducteur (avec la vitesse v_2) il lui faut appliquer une force F égale à la somme de toutes les forces f_2 et dirigée dans le sens du mouvement. S'il y a dans l'unité du volume du conducteur n électrons participant au courant, leur nombre dans un tronçon Δl de section S sera $S\Delta ln$. On a $f_2 = f_e \sin \gamma = evB \sin \gamma = ev_1 B$. Alors la somme de toutes les forces f_2 est égale à :

$$\Sigma f_2 = S \Delta l\, nev_1 B = nev_1 S \Delta l B = IB \Delta l$$

(étant donné que nev_1S est l'intensité du courant dans le conducteur *1*). Notons que Σf_2 est égale à la force ampérienne avec laquelle le champ magnétique agit sur le conducteur avec courant.

Ainsi, pour susciter dans un conducteur un courant électrique en le déplaçant dans un champ magnétique, il faut vaincre la force ampérienne avec laquelle le champ magnétique agit sur le courant induit. Le travail positif de la force extérieure appliquée F est égal au travail positif des forces f_1 déplaçant les électrons dans le conducteur. Par conséquent, la *source d'énergie des courants induits* (c'est-à-dire des courants excités par la f.é.m. d'induction) *est le travail des forces extérieures* appliquées au conducteur en mouvement. Si le con-

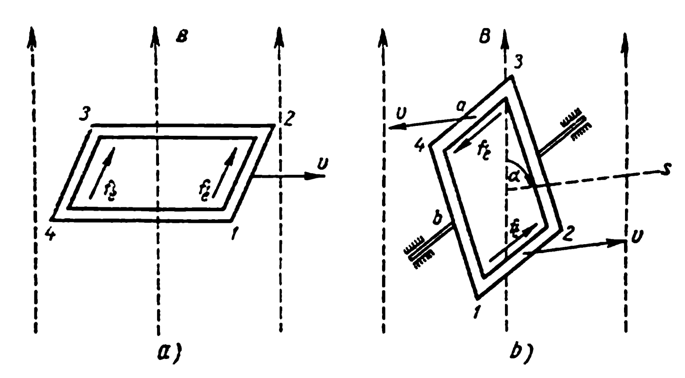


Fig. III. 66.

ducteur n'est pas fermé, le mouvement d'ensemble des électrons est fugitif ; il dure juste assez pour qu'il y ait distribution d'équilibre des charges ; une fois l'équilibre établi, $v_1=0$, $f_2=ev_1B=0$, et la nécessité d'une force extérieure F disparaît.

L'excitation d'une f.é.m. d'induction dans des conducteurs enroulés sous forme d'une ou plusieurs spires a une grande importance pratique. Considérons une spire plane rectangulaire et supposons qu'elle glisse dans son plan (comme on l'a représenté sur la fig. III. 66,*a*). Les forces f_c sont dirigées parallèlement aux conducteurs seulement pour les tronçons *1 — 2* et *3 — 4* ; pour les tronçons *2 — 3* et *1 — 4*, ces forces sont perpendiculaires à l'axe des conducteurs, et ne peuvent donc engendrer un mouvement d'ensemble des charges dans la spire. Dans le tronçon *1 — 2* la f.é.m. d'induction est égale à $\mathscr{E}_1=-B_1va$ ($\sin\alpha=1$), B_1 étant l'induction du champ magnétique à l'endroit où se trouve le conducteur *1 — 2*. Sur le tronçon *3 — 4* on a $\mathscr{E}_2=-B_2va$. Pendant le mouvement des charges dans la spire les forces f_c étant *opposées* au mouvement, la f.é.m. totale dans la spire est égale à

$$\mathscr{E}_{ind}=\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_2=(B_2-B_1)va. \qquad (3.40)$$

Par conséquent, pour qu'il se crée *pendant un tel mouvement* un courant induit dans la spire, il faut que le champ magnétique soit *non uniforme* (dans un champ uniforme on a $B_1=B_2$, $\mathscr{E}=0$).

Remarquons que $v=\frac{dx}{dt}$; $va=\frac{a\,dx}{dt}=\frac{dS}{dt}$, dS étant l'aire balayée par les conducteurs $1-2$ et $3-4$ pendant le temps dt. Puis $B_1va=\frac{B_1\,dS}{dt}=\frac{d\Phi_1}{dt}$; $B_2va=\frac{d\Phi_2}{dt}$, $d\Phi_1$ étant le flux magnétique entrant dans la surface délimitée par la spire et $d\Phi_2$ le flux magnétique en sortant pendant le temps dt. Alors la variation du flux magnétique à travers l'aire de la spire est $d\Phi_1-d\Phi_2=d\Phi$ et la formule (3.40) prend la forme qui nous est connue

$$\mathscr{E}_{ind}=\left(\frac{d\Phi_2}{dt}-\frac{d\Phi_1}{dt}\right)=-\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (3.41)$$

où Φ représente le flux magnétique traversant l'aire délimitée par la spire.

Ainsi, la f.é.m. d'induction dans la spire est égale à la variation du flux magnétique à travers cette spire dans l'unité du temps. Si la spire est de forme compliquée, on pourra la découper en tronçons élémentaires et, répétant le raisonnement fait ci-dessus, nous sommes reconduits à notre assertion. Par ailleurs, les courants induits dans des conducteurs fermés peuvent encore résulter de la déformation du contour lorsque l'aire embrassée par le contour varie. L'excitation d'une f.é.m. d'induction par rotation d'une spire est largement appliquée; alors les forces électromotrices dans les tronçons $1-2$ et $3-4$ (fig. III. 66, *b*) agissent dans le même sens et l'on peut obtenir un courant induit dans un champ magnétique uniforme.

Dans une bobine contenant n spires identiques (c'est-à-dire n contours identiques associés en série) les f.é.m. induites dans les spires s'ajoutent et l'on a

$$\mathscr{E}_{ind}=-\frac{d\Phi}{dt}n. \qquad (3.42)$$

Le flux magnétique embrassé par une bobine contenant n spires est n fois plus grand que le flux embrassé par une seule spire.

Pour une spire tournant dans un champ magnétique uniforme, $\Phi=BS\cos\alpha$, où $S=ab$ est l'aire de la spire, l'angle α entre la normale $\boldsymbol{S}$ à la surface de la spire et le vecteur $\boldsymbol{B}$. Désignons la valeur maximum du flux magnétique à travers la spire par $BS=\Phi_0$; supposons que la spire tourne avec la vitesse angulaire constante ω et comptons le temps à partir de l'instant où $\boldsymbol{S}$ et $\boldsymbol{B}$ coïncident. On a alors

$$\Phi=BS\cos\omega t=\Phi_0\cos\omega t; \qquad (3.43)$$

$$\mathscr{E}_{ind}=-\frac{d\Phi}{dt}=\Phi_0\,\omega\sin\omega t=BS\,\omega\sin\omega t=\mathscr{E}_0\sin\omega t \qquad (3.44)$$

($\mathscr{E}_0=BS\omega$) ; dans ces conditions, la f.é.m. d'induction et le courant induit sont sinusoïdaux. Si l'on a n spires tournantes identiques associées en série, $\mathscr{E}_0=BS\omega n$.

Dans certains cas la f.é.m. d'induction et les courants induits sont très fugitifs et varient avec le temps selon des lois très compliquées. Pour les courants induits fugitifs de ce genre, on peut déterminer la quantité d'électricité traversant la section du contour pendant la durée de l'existence des courants. Si l'on n'a pas d'autres sources de force électromotrice que la f.é.m. d'induction, l'intensité du courant dans le contour s'écrit, en vertu de la loi d'Ohm,

$$I=\frac{\mathscr{E}_{ind}}{R}=-\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}, \tag{3.45}$$

R étant la résistance totale du contour (il sera question de l'applicabilité de la loi d'Ohm aux courants variables au paragraphe suivant). Il passe alors pendant le temps dt à travers la section du contour la quantité d'électricité

$$dq=I\,dt=-\frac{1}{R}d\Phi.$$

Pendant le passage du courant induit, le flux magnétique variant de $\Delta\Phi=\Phi_2-\Phi_1$, il passe à travers la section du conducteur la charge

$$q=\int_{\Phi_1}^{\Phi_2}\left(-\frac{1}{R}d\Phi\right)=\frac{\Phi_1-\Phi_2}{R}=\frac{\Delta\Phi}{R} \tag{3.46}$$

(si la résistance du contour R reste constante). On se sert de cette formule pour mesurer le flux magnétique Φ, le vecteur induction $\boldsymbol{B}$ ou la perméabilité magnétique μ. La quantité d'électricité q est mesurée au *galvanomètre balistique* (à la condition que le temps de passage du courant dans le cadre du galvanomètre soit suffisamment petit par rapport à la période de ses oscillations).

Si l'on relie à un tel galvanomètre un contour placé dans un champ magnétique à mesurer, faisant tourner rapidement le contour, on fait varier le flux magnétique qu'il embrasse ; pour la commodité, on peut faire tourner le contour de sa position telle que $\Phi_1=0$ à celle $\Phi_2=BS$; Alors $\Delta\Phi=BS$. Mesurant q et R, on peut calculer $\Delta\Phi$ et B, ainsi que μ, en faisant l'expérience d'abord dans le vide puis dans le milieu donné.

Lors du calcul de l'intensité du courant dans le contour d'après la formule (3.45), on a supposé que seule une force électromotrice d'induction agissait dans le contour, à savoir $\mathscr{E}_{ind}=-\frac{d\Phi}{dt}$. Cependant, on a des circuits complexes contenant d'autres sources de courant que la force électromotrice d'induction (par exemple une batterie d'accumulateurs). Désignons la f.é.m. des autres sources par $\mathscr{E}$ et

la résistance totale du contour (y compris la résistance interne des sources de courant) par R. On a

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind}}{R} = \frac{\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}}{R}. \tag{3.47}$$

Une f.é.m. d'induction peut être excitée non seulement dans un conducteur se mouvant dans un champ magnétique, mais aussi dans un conducteur immobile, pourvu qu'il se trouve dans un champ magnétique variable. Notamment, une f.é.m. d'induction est créée dans les spires immobiles de l'enroulement secondaire d'un transformateur, étant donné que ces spires se trouvent dans le champ magnétique variable de l'enroulement primaire. On observe dans ces phénomènes l'action du champ magnétique variable sur les charges immobiles, action qui sera examinée au § 24. Les mesures montrent que les mêmes formules (3.41) et (3.42) subsistent dans des phénomènes d'induction électromagnétique suscités par un champ magnétique variable dans les contours fermés. Par conséquent, on peut formuler la loi très générale :

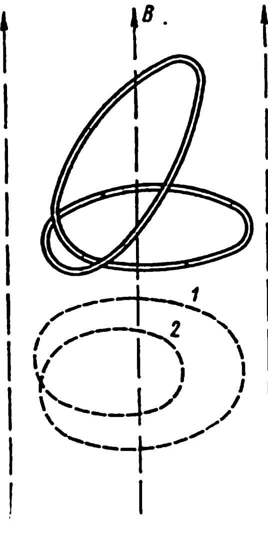


Fig. III. 67.

si le flux magnétique Φ à travers la surface délimitée par un contour varie avec le temps (par suite du mouvement du contour ou de la variation du champ magnétique dans lequel se trouve le contour), une force électromotrice est induite dans le contour, d'expression

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{3.48}$$

(loi de Faraday). Si le contour a une forme compliquée (fig. III. 67), il faudra le projeter sur un plan perpendiculaire au champ ; pour chaque contour fermé (1, 2, etc.) projeté, on calculera la f.é.m. d'induction d'après la formule (3.48) et on fera la somme de ces f.é.m. Pour une bobine constituée de n spires avec la même $\frac{d\Phi}{dt}$, la f.é.m. d'induction est n fois plus grande que pour une spire.

Une autre loi importante s'impose aussi dans les phénomènes d'induction électromagnétique : *le sens des courants induits est tel qu'ils s'opposent aux causes qui les produisent* (*loi de Lenz*). Lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique, il y apparaît un courant induit dont le sens est tel que la force ampérienne avec laquelle le champ magnétique s'exerce sur ce courant s'oppose au mouvement du conducteur. Lorsqu'un conducteur tourne dans un champ magnétique, le sens du courant induit est tel que le moment

mécanique avec lequel le champ magnétique agit sur ce contour s'oppose à sa rotation. Si un contour immobile est placé dans un champ magnétique variable, le courant induit dans ce conducteur a un sens tel que le champ magnétique de ce courant lui-même s'oppose à la variation du champ magnétique extérieur (si le flux magnétique Φ à travers l'aire du contour croît, le champ magnétique du courant induit a tendance à le diminuer, c'est-à-dire que B_{ind} est dirigé contre B_{ext} du champ extérieur, et inversement, si Φ décroît, le champ magnétique propre du courant induit est de même sens que B_{ext}). Dans tous les exemples énumérés, les courants induits s'opposent aux causes qui les produisent (aux actions extérieures sur le contour).

§ 23. Phénomènes d'autoinduction et d'induction mutuelle. Energie du champ magnétique. Courants de Foucault

L'induction magnétique dans les conducteurs immobiles peut être suscitée au moyen d'un champ magnétique variable créé par un courant électrique variable. Si la f.é.m. d'induction dans un conducteur est suscitée par un courant variable passant dans d'autres conducteurs voisins, ce phénomène est appelé *induction mutuelle* ; si la f.é.m. d'induction est suscitée dans le conducteur même où passe le courant variable, on a alors le phénomène d'autoinduction.

Supposons qu'un conducteur, représenté sur la fig. III. 68,*a* par une bobine avec n spires, soit traversé par un courant I. Ce courant crée autour du conducteur un champ magnétique, de sorte que chaque élément du conducteur Δl_i se trouve dans le champ magnétique H_i créé en ce lieu par les autres éléments du conducteur ; la grandeur du vecteur $\boldsymbol{H}_i$ dépend de l'intensité du courant et de la disposition des autres éléments du conducteur, c'est-à-dire de sa forme. Si le courant I varie dans le temps, $\boldsymbol{H}_i$ varie aussi, et une f.é.m. $\Delta\mathcal{E}_i$ est induite aux extrémités de l'élément Δl_i. Puisque tous les éléments Δl_i sont associés en série, la f.é.m. totale induite aux extrémités *1* et *2* du conducteur est égale à $\boldsymbol{E}_{ind}=\Sigma\Delta\mathcal{E}_i$. Toutefois, cette somme peut contenir également des termes négatifs, étant donné que le signe de $\Delta\mathcal{E}_i$ dépend de l'orientation des éléments Δl_i par rapport au vecteur $\boldsymbol{H}_i$. Si, par exemple, pour les tronçons Δl_i (fig. III. 68, *b*)

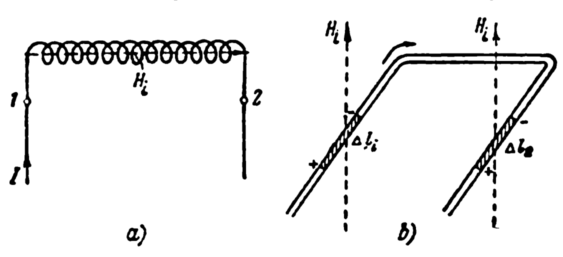


Fig. III. 68.

le signe de $\Delta\mathcal{E}_i$, conformément au sens du courant indiqué par la flèche, est positif, alors le signe de $\Delta\mathcal{E}_k$ pour l'élément Δl_k associé en série est négatif. Les solénoïdes longs se distinguent sous ce rapport ; dans ces solénoïdes, l'angle entre les éléments de spires Δl_i et la direction du champ magnétique est partout le même et tous les $\Delta\mathcal{E}_i$ ont le même signe.

Le calcul de la f.é.m. d'induction pour chaque tronçon de conducteur en fonction de sa forme tout entière et de la vitesse de variation de l'intensité du courant présente dans le cas général de grandes difficultés. Bornons-nous au cas d'un solénoïde long. Le champ magnétique d'un tel solénoïde est concentré à l'intérieur et on peut admettre qu'il est uniforme (voir § 18). Supposons que tout le volume du champ magnétique du solénoïde soit rempli par un magnétique homogène de perméabilité magnétique μ. Alors le flux magnétique Φ_1 traversant chaque spire de section S est égal à :

$$\Phi_1 = BS = \mu_0\mu HS = \mu_0\mu \frac{In}{l} S, \tag{3.49}$$

où l est la longueur du solénoïde, n le nombre de spires. Si l'intensité du courant dans le solénoïde varie avec le temps, le flux magnétique Φ_1 embrassé par chaque spire varie aussi, et, en vertu de la loi d'induction électromagnétique de Faraday, il apparaît dans chaque spire une f.é.m. égale à

$$\Delta\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d}{dt}\left(\mu_0\mu \frac{In}{l} S\right).$$

Dans les n spires associées en série constituant le solénoïde, la f.é.m. d'autoinduction totale est :

$$\mathcal{E}_{autoind} = \sum \Delta\mathcal{E}_1 = n\,\Delta\mathcal{E}_1 = -\frac{d}{dt}\left(\mu_0\mu \frac{In^2}{l} S\right). \tag{3.50}$$

Etant donné qu'entre les spires du solénoïde s'exercent, en vertu de la loi d'Ampère, des forces mécaniques dépendant du courant I, si ce courant varie dans un solénoïde libre, ses dimensions (notamment la longueur) peuvent quelque peu varier. Cependant, cette variation est insignifiante et on l'omet habituellement. Supposons les forces déformant le solénoïde très petites, et donc l et S constants. La perméabilité magnétique de la matière se trouvant dans le solénoïde dépend du champ magnétisant créé par le courant dans le solénoïde. Pour les corps ferromagnétiques (fer, alliages magnétiques, etc.) cette dépendance est très forte, et si le solénoïde contient un noyau ferromagnétique, le flux magnétique Φ_1 varie non seulement par suite de la variation de l'intensité du courant I, mais aussi de celle du μ. Posons, pour simplifier l'écriture

$$L = \mu_0\mu \frac{n^2}{l} S. \tag{3.51}$$

Alors,

$$\mathscr{E}_{autoind} = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt} - I\frac{dL}{dt}. \qquad (3.52)$$

Si L reste constant, par exemple pour un solénoïde sans noyau, la f.é.m. d'autoinduction est proportionnelle à la vitesse de variation de l'intensité du courant dans le conducteur :

$$\mathscr{E}_{autoind} = -L\frac{dI}{dt}. \qquad (3.53)$$

Il résulte de la formule (3.52) qu'une f.é.m. d'autoinduction peut être obtenue à courant constant pourvu que l'induction L du contour varie.

Revenons à la formule (3.50) ; on a

$$\mathscr{E}_{autoind} = -n\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}(n\Phi_1) = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3.54)$$

Cela signifie que pour le calcul de la f.é.m. d'autoinduction d'après la formule de Faraday le solénoïde peut être considéré soit comme un ensemble de n spires associées en série et embrassant un seul et même flux Φ_1, soit encore comme un conducteur fermé de forme complexe embrassant le flux magnétique

$$\Phi = n\Phi_1 = \mu_0\mu\frac{In^2}{l}S = LI. \qquad (3.55)$$

Cependant, il ne faut pas oublier qu'on a, en fait, à l'intérieur du solénoïde non pas le flux Φ, mais seulement le flux Φ_1 défini par la formule (3.49). Si, par exemple, on coupe une partie des spires du solénoïde (mais le solénoïde restant long comme auparavant) et si on le fait parcourir encore par le même courant I, Φ_1 ne varie pas, alors que Φ diminue proportionnellement au nombre de spires coupées. La multiplication par le nombre de spires dans la formule (3.50) est due à ce que la variation du flux magnétique Φ_1 crée une f.é.m. d'autoinduction simultanément dans n spires associées en série.

Nous avons examiné ci-dessus l'autoinduction dans un solénoïde long avec un noyau homogène. Dans le cas général on peut également utiliser les formules (3.52) et (3.53) pour les conducteurs de forme quelconque si l'on trouve le flux magnétique

$$\Phi = LI, \qquad (3.56)$$

embrassé par un conducteur parcouru par le courant d'intensité I. La proportionnalité entre Φ et I est évidente, puisque, en vertu de l'exposé du §18, le champ magnétique en différents lieux autour d'un conducteur de forme arbitraire est directement proportionnel à l'intensité du courant dans le conducteur.

Ainsi donc, deux forces électromotrices s'exercent dans un conducteur parcouru par un courant variable :

1) la f.é.m. de la source créant le courant I, et

2) la f.é.m. d'autoinduction proportionnelle à la vitesse de variation de ce courant.

Le signe moins dans les formules (3.52) et (3.53) exprime la loi de Lenz (cf. § 22). Si le courant I dans le contour croît, la dérivée $\frac{dI}{dt}$ est positive, et la f.é.m. d'autoinduction, d'après (3.53), négative. Cela signifie que lors du mouvement des charges dans le contour la f.é.m. d'autoinduction effectue un travail négatif, c'est-à-dire ralentit le mouvement des charges et, par là-même, réduit l'intensité du courant dans le contour. On peut également affirmer que dans ce cas la f.é.m. d'autoinduction induit dans le contour un courant qui s'oppose au courant fondamental, ou encore un champ électrique $E_{auto\,ind}$ dirigé contre le champ E créé par la source. Mais si le courant dans le conducteur décroît, la variation $\frac{dI}{dt}$ est négative, et la f.é.m. d'autoinduction positive. Par conséquent, le travail de cette f.é.m. est positif, et le courant et le champ électrique $E_{autoind}$ induits sont de même sens que le courant fondamental. Alors la f.é.m. d'autoinduction s'oppose encore à la cause qui la produit, à savoir la variation du courant fondamental. Ainsi, la f.é.m. d'autoinduction ou les courants induits qui lui sont dus sont une réaction du contour parcouru par le courant contre l'action extérieure faisant varier le courant dans le contour.

Le calcul des courants variables dans les contours dans le cas général est un problème complexe : la variation de l'intensité du courant provoquée à l'instant donné en un point quelconque du contour (par exemple au voisinage des pôles de la source de courant) se propage dans le conducteur avec une certaine vitesse finie ; aussi, si les variations sont très rapides et les dimensions du contour très grandes, l'intensité du courant dans le contour n'arrive pas à s'égaliser et elle est différente en différents points.

Nous nous intéresserons seulement à des contours de petites dimensions et à des courants à variations relativement lentes ; on pourra admettre alors que, à l'instant donné, l'intensité du courant est partout la même dans le contour (de tels courants sont dits *quasi stationnaires*). On peut alors appliquer les lois d'Ohm et de Kirchhoff, tenant compte de l'existence de la f.é.m. d'autoinduction. Pour un contour simple (non dérivé) contenant une résistance, la chute de tension totale à chaque instant est égale à la somme des f.é.m. agissant dans le circuit :

$$IR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{autoind}; \quad I = \frac{\mathcal{E} - \frac{d}{dt}(LI)}{R}. \tag{3.57}$$

Dans le cas particulier où L=Cte,

$$I = \frac{\mathcal{E} - L\frac{dI}{dt}}{R}. \tag{3.58}$$

Par conséquent, le courant I est constitué de deux parties : du courant $I=\frac{\mathscr{E}}{R}$ dû à la source et du courant d'induction $I_{act}=-\frac{L}{R}\frac{dI}{dt}$, créé par la f.é.m. d'autoinduction.

Dans certains cas la f.é.m. d'autoinduction peut être bien plus grande que la f.é.m. de la source principale. Ainsi, lorsqu'on coupe un courant, $\frac{dI}{dt}$ prend une grande valeur, et, même lorsque l'inductance L est petite, il apparaît dans le contour une grande f.é.m. d'autoinduction. Les courants induits qui apparaissent pendant la fermeture ou la coupure d'un circuit sont parfois appelés *extracourants.*

L'inductance des conducteurs L dépend de leur forme et de leurs dimensions. Recopions la formule de l'inductance d'un solénoïde long à enroulement serré et noyau homogène sous la forme

$$L=k_0\mu\,\frac{4\pi n^2}{l}\,S, \tag{3.59}$$

où l'on donnera au coefficient k_0 différentes valeurs selon le système d'unités choisi. Dans le système international

$$k_0=\frac{\mu_0}{4\pi}, \tag{3.60}$$

et la formule (3.59) coïncide avec (3.51). L'unité d'inductance est le henry (H), que l'on peut définir, par exemple, à partir de la formule (3.53) : *le henry est l'inductance d'un conducteur entre les extrémités duquel une variation de courant de 1 A/s produit une f.é.m. de 1 V.* En vertu de (3.55), le henry est l'inductance d'un conducteur qui parcouru par un courant de 1 A « embrasse » un flux magnétique de 1 weber. Ainsi :

$$1\ henry=\frac{1\ volt}{1\ ampère/s}=\frac{weber}{ampère}.$$

Ceci étant, la perméabilité magnétique du vide μ_0 s'exprime en henry/mètre :

$$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{henry}{m};\quad k_0=\frac{\mu_0}{4\pi}=10^{-7}\,\frac{henry}{m}.$$

Ecrivons quelques formules d'inductance :

1) fil unique rectiligne de section circulaire de longueur l:

$$L=k_0\cdot2\mu l\ \ln\frac{2l}{r} \tag{3.61}$$

(r est le rayon de la section) ;

2) solénoïde de longueur l constitué de n spires de rayon R:

$$L=k_0\mu\,\frac{4\pi n^2}{l^2}\,S\left(\sqrt{l^2+R^2}-R\right) \tag{3.62}$$

($S=\pi R^2$ est la surface d'une spire). Lorsque $l \gg R$, cette formule se réduit à (3.59) :

3) conducteur de section circulaire (de rayon r) en forme de cercle de rayon R:

$$L = k_0\mu 4\pi R \sqrt{\ln\frac{8R}{r} - 2}.$$

Par la suite toutes les formules seront écrites dans le système international (SI), dans le système CGMS on pose $k_0 = 1$.

Considérons l'induction mutuelle entre deux conducteurs représentés sur la fig. III. 69 par deux bobines constituées de n_1 et n_2 spires enroulées sur un noyau commun de perméabilité magnétique μ. Supposons que le premier conducteur soit parcouru par un courant alternatif I_1, créant autour de soi un champ magnétique variable. Ce champ variable agit sur les charges libres de la seconde bobine et les met en mouvement. Si le second conducteur est ouvert, le champ électrostatique qui apparaît lors de la redistribution des charges s'oppose à leur mouvement dans le conducteur. Si des électrons viennent s'accumuler à une extrémité, à l'autre les charges positives du réseau ionique du métal perdent des électrons. Il suffit d'une redistribution insignifiante des charges dans le conducteur pour qu'apparaissent entre elles des forces électrostatiques eE arrêtant leur mouvement ; voilà pourquoi un courant alternatif très faible est excité dans un contour ouvert. La différence de potentiel aux extrémités de ce contour varie en même temps que le courant dans le premier conducteur.

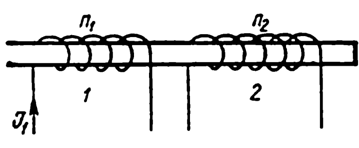


Fig. III. 69.

Si la seconde bobine est fermée, la f.é.m. alternative y produit un courant alternatif. La f.é.m. d'induction agissant dans cette bobine peut être déterminée d'après la loi de Faraday (3.48) ; pour cela, il faut trouver le flux magnétique Φ_2 embrassé par les spires de la bobine et déterminer sa vitesse de variation $\frac{d\Phi_2}{dt}$. Il est évident que Φ_2 dépend :

1) des valeurs du champ magnétique créé par la première bobine aux points où se trouvent les éléments de la seconde. Ces valeurs sont déterminées par l'intensité du courant I_1 dans la première bobine, par la forme et les dimensions des deux bobines et leur configuration; si la seconde bobine est constituée de n_2 spires identiques embrassant un seul et même flux Φ, on a $\Phi_2=n_2\Phi$;

2) des propriétés magnétiques des corps environnants (ou du milieu), le flux magnétique Φ_2 étant déterminé non pas par le champ H créé par les courants électriques, mais par l'induction B.

Tous les facteurs que l'on vient de mentionner, hormis l'intensité du courant I_1, sont condensés dans une seule grandeur L_{12}, dite in-

duction mutuelle ou coefficient d'induction mutuelle. Alors le flux magnétique embrassé par le second contour peut être mis sous une forme analogue à (3.56) :

$$\Phi_2 = L_{12} I_1. \tag{3.63}$$

En vertu de la loi d'induction électromagnétique de Faraday, la f.é.m. d'induction mutuelle induite dans le second contour par le champ magnétique variable du premier est égale à :

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_{12} I_1). \tag{3.64}$$

Notamment, si la forme, les dimensions et la configuration des conducteurs, ainsi que les perméabilités magnétiques des corps (par exemple du noyau portant les enroulements) ne varient pas, c'est-à-dire si L_{12}=Cte, on a

$$\mathcal{E}_2 = -L_{12}\frac{dI_1}{dt}. \tag{3.65}$$

Désignons la résistance du second contour par R_2 ; alors l'intensité du courant induit dans ce contour par la f.é.m. d'induction mutuelle $\mathcal{E}_2$ s'écrit :

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{R_2} = -\frac{1}{R_2}\frac{d}{dt}(L_{12} I_1).$$

Le courant alternatif I_2 induit dans le second contour crée son propre champ magnétique variable et peut, à son tour, créer une f.é.m. d'induction dans le premier contour. Introduisons le coefficient L_{21}, tenant compte de la forme, des dimensions et de la configuration des contours, ainsi que des propriétés magnétiques des corps environnants. Le flux magnétique Φ_1 et la force électromotrice $\mathcal{E}_1$ induits dans le premier contour par le courant alternatif du second s'écrivent :

$$\Phi_1 = L_{21} I_2 ; \quad \mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}(L_{21} I_2). \tag{3.66}$$

Ainsi, il y a entre les contours couplage électromagnétique. Tout changement dans le premier contour se répercute, dans telle ou telle mesure, dans le second. Analytiquement, ce lien peut être écrit sous forme de système d'équations exprimant les lois de Kirchhoff pour les contours interagissants. En tenant compte de l'autoinduction et de l'induction mutuelle et supposant les courants quasi stationnaires, on peut écrire la loi de Kirchhoff pour le premier contour :

$$I_1 R_1 = \mathcal{E} - \frac{d}{dt}(L_1 I_1) - \frac{d}{dt}(L_{21} I_2). \tag{3.67}$$

Si le second contour ne contient pas de source, seules y agissent des forces d'autoinduction et d'induction mutuelle :

$$I_2 R_2 = -\frac{d}{dt}(L_{21} I_2) - \frac{d}{dt}(L_{12} I_1). \tag{3.68}$$

Les coefficients d'induction mutuelle L_{12} et L_{21} sont des coefficients de proportionnalité entre le flux magnétique et l'intensité du courant ; aussi doivent-ils être mesurés dans les mêmes unités que le coefficient d'autoinduction, c'est-à-dire en henrys et en centimètres.

L'induction mutuelle entre des enroulements est utilisée dans les transformateurs pour élever ou réduire la tension des courants alternatifs (de fréquences jusqu'à 1000 *Hz*). Considérons deux bobines constituées de n_1 et de n_2 spires enroulées sur un noyau fermé (fig. III. 70) en matériau ferromagnétique. Alors le champ magnétique intense du noyau aimanté participe également à la réalisation du couplage entre les bobines. La variation du champ magnétique d'une bobine provoque la variation de l'aimantation du noyau dans toute sa longueur, et donc à l'endroit où se trouve la seconde bobine. Faisant abstraction de la dispersion du flux magnétique le long du noyau (cf. § 26), on peut admettre qu'il passe dans les sections des deux bobines un seul et même flux magnétique Φ embrassé n_1 fois par la première bobine et n_2 fois par la seconde ; par conséquent,

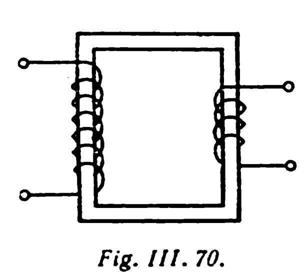


Fig. III. 70.

$$\Phi_1 = n_1\Phi; \quad \Phi_2 = n_2\Phi. \tag{3.69}$$

Les f.é.m. d'induction excitées dans les bobines par suite de la variation de Φ dans le temps sont égales à :

$$\mathscr{E}_1 = -n_1 \frac{d\Phi}{dt}; \qquad \mathscr{E}_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}; \qquad \frac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_2} = \frac{n_1}{n_2}. \tag{3.70}$$

Etant donné que les deux bobines prennent part à l'aimantation du noyau, c'est-à-dire à la création du flux magnétique Φ, par leurs courants I_1 et I_2, on déduit que $\mathscr{E}_1$ et $\mathscr{E}_2$ sont les f.é.m. totales d'autoinduction et d'induction mutuelle. On peut alors recopier les formules (3.67) et (3.68) comme suit :

$$I_1R_1 = \mathscr{E} - \mathscr{E}_1; \quad I_2R_2 = -\mathscr{E}_2. \tag{3.71}$$

Ici tous les courants et f.é.m. sont des fonctions du temps, aussi ces relations sont-elles observées à chaque instant. Si la chute de tension dans la première bobine est petite, c'est-à-dire si $I_1R_1 \approx 0$, on a $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}$, et il résulte alors de la formule (3.70) que le rapport de la f.é.m. de la source de courant agissant dans la première bobine et de la f.é.m. d'induction agissant dans la seconde bobine est égal au rapport des nombres de spires correspondant. Par conséquent, un système de deux bobines réunies par un noyau ferromagnétique constitue un transformateur, à l'aide duquel on peut élever ou abaisser la tension d'un courant alternatif.

Lors des phénomènes d'induction mutuelle on observe dans le second contour l'apparition d'énergie : fermant ce contour sur une

résistance R_2, il s'y dégage pendant le temps dt, l'intensité étant I_2, la chaleur $dQ = I_2^2 R_2 dt$. Conformément à la loi de conservation de l'énergie, cette énergie ne peut être qu'empruntée à l'extérieur (il n'y a dans ce contour aucun changement pouvant servir de source d'énergie). Les observations montrent que lors de la fermeture du second contour (c'est-à-dire lors de l'apparition du courant ou de sa variation dans ce contour) il y a variation de l'énergie du courant électrique dans le premier contour. Analytiquement, ceci résulte des relations (3.67). Ainsi donc, on peut affirmer que la source d'énergie du second contour est l'énergie du courant électrique parcourant le premier. Etant donné que l'interaction des contours n'est réalisée que grâce *au champ magnétique*, on peut supposer que ce champ est le « porteur » d'énergie et que l'énergie du champ magnétique passe du premier contour au second.

L'énergie du champ magnétique doit dépendre de la valeur du champ H ou de l'induction B en divers points de ce champ. Pour le champ magnétique, ces grandeurs sont proportionnelles à l'intensité du courant, aussi chaque augmentation ou diminution de l'intensité du courant dans le conducteur doit-elle signifier une variation correspondante de l'énergie du champ magnétique lié à ce courant. Pour le calcul de l'énergie du champ magnétique, considérons un seul contour de résistance nulle et d'inductance L, et supposons que l'on referme à un certain instant ce contour sur une source de courant. Lorsque le courant croît de 0 à I dans le contour, l'énergie de son champ magnétique croît. Cette énergie est dégagée par la source de courant travaillant contre la f.é.m. d'autoinduction, qui, d'après la loi de Lenz, s'oppose à l'accroissement du courant. Calculons le travail effectué contre la f.é.m. d'autoinduction lorsque le courant croît dans le contour de 0 à I. Pendant le temps dt il y a transport dans le contour de la charge $dq = I\,dt$ et la f.é.m. d'induction effectue le travail

$$dW = -\mathcal{E}_{autoind}\,dq = L\frac{dI}{dt}\,I\,dt = LI\,dI. \qquad (3.72)$$

Faisant la somme de ces travaux lorsque le courant croît de 0 à I, il vient

$$W = \int_0^I LI\,dI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (3.73)$$

On suppose en outre que l'induction du contour ne varie pas avec l'intensité du courant.

Notons que ce travail ne dépend ni du temps pendant lequel le courant dans le conducteur varie de 0 à I, ni de la manière dont a crû ce courant, ni de la constance ou non de la f.é.m. de la source. Si le courant I passant dans le conducteur dans un sens déterminé décroît, $\frac{dI}{dt}$ est négatif, et la force électromotrice d'autoinduction,

avec la source de courant, effectue un travail positif. Pour toute variation de l'intensité du courant dans le conducteur, W croît ($I_2>I_1$) ou décroît ($I_2<I_1$)

$$\Delta W=\frac{LI_2^2-LI_1^2}{2}.$$

L'expression $W=\frac{LI^2}{2}$ est appelée l'énergie du champ magnétique autour du conducteur d'inductance L parcouru par le courant I. L'augmentation de cette énergie est possible aux dépens d'un travail positif de la source de courant ; la diminution de cette énergie signifie que le champ magnétique du courant ou la force électromotrice d'autoinduction effectuent un travail extérieur positif.

L'énergie du champ magnétique (ainsi que le champ lui-même) se distribue dans tout l'espace entourant le conducteur parcouru par le courant. Aussi peut-on établir le lien entre l'énergie contenue dans l'unité de volume du champ et la valeur du champ magnétique. On peut établir ce lien en envisageant un conducteur quelconque parcouru par un courant, pour lequel on peut calculer L et le champ. Le plus commode à cet effet est de considérer un solénoïde long et très serré, dont le champ magnétique, et donc son énergie, sont concentrés à l'intérieur du volume Sl (S est l'aire de la section, l la longueur du solénoïde), et l'on peut admettre, avec une précision satisfaisante, que le champ est partout le même dans ce volume. Alors, en vertu des expressions (3.51) et (3.12) pour L et H, on a :

$$W=\frac{1}{2}\mu_0\mu\frac{n^2}{l}S\frac{H^2l^2}{n^2}=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}Sl=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}Sl.$$

Par conséquent, l'énergie magnétique contenue dans l'unité de volume du champ est

$$w=\frac{\mu_0\mu H^2}{2}=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}=\frac{HB}{2}. \qquad (3.74)$$

Cette expression de la densité de l'énergie du champ magnétique convient également au champ créé par des conducteurs de n'importe quelle forme, ainsi qu'aux champs des aimants *permanents*.

Les courants induits peuvent être engendrés non seulement dans les fils fins habituellement utilisés en électricité et radio, mais encore dans des conducteurs massifs de grandes dimensions : dans des morceaux de métaux, dans les tambours et disques d'appareils, dans les noyaux de bobines, etc. Les courants dans de tels conducteurs pleins sont le mouvement de charges libres (électrons) sur des courbes fermées, tel un mouvement tourbillonnaire ; de tels courants induits dans des corps massifs sont appelés *courants de Foucault*.

Pour les courants de ce genre la résistance du conducteur est très faible, les lignes de courant étant petites et les dimensions « transversales » du conducteur grandes. C'est pourquoi, même lorsque les f.é.m. d'induction excitées sont très faibles, les courants de Fou-

cault atteignent de grandes valeurs et peuvent échauffer fortement les corps. Les courants de Foucault sont particulièrement intenses dans les corps massifs placés dans le champ magnétique variant très rapidement des courants de haute fréquence, pour lesquels $\frac{dI}{dt}$ et, par conséquent, la f.é.m. d'autoinduction ont de grandes valeurs. Les courants de Foucault sont utilisés, par exemple, pour l'échauffement et la fusion de métaux conducteurs dans le vide.

En outre, on peut utiliser l'interaction des courants de Foucault dans les corps et le champ magnétique extérieur pour mettre ces corps en mouvement ou pour les freiner, ou pour amortir des oscillations. Ainsi, si une tige magnétique (ou une aiguille) oscille au voisinage d'un conducteur massif, des courants sont induits dans ce conducteur et leur interaction avec la tige oscillante s'oppose, en vertu de la loi de Lenz, à ces oscillations. Toutefois nous n'aurions pas d'oscillations amorties si l'énergie des courants induits ne se transformait pas en chaleur.

§ 24. Courant de déplacement et son champ magnétique. Généralisation de la loi du courant total et de la loi d'induction électromagnétique ; théorie de Maxwell

Il a été dit au § 23 que des courants peuvent être induits dans un contour ouvert dans un champ magnétique variable. Supposons qu'un tronçon $a - b$ de conducteur (fig. III. 71) se trouve dans un champ magnétique variable $B(t)$. La force électromotrice induite dans ce conducteur déplace les électrons vers l'extrémité (*1*) ou (*2*) du conducteur. Désignons les potentiels de ces extrémités par V_1 et V_2. A chaque instant, la différence de potentiel $V_1 - V_2$ est égale à la f.é.m. d'induction. La quantité d'électricité q mise en mouvement, et donc l'intensité du courant à divers instants, dépendent de la capacité du contour : $q = C(V_1 - V_2)$; $I = \frac{dq}{dt}$. Si l'on réunit aux extrémités *1* et *2* du conducteur les armatures d'un condensateur de grande capacité (pour que l'on puisse négliger la capacité du conducteur dans les calculs), pour une $\mathscr{E}_{ind}$ donnée, on peut obtenir dans ce circuit ouvert des courants considérables d'intensité

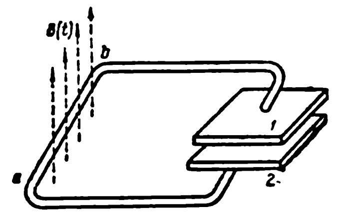


Fig. III. 71.

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}[C(V_1 - V_2)] = \frac{d}{dt} C \mathscr{E}_{ind} = C \frac{d\mathscr{E}_{ind}}{dt}$$

proportionnelle à la capacité du condensateur et à la vitesse de variation de la f.é.m. d'induction. Si $\mathscr{E}_{ind}$ est constante, la différence

de potentiel entre les armatures du condensateur est aussi constante et il n'y a pas de courant dans le conducteur.

Dans le système considéré le mouvement d'ensemble des charges (électrons) existe seulement dans le conducteur réunissant les armatures. Les charges se mouvant dans ce conducteur ont leur propre champ magnétique, qui varie en même temps que la grandeur et le sens du courant d'induction I. Toutefois, le mouvement ordonné des électrons est interrompu aux armatures du condensateur ; la question se pose : y a-t-il en cet endroit évanouissement du champ magnétique, qui est toujours lié au courant et qui en est une caractéristique importante? Maxwell a émis l'hypothèse (confirmée par la suite par l'expérience) que le *champ magnétique existe également entre les armatures du condensateur*, mais seulement en vertu de la variation temporelle du champ électrique en ce lieu. Dans l'espace où existe un champ électrique variable est engendré un champ magnétique H directement proportionnel en grandeur à la vitesse de variation du vecteur induction du champ électrique $\frac{dD}{dt}$ et perpendiculaire à ce vecteur (ici et dans la suite $\frac{dD}{dt}$ représente la dérivée par rapport au temps, les coordonnés x, y et z étant constantes).

Par conséquent, si un champ électrique varie dans le temps, ce champ n'est plus de nature « purement » électrique ; il contient encore un champ magnétique, qui lui est indissolublement lié et qui en résulte. Un tel champ est dit électromagnétique.

Le champ magnétique est considéré comme une caractéristique fondamentale du courant électrique ; ce champ existe toujours autour des charges en mouvement, des flux de particules chargées, notamment autour du courant de conduction dans les métaux. Un courant électrique engendre toujours un champ magnétique. Mais la réciproque est aussi vraie : s'il y a champ magnétique, il résulte forcément d'un courant électrique. Notamment, on peut supposer que le champ magnétique entre les armatures d'un condensateur est dû à un courant particulier ; Maxwell l'appelle « courant de déplacement ». D'après lui, ce courant de déplacement n'est pas lié à un mouvement ordonné de charges dans l'espace entre les conducteurs ; il peut exister aussi dans le vide, lorsqu'il n'y a entre les armatures aucune matière. Il importe seulement qu'il y ait un champ électrique variable, donnant naissance au courant de déplacement et au champ magnétique qui lui est lié.

Trouvons la formule permettant de calculer l'intensité du courant de déplacement en fonction de la vitesse de variation du champ électrique. Pour le contour que nous avons considéré, supposons que la distance entre les armatures soit très petite, et donc que le champ électrique y soit uniforme et concentré seulement entre les armatures du condensateur (nous négligeons le champ électrique en dehors du condensateur). Alors le vecteur induction du champ électrique dans

l'espace entre les armatures a pour grandeur $D=\sigma=\frac{q}{s}$, q étan la charge d'une armature et S sa surface. Comme D et q varient dans le temps, on calcule leurs dérivées :

$$\frac{dq}{dt}=\frac{dD}{dt}S.$$

Or $\frac{dq}{dt}$, qui est la quantité d'électricité qui aboutit ou quitte les armatures du condensateur dans l'unité de temps, est aussi l'intensité du courant dans le conducteur à l'instant donné (nous admettrons qu'elle est constante dans n'importe quelle section). Conformément à l'hypothèse de Maxwell, les « courants de déplacement » dans les contours ouverts ferment les courants de conduction et leur sont égaux en grandeur. Par conséquent $I=\frac{dq}{dt}$ est aussi l'intensité du « courant de déplacement » et $\frac{I}{S}=i_{dép}$ la *densité* de ce courant dans l'espace entre les armatures ; par conséquent :

$$i_{dép}=\frac{dD}{dt}. \tag{3.75}$$

Cette formule est employée dans tous les cas où l'on a un champ électrique variable. Ainsi, toute variation du champ électrique, que ce soit dans le vide ou dans la matière, crée un « courant de déplacement », et donc un champ magnétique qui lui est inhérent.

Cependant, le mouvement ordonné de charges peut exister non seulement dans un conducteur, mais aussi dans un diélectrique. Si l'on a entre les armatures d'un condensateur un diélectrique, alors $\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{E}+\boldsymbol{P}$, où $\boldsymbol{E}$ est le champ électrique, $\boldsymbol{P}$ le vecteur polarisation (voir § 6, chap. I).
Alors

$$i_{dép}=\frac{dD}{dt}=\varepsilon_0\frac{dE}{dt}+\frac{dP}{dt}.$$

La variation du vecteur polarisation dans le temps $\frac{dP}{dt}$ caractérise un certain mouvement ordonné des charges liées dans le diélectrique, dit courant de polarisation ; aussi le courant de déplacement « pur » introduit par Maxwell est $\varepsilon_0\frac{dP}{dt}$; ce courant ne dégage pas de chaleur, mais crée un champ magnétique.

Par ailleurs, le « courant de déplacement » (bien que très faible) peut exister non seulement dans le vide et les diélectriques, mais aussi dans les conducteurs, s'ils sont le siège d'un champ électrique variable. Supposons qu'un conducteur soit parcouru par un courant sinusoïdal de densité $i=i_0 \sin \omega t$ (ω étant la pulsation). Le champ électrique E est lié à la densité du courant dans le conducteur par la

loi d'Ohm : $i=\frac{1}{\rho}E$ (ρ étant la résistivité), donc $E=\rho i=\rho i_0 \sin \omega t=$ $=E_0 \sin \omega t$. La densité du courant de déplacement « pur » est :

$$i_{d\acute{e}p}=\varepsilon_0 \frac{dE}{dt}=\varepsilon_0 \rho i_0 \omega \cos \omega t.$$

Pour les conducteurs métalliques, même aux grandes fréquences, le produit $\rho\omega$ est très petit et $i_{d\acute{e}p}/i_0 \ll 1$.

Maxwell à introduit également la notion de courant total, égal à la somme du courant de conduction et du courant de déplacement.

$$I_{total}=I+I_{d\acute{e}p}. \tag{3.76}$$

Dans un contour électrique ouvert le courant total est toujours *fermé*, c'est-à-dire que les lignes de ce courant dans une certaine partie sont liées au mouvement ordonné des charges, et au champ électrique variable dans une autre partie. Dans le vide ($\rho=\infty$), les courants de conduction et de polarisation n'existent pas ; seul existe le courant de déplacement.

Considérons maintenant la question de la nature des forces avec lesquelles le champ magnétique variable $B(t)$ agit sur les charges libres du conducteur (tronçon $a-b$ sur la fig. III.71) et suscite dans le contour des courants induits. Désignons la force sollicitant la charge e par f. Le rapport f/e peut être appelé intensité du champ d'induction ; il faut établir quelle est la nature du champ d'induction, s'il est un champ électrique ou un champ nouveau agissant sur les charges avec des forces particulières (non électriques).

Maxwell a suggéré que le « champ d'induction $E_{ind}=f/e$ est un *champ électrique*. Dans ce cas le phénomène d'induction électromagnétique consiste dans le fait qu'un champ magnétique variable donne naissance dans les conducteurs à un champ électrique, qui met en mouvement les charges libres et, par là-même, crée des courants induits. Cependant, Maxwell généralisa cette loi en supposant que le champ électrique E_{ind} est excité non seulement dans les matières (où il y a des charges), mais aussi dans le vide ; d'après Maxwell, dans un espace où existe un *champ magnétique variable* est engendré un champ électrique E_{ind}, dont la grandeur est en chaque point proportionnelle à la vitesse de la variation du vecteur induction du champ magnétique $\frac{dB}{dt}$ et qui est situé dans un plan normale à ce vecteur.

Par conséquent, un champ magnétique variable n'est plus un champ magnétique « pur » ; il contient encore un champ électrique qui lui est indissolublement lié et à qui il doit son existence. Ce champ est aussi *électromagnétique*.

Donnons la transcription mathématique des phénomènes électromagnétiques considérés par Maxwell. Le champ magnétique étant créé non seulement par des charges mobiles (courants de conduction), mais aussi par un champ électrique variable (courants de déplacement), il conviendra de remplacer I dans la formule de la circulation du champ magnétique $\oint H dl=I$ par le courant total

$$\oint H dl=I_{total}=I+I_{d\acute{e}p}. \tag{3.77}$$

C'est la loi du courant total généralisée.

Pour caractériser le champ électrique, on peut également prendre diverses courbes fermées et calculer la circulation du champ sur ces courbes $\oint E dl$, c'est-à-dire trouver la somme des produits $E dl=E dl \cos \alpha$, α étant l'angle entre E et dl (dl est l'élément de courbe orienté dans le sens du parcours). Pour le champ électrique créé par

les charges immobiles des corps, cette circulation est toujours nulle (quels que soient la disposition des charges et le contour fermé). Dans les contours parcourus par des courants le champ électrique peut être créé :

1) par les charges électriques en excès concentrées en divers lieux du contour, par exemple dans les armatures d'un condensateur,

2) par des sources de courant douées de f.é.m.,

3) par induction électromagnétique.

Si le contour d'intégration est une ligne fermée, le long de laquelle s'effectue le mouvement ordonné des charges dans les conducteurs du contour, l'intégrale $\oint E dl$ est égale à la somme des f.é.m. des sources de courant intercalées dans le contour. En effet, $F = eE$ est la force appliquée à la charge e (de l'électron), $F dl = eE dl$ le travail pour déplacer cette charge dl, et $\oint F dl = e \oint E dl$ le travail de déplacement sur tout le contour fermé. Le rapport de ce travail à la charge transportée est, par définition, la f.é.m. agissant dans ce contour. S'il y a, en outre, dans le contour excitation d'une f.é.m. d'induction, on a :

$$\oint E\,dl = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt}. \qquad (3.78)$$

D'après la théorie de Maxwell, cette circulation est aussi non nulle pour tout contour fermé dans le vide, pourvu qu'il se trouve dans un champ magnétique variable. Pour le champ électrique résultant d'un champ magnétique variable dans le vide, on a :

$$\oint E\,dl = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (3.79)$$

où $d\Phi/dt$ est la vitesse de variation du flux d'induction magnétique à travers l'aire embrassée par le contour.

Les équations intégrales (3.77), (3.78) et (3.79), interviennent dans divers calculs. Un résultat important de la théorie de Maxwell est sa prédiction de l'existence d'ondes électromagnétiques dans l'espace. En l'absence de conducteurs parcourus de courants, ces équations (3.77) et (3.78) expriment un lien déterminé entre les champs magnétique et électrique :

$$\oint H\,dl = \frac{d(\varepsilon_0 \varepsilon E)}{dt} S; \qquad \oint E\,dl = -\frac{d(\mu_0 \mu H)}{dt} S. \qquad (3.80)$$

Les expériences de Hertz et la découverte de la radio par Popov ont confirmé la prédiction théorique de Maxwell.

En physique moderne le champ électromagnétique est considéré comme une forme particulière de la matière à laquelle s'appliquent les notions physiques fondamentales : énergie, impulsion, masse. Le champ électromagnétique, ainsi que les autres formes de la matière, peut être considéré comme étant constitué de « particules » douées d'une énergie et d'une masse déterminées. L'idée de ces particules (appelées *photons*) s'est révélée très féconde dans l'explication d'un certain nombre de phénomènes où interviennent des champs électromagnétiques de haute fréquence : champ lumineux, rayons X, rayonnement γ. Ces questions feront l'objet de la quatrième partie de ce cours.

§ 25. Champ magnétique dans la matière. Diamagnétisme ; matières paramagnétiques et ferromagnétiques

Dans les atomes et molécules existent des charges mobiles ; l'action du champ magnétique sur les corps est déterminée par le caractère du mouvement de ces charges, leurs vitesses, la forme et la dis-

position des trajectoires dans le corps. Aussi toutes les matières jouissent-elles de propriétés magnétiques ; ces propriétés apparaissent lorsqu'on introduit les corps dans un champ magnétique. On observe alors les phénomènes suivants :

1) le champ agit sur les corps avec certaines forces ou moments mécaniques. Dans un champ non uniforme, les uns (corps *paramagnétiques*) se déplacent dans le sens de la croissance du champ, c'est-à-dire sont attirés dans le champ ; les autres (corps *diamagnétiques*) se déplacent dans le sens de la décroissance du champ, c'est-à-dire sont repoussés par ce dernier. Dans un champ uniforme, les corps allongés (tiges, aiguilles) sont sollicités par des moments mécaniques établissant les corps paramagnétiques dans le sens du champ et les corps diamagnétiques perpendiculairement ;

2) le champ magnétise la matière, et les corps créent leurs propres champs magnétiques, qui se superposent au champ magnétisant fondamental. Chez les corps diamagnétiques le champ propre est dirigé contre le champ extérieur ; chez les corps paramagnétiques le champ propre est dirigé suivant le champ extérieur.

Toutefois, le champ magnétique propre du corps magnétisé dépend, aussi bien dans ce corps que dans l'espace environnant, de ses dimensions et de sa forme (sphère, tige, anneau, etc.). Aussi, étudiant les propriétés magnétiques de la matière, y a-t-il intérêt à choisir des méthodes ne faisant pas intervenir la forme et les dimensions des corps.

Le problème est simplifié si la matière étudiée remplit tout le champ magnétique, par exemple à l'intérieur d'un solénoïde très long à enroulement serré, le champ en dehors de ce solénoïde étant pratiquement nul. Alors, le vecteur $\boldsymbol{B}$ du champ magnétique dans le milieu est constitué du vecteur $\boldsymbol{B}_0 = \mu_0 \boldsymbol{H}$ du champ extérieur magnétisant et du vecteur $\boldsymbol{B}'$ du champ propre de la matière magnétisée :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}', \tag{3.81}$$

$\boldsymbol{B}'$ étant exclusivement déterminé par les propriétés magnétiques de la matière (l'influence de la forme et des dimensions du corps magnétisé est exclue).

Le vecteur $\boldsymbol{B}'$ du champ magnétique propre du milieu peut être représenté en fonction du vecteur $\boldsymbol{B}_0$ du champ magnétisant extérieur :

$$\boldsymbol{B}'(x, y, z) = \chi \boldsymbol{B}_0 (x, y, z). \tag{3.82}$$

La quantité χ appelée susceptibilité magnétique, est une importante caractéristique des propriétés magnétiques de la matière. On a :

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \chi \boldsymbol{B}_0 = (1 + \chi) \boldsymbol{B}_0 = \mu \boldsymbol{B}_0 = \mu_0 \mu \boldsymbol{H}. \tag{3.83}$$

Ainsi, la perméabilité magnétique relative du milieu μ est liée à la susceptibilité magnétique par la relation

$$\mu = 1 + \chi. \tag{3.84}$$

Chez les substances diamagnétiques χ est une quantité négative ($\chi<0$, $\mu<1$) et le vecteur $\boldsymbol{B}'$ est opposé au vecteur $\boldsymbol{B}_0$; chez les substances paramagnétiques χ est une quantité positive ($\chi>0$, $\mu>1$) et le vecteur $\boldsymbol{B}'$ a le même sens que $\boldsymbol{B}_0$. Donnons les valeurs de χ pour quelques substances :

bismuth	$\chi=-16{,}7\cdot10^{-5}$	platine	$\chi=+2{,}93\cdot10^{-4}$
argent	$-2{,}64\cdot10^{-5}$	aluminium	$+2{,}14\cdot10^{-5}$
eau	$-0{,}88\cdot10^{-5}$	oxygène liquide	$+3{,}46\cdot10^{-3}$
hydrogène	$-0{,}208\cdot10^{-8}$	air	$+3{,}65\cdot10^{-7}$

La magnétisation d'une substance est évaluée par le moment magnétique $\boldsymbol{I}$ de son unité de volume ; c'est le moment magnétique résultant de toutes les molécules, atomes et électrons contenus dans ce volume. Le vecteur $\boldsymbol{I}$ est lié au champ $\boldsymbol{H}'$ ou à l'induction $\boldsymbol{B}'$ du champ magnétique propre dans la substance. Pour trouver ce lien, nous nous servirons d'un raisonnement quelque peu incorrect mais simple conduisant à un résultat exact. Supposons que la magnétisation de la substance soit due à la disposition ordonnée des orbites électroniques dans les atomes relativement à la direction du champ extérieur. Découpons dans la substance un volume cylindrique de base S égale à la surface de l'orbite et de longueur l embrassant un grand nombre n de spires. Ce cylindre étant équivalent à un solénoïde long, le champ moyen H' à l'intérieur du cylindre peut être calculé par la formule :

$$H' = \frac{In}{l} = \frac{InS}{lS} = IS\,\frac{n}{lS} = pN,$$

$N = \frac{n}{lS}$ étant le nombre d'orbites dans l'unité de volume de la substance, et $p=IS$ le moment magnétique d'une seule orbite. Ainsi, $\boldsymbol{H}=N\boldsymbol{p}=\boldsymbol{I}$, leurs directions coïncidant pour les substances paramagnétiques et étant opposées pour les substances diamagnétiques. Le vecteur $\boldsymbol{I}$ est appelé intensité d'aimantation ou aimantation de la substance.

Le vecteur induction magnétique du champ magnétique propre de la substance $\boldsymbol{B}'$ est égal, d'après (3.82), à $\chi\boldsymbol{B}$; par ailleurs, $\boldsymbol{B}'=\mu_0\boldsymbol{H}'=\mu_0\boldsymbol{I}$ et $\boldsymbol{B}_0=\mu_0\boldsymbol{H}$, par conséquent le vecteur aimantation peut s'exprimer en fonction du champ magnétisant extérieur $\boldsymbol{H}$: égale à :

$$\boldsymbol{I}=\chi\boldsymbol{H}. \tag{3.85}$$

Par conséquent, lorsqu'une substance est placée dans un champ magnétique extérieur $\boldsymbol{H}(x, y, z)$, l'induction du champ à l'intérieur est égale à :

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_0+\boldsymbol{B}'=\mu_0\boldsymbol{H}+\mu_0\boldsymbol{I}=\mu_0(\boldsymbol{H}+\boldsymbol{I}). \tag{3.86}$$

De cette équation on peut déterminer H ou I d'après les valeurs mesurées de B.

On définit parfois l'intensité d'aimantation et la susceptibilité magnétique pour l'unité de masse de la substance ; désignons-les par I_m et χ_m. On a évidemment $I_m = \frac{1}{\rho} I$, $\chi_m = \frac{1}{\rho}\chi$, ρ étant la densité de la substance.

Notons que les formules (3.82) et (3.85) n'impliquent nullement la constance de la susceptibilité magnétique ; dans certains milieux c'est une fonction compliquée de B_0 (ou de H). Dans ce cas le lien entre le champ magnétique propre de la substance B' et le champ magnétisant extérieur B_0 s'écrit comme avant sous la forme (3.82), mais ce lien n'est plus linéaire. En outre, χ, et donc μ, peuvent avoir différentes valeurs dans différentes directions (par exemple dans un cristal) ; le milieu est anisotrope et les vecteurs $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{H}$ et $\boldsymbol{I}$ peuvent être diversement orientés. La non-linéarité et l'anisotropie des corps exigent une étude plus détaillée de leurs propriétés magnétiques. Si pour un corps (une substance) donné χ et μ sont constantes en tous points et directions quel que soit H, le corps (la substance) est dit linéaire, homogène et isotrope.

Très importantes pour les applications scientifiques et techniques sont les substances ferromagnétiques, se rapportant aux paramagnétiques, mais ayant des susceptibilités et perméabilités très élevées. Tels sont le fer ($\mu = 5000$ à 15 000), le nickel ($\mu \approx 300$), le cobalt ($\mu \approx 180$) et différents alliages magnétiques pouvant ne pas contenir de fer ; par exemple, l'alliage 61,5% de cuivre, 23,5% de manganèse et 15% d'aluminium a $\mu = 235$. Ainsi, chez les substances ferromagnétiques la valeur du vecteur $\boldsymbol{B}'$ du champ magnétique propre est de beaucoup supérieure à celle du vecteur $\boldsymbol{B}_0$ du champ magnétisant extérieur (et a la même direction), alors que chez les substances diamagnétiques et paramagnétiques le champ magnétique propre est bien plus faible que le champ extérieur.

Pour l'établissement des propriétés magnétiques de différentes substances, il faut étudier l'action du champ magnétique sur les charges mobiles dans les molécules et atomes de la substance, notamment sur les électrons gravitant sur leurs orbites. Les axes de rotation des électrons peuvent être orientés sous différents angles par rapport au champ extérieur. Simplifions le raisonnement en remplaçant la rotation ω sur chaque orbite par deux rotations : ω_1 par rapport à un axe dirigé selon le champ, et ω_2 par rapport à un axe perpendiculaire (fig. III.72).

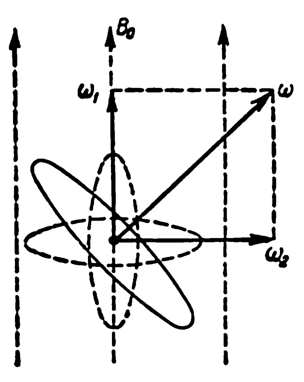


Fig. III. 72.

Le champ agit sur l'orbite d'axe de rotation ω_2 seulement par un moment tournant. Faisant la somme de ces moments relatifs à toutes les orbites électroniques du corps considéré, on peut trouver le moment résultant qui agit sur le corps. Si le corps n'est pas magnétisé et s'il n'y a aucun ordre dans les orientations des orbites électroniques, ce moment résultant est nul. Pour un corps magnétisé, possédant un certain ordre dans la disposition des orbites électroniques, le moment tournant n'est pas nul.

Voyons à présent quelle est l'action du champ magnétique sur la rotation de l'électron dans un plan perpendiculaire au champ. Supposons que, dans un champ magnétique uniforme, l'électron tourne autour d'une charge q sur un cercle de rayon r avec la vitesse v_0. La force coulombienne $F_C = k\frac{eq}{r^2}$ est une force centripète, et en l'absence de champ :

$$\frac{mv_0^2}{r} = k_0\frac{eq}{r^2}; \quad v_0 = \sqrt{k_0\frac{eq}{rm}}. \tag{3.87}$$

Le moment magnétique de l'orbite est, d'après (3.28).

$$p_0 = \frac{1}{2}ev_0 r. \tag{3.88}$$

Dans un champ B_0 l'électron est sollicité par une force de Lorentz de grandeur $F_l = evB_0$; le plan de l'orbite étant perpendiculaire à B_0, la force de Lorentz sera, en

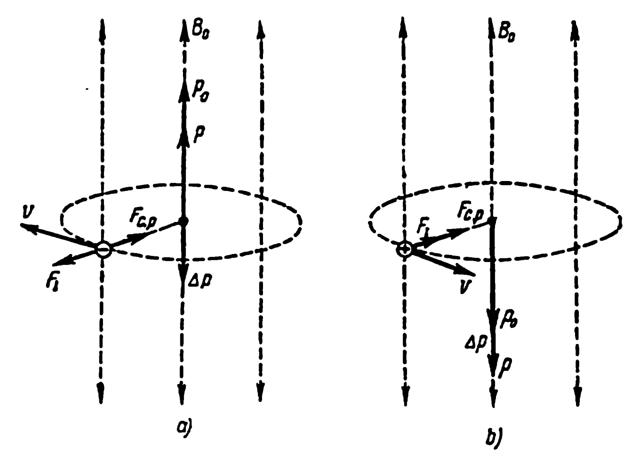


Fig. III. 73.

fonction du sens de la rotation du mouvement sur son orbite, ou bien dirigée vers l'axe (orbite « *a* », fig. III.73), ou bien encore dans le sens opposé à l'axe de rotation (orbite « *b* »). Il faudra alors écrire au lieu de (3.87) et (3.88) :

$$\frac{mv^2}{r} = k_0\frac{eq}{r^2} \pm evB_0; \quad p = \frac{1}{2}evr. \tag{3.89}$$

Par conséquent, la vitesse v_0 de l'électron sur son orbite dans un champ doit être différente de la vitesse v en dehors d'un champ. Trouvons la différence de ces vitesses à partir de (3.89) et (3.87) :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{mv_0^2}{r} \pm evB_0; \quad \pm\frac{evB_0 r}{m} = v^2 - v_0^2 = (v+v_0)(v-v_0) \approx$$

$$\approx 2v(v-v_0); \quad v - v_0 \approx \pm\frac{erB_0}{2m}.$$

La variation du moment magnétique de l'orbite est :

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{1}{2}er(v-v_0) \approx \frac{e^2r^2}{4m}B_0.$$

Montrons que, quel que soit le sens de rotation de l'électron, le vecteur Δp est dirigé contre le champ extérieur. Pour l'orbite « a » les forces F_C et F_L sont dirigées en sens contraires, et la vitesse de l'électron dans un champ doit être plus petite qu'en dehors d'un champ, c'est-à-dire que $v<v_0$, et donc $p<p_0$, Δp est dirigé contre p, par conséquent contre B_0. Pour l'orbite « b » la force F_L est dirigée vers l'axe de rotation, donc v est plus grand que v_0, ce qui entraîne $p>p_0$; Δp est dirigé dans le même sens que p, c'est-à-dire de nouveau contre le champ B_0. Ainsi, sous forme vectorielle, pour chaque orbite, la variation du moment magnétique est égale à :

$$\Delta p = -\frac{e^2r^2}{4m} B_0. \qquad (3.90)$$

Supposons que le moment magnétique résultant des orbites électroniques de chaque atome ou molécule de substance soit nul en l'absence de champ. Cela est possible si l'on a dans les atomes des orbites décrites en sens inverses par les électrons, c'est-à-dire des orbites de type « a » et « b ». Comme on l'a montré plus haut, introduisant une substance quelconque dans un champ magnétique, chaque orbite, indépendamment du sens du mouvement de l'électron (c'est-à-dire indépendamment de l'orientation de son moment magnétique p par rapport à B_0) acquiert un moment magnétique induit Δp toujours opposé au champ. Ainsi, la substance se trouve magnétisée. Chaque unité de volume de la substance, contenant N orbites, acquiert un moment magnétique induit égal à :

$$I = \sum_{i=1}^{N} \Delta p_i = N\Delta P_{moy} = -N \frac{e^2}{4m} r^2_{moy} \cdot B_0. \qquad (3.91)$$

L'apparition de moments magnétiques induits Δp_i et de vecteurs aimantations $I=\Sigma\Delta p_i$ dirigés contre le champ extérieur est appelée effet diamagnétique ; il explique les propriétés diamagnétiques de la substance. Comme $I=\chi H$, $B_0=\mu_0 H$, la susceptibilité diamagnétique de la substance est égale à :

$$\chi = -N\frac{e^2r^2_{moy}}{4m} \mu_0. \qquad (3.92)$$

Si la substance est placée dans un champ magnétique non uniforme, chaque orbite (équivalente à un contour parcouru par un courant, cf. § 20) est sollicitée par une certaine force. L'orbite « a » est telle que $p\uparrow\uparrow B$, et donc est attirée dans le champ avec une force $f_1=\frac{\partial B}{\partial x}(p-\Delta p)$; on a pour l'orbite « b » $p\uparrow\downarrow B$ et elle est repoussée par le champ avec une force $f_2=\frac{\partial B}{\partial x}(p+\Delta p)$. Comme $f_2>f_1$, tout couple de deux orbites identiques décrites en sens inverse est sollicité par une force $\Delta f=f_2-f_1=\frac{\partial B}{\partial x}\cdot 2\Delta p$ dirigée dans le sens de la décroissance du champ. Ainsi, l'effet diamagnétique donne naissance à des forces qui expulsent le corps du champ magnétique non uniforme. S'il y a dans la substance plus d'orbites de type « a » que de type « b », la résultante des forces f_1 est plus grande que la résultante des forces f_2 et la substance est attirée dans le champ magnétique, c'est-à-dire qu'elle est paramagnétique. Néanmoins, l'effet diamagnétique se retrouve également chez les corps paramagnétiques (puisque des Δp apparaissent pour toutes les orbites) ; il s'exprime par un certain affaiblissement de la force attirant le corps paramagnétique dans le champ.

Pour introduire un corps diamagnétique dans un champ magnétique il faut effectuer un certain travail contre la force répulsive. Ce travail est effectué par la force électromotrice induite dans n'importe quel contour, ici dans les orbites électroniques pendant leur mouvement dans le champ magnétique non uniforme. Pour l'orbite électronique la f.é.m. d'induction est aussi $E_{ind}=-\frac{d\Phi}{dt}$, $d\Phi$ étant la variation du flux

du vecteur B à travers la surface de l'orbite. Ces f.é.m. augmentent l'énergie cinétique des électrons sur les orbites « *b* » et diminuent celle des électrons sur les orbites « *a* ». Si le corps diamagnétique est immobile et se trouve, par exemple, à l'intérieur d'une bobine branchée sur une source, le travail d'aimantation diamagnétique est effectué par la source créant le champ magnétique.

Ainsi :

1) le diamagnétisme est une propriété inhérente à tous les corps, puisqu'il résulte de l'action d'un champ magnétique extérieur sur les orbites électroniques dans les atomes et les molécules ;

2) les variations des vitesses des électrons sur leurs orbites donnent naissance à un champ magnétique dirigé contre le champ extérieur et qui l'affaiblit (loi de Lenz) ; ainsi, chaque substance s'oppose à la pénétration du champ magnétique dans son volume ;

3) l'effet diamagnétique n'est pas lié à un ordre dans la disposition des orbites électroniques, donc la susceptibilité diamagnétique χ ne dépend pas de la température ;

4) une substance est diamagnétique si seulement ses atomes et molécules ne possèdent pas de moment magnétique propre ; alors l'effet diamagnétique est la seule réaction de la substance contre l'action du champ magnétique extérieur. Dans les substances paramagnétiques et diamagnétiques, la magnétisation résultant de la disposition ordonnée des aimants élémentaires (des électrons, atomes, etc.) est bien plus importante que l'effet diamagnétique.

Les substances dont les atomes et molécules ont en l'absence d'un champ extérieur un certain moment magnétique p (par exemple s'ils contiennent un nombre impair d'électrons) jouissent de propriétés paramagnétiques. L'agitation thermique crée un désordre dans les orientations de leurs moments magnétiques. Aussi, en l'absence de champ extérieur la projection de la résultante des vecteurs p sur toute direction dans la substance est nulle. Dans un champ la résultante des projections p sur la direction du champ n'est pas nulle et le corps se magnétise. L'aimantation I (le moment magnétique résultant de l'unité de volume de substance) dans notre cas dépend non seulement du champ extérieur, B_0, mais encore de la température. Aux très basses températures, lorsque l'effet de désorientation de l'agitation thermique est très faible, on observe une saturation magnétique, c'est-à-dire que tous les moments magnétiques élémentaires p sont orientés suivant le champ et l'intensification du champ extérieur n'accentue pas la magnétisation. Lorsqu'on élève la température, c'est seulement dans des champs magnétiques très intenses qu'on obtient une telle saturation. Dans des champs faibles et aux hautes températures la susceptibilité magnétique spécifique des substances paramagnétiques est en raison inverse de la température (loi de Curie) :

$$\chi = \frac{C}{T}, \tag{3.93}$$

C étant une constante égale à $\frac{Np^2}{R}$ (N est le nombre de molécules dans l'unité de volume, k la constante de Boltzmann).

Dans les substances ferromagnétiques la magnétisation n'est pas due à l'orientation des orbites électroniques suivant le champ, mais à l'orientation du moment magnétique propre (du spin) p_0 des électrons. Dans les expériences de A. Einstein et de-Haas, un petit barreau ferromagnétique suspendu à un fil de quartz était placé dans un solénoïde parcouru par un courant alternatif (fig. III. 74). Lors de l'inversion de l'aimantation le barreau se tournait tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Cette rotation s'explique par le fait que l'axe de rotation de chaque électron lors de l'inversion de l'aimantation varie de 180°, et le moment cinétique (moment de la quantité de mouvement) varie de $+p_{cin}$ à $-p_{cin}$, c'est-à-dire de $2p_{cin}$. Comme il y a dans le barreau une multitude d'électrons participant à ces retournements, la variation résultante de leurs moments magnétiques est égale à $\Sigma 2p$, et celle des moments cinétiques à $\Sigma 2p_{cin}$. La mesure de ces quantités a montré que le rapport p/p_{cin} correspond non pas à l'orbite électronique (cf. formule 3.28), mais qu'il est deux fois plus grand, c'est-à-dire correspond au spin de l'électron.

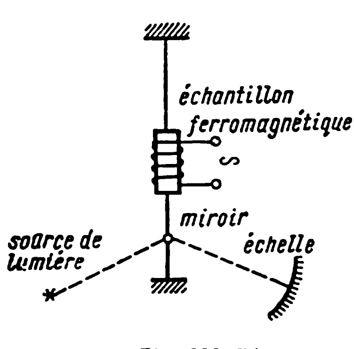


Fig. III. 74.

Dans leurs expériences, A. Ioffé et P. Kapitza utilisaient les propriétés des ferromagnétiques à la température, dite point de Curie, à laquelle ils perdent brusquement leurs propriétés ferromagnétiques et deviennent des substances paramagnétiques. Un barreau aimanté était rapidement porté à cette température et lors de la désaimantation le moment cinétique résultant des vecteurs ordonnés Σp_{cin}, variait de p/p_{cin} jusqu'à zéro. En vertu de la loi de conservation du moment cinétique, une rotation était imprimée au barreau. Les mesures ont confirmé que le rapport $\frac{p}{p_{cin}}$ correspond au spin de l'électron.

Divers atomes, du fer par exemple, ne possèdent pas de propriétés ferromagnétiques ; ces propriétés sont seulement observées chez les cristaux des substances ferromagnétiques en dessous du point de Curie. Les mesures ont montré que le travail dépensé pour magnétiser un cristal diffère selon la direction ; il existe des directions dans lesquelles ce travail a des valeurs minima (l'anisotropie d'un cristal de ferromagnétique est évaluée par la différence des travaux de magnétisation dans différentes directions); un monocristal de cobalt a un axe de moindre magnétisation, celui du fer trois, du nickel quatre. Chaque cristal possède un grand nombre de régions magnétisées jusqu'à saturation dans une des directions de moindre magnétisation. Ces régions de magnétisation spontanée sont dites des domaines. Une orientation déterminée des vecteurs p_0 dans les limites de chaque domaine est due à des forces particulières. Dans deux domaines voisins les vecteurs des moments magnétiques p_0 sont différem-

ment orientés (antiparallèlement ou sous d'autres angles suivant l'anisotropie du cristal). Les domaines sont séparés par des fines couches dans lesquelles l'orientation des vecteurs p_0 varie d'une manière continue de l'orientation de la magnétisation dans un domaine à celle de la magnétisation dans le domaine voisin. Le moment magnétique résultant de tous les domaines en l'absence de champ est nul, ce qui correspond à l'état stable du cristal (au minimum de son énergie).

Lorsqu'on superpose un champ magnétique extérieur, les électrons sont sollicités par des moments mécaniques qui les orientent suivant le champ. Au fur et à mesure que l'intensité du champ extérieur augmente, on observe d'abord une légère rotation des vecteurs p_0 dans les couches entre les domaines. Ceci conduit à la croissance de ceux des domaines dont l'angle entre la direction de la magnétisation et celle du champ extérieur était petit aux dépens des domaines voisins pour lesquels cet angle est grand. Par conséquent, il y a destruction progressive de cette structure de domaines et, en définitive, le cristal est magnétisé dans une seule direction ; c'est celle des directions de moindre magnétisation formant dans le cas donné l'angle minimum avec la direction du champ. Continuant à faire croître le champ extérieur, l'aimantation résultante $I=\Sigma p_0$ tourne (c'est-à-dire que tous les p_0 tournent simultanément) jusqu'à la coïncidence avec la direction du champ extérieur. Lors du processus inverse, au fur et à mesure que le champ extérieur s'affaiblit, il y a d'abord rotation du vecteur I jusqu'à la direction voisine de moindre magnétisation dans le cristal, puis décomposition de tout le volume du cristal en domaines, c'est-à-dire que le cristal passe à un état plus stable.

L'étude de la magnétisation en fonction de la température a conduit à l'image suivante. Au zéro absolu, dans chaque domaine, tous les vecteurs des spins sont orientés selon tel ou tel axe de moindre magnétisation (un tel état est dit « absolument saturé »). Lorsque la température croît, par suite de l'agitation thermique, certains électrons passent à l'état antiparallèle, c'est-à-dire que leur vecteur moment magnétique p_0 se dirige contre la direction de la magnétisation du domaine, et la magnétisation générale de chaque domaine diminue quelque peu. Le nombre des électrons de ce genre croît avec la température, notamment au voisinage du point de Curie, pour lequel les nombres de spins parallèles et antiparallèles sont égaux, et la magnétisation spontanée du domaine disparaît. Au-dessus du point de Curie T_c, alors que la matière ferromagnétique devient paramagnétique, la susceptibilité magnétique dépend de la température absolue en vertu de la formule (loi de Curie et Weiss) :

$$\chi=\frac{C}{T-T_c}, \qquad (3.94)$$

C'étant une constante (pour la substance donnée). Pour des températures $T<T_c$ cette dépendance a une allure complexe. Pour le fer $T_c=768°$ C, pour le nickel $T_c=358°$ C, pour le cobalt $T_c=1120°$ C.

Enumérons les principales propriétés des ferromagnétiques :

1) les ferromagnétiques s'aimantent (à l'encontre des paramagnétiques) jusqu'à la saturation déjà dans des champs faibles ;

2) la perméabilité μ et la susceptibilité χ magnétiques (et donc les vecteurs $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{I}$) dépendent du champ magnétisant extérieur $\boldsymbol{H}$ (fig. III. 75) ;

3) l'état d'aimantation des ferromagnétiques subsiste après la disparition du champ magnétisant extérieur (aimantation rémanente, aimants permanents) ;

4) les dimensions des ferromagnétiques varient en même temps que leur degré d'aimantation ; c'est le phénomène de magnétostriction. La variation relative de la longueur du corps dans la direction du champ extérieur est proportionnelle au carré de l'aimantation :

$$\frac{\Delta l}{l}=aI^2. \qquad (3.95)$$

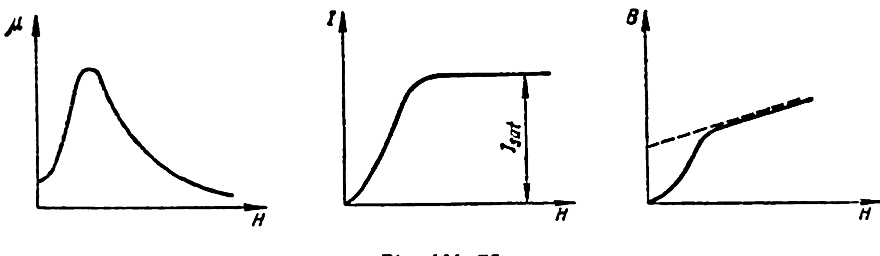


Fig. III. 75.

La magnétostriction (ainsi que l'électrostriction) est utilisée pour l'obtention et la mesure des ultra-sons ;

5) hystérésis magnétique : la dépendance entre B et H pendant l'aimantation est représentée par les arcs de courbe *1 — 2* et *4 — 5* sur la fig. III. 76, et pendant la désaimantation par les courbes distinctes *2 — 3 — 4* et *5 — 6 — 1*. Le pointillé *0 — 2* représente l'aimantation du corps à partir de son état initial $B=0$, alors que le corps n'était pas encore aimanté avant son introduction dans le champ magnétique. En faisant croître le champ extérieur de $H=0$ à une certaine valeur, on porte l'aimantation du corps jusqu'à la valeur représentée par le point *2*. Faisant décroître H (pour désaimanter), l'induction B décroît selon la courbe *2 — 3* et, lorsque $H=0$, on note une aimantation rémanente représentée par le segment *0 — 3*. Pour désaimanter le corps, il faut appliquer un champ magnétique de sens inverse de valeur H_c représentée par le segment *0 — 4* ; cette valeur du champ est appelée champ coercitif et caractérise les propriétés magnétiques de la matière. Lorsqu'on continue à faire croître le champ dans le sens inverse, l'aimantation évolue selon l'arc *4 — 5*. L'arc *5 — 6 — 1* correspond de nouveau à la désaimantation. Par conséquent, quand on aimante une seconde fois dans le sens positif l'aimantation ne passe plus par la courbe *0 — 2* mais par la courbe *1 — 2*. Puis le phénomène évolue suivant la courbe fermée représentée sur la fig. III. 76 par un trait plein (cycle d'hystérésis).

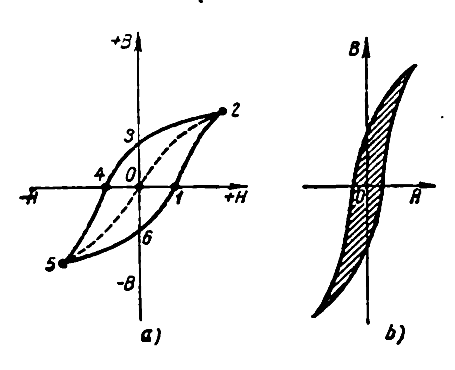


Fig. III. 76.

L'aire délimitée par le cycle d'hystérésis à l'échelle du dessin représente le travail dépensé par le champ extérieur pendant un cycle complet pour vaincre les forces de frottement s'opposant à la variation de l'orientation des « domaines d'aimantation » ; ce travail est dissipé en chaleur. Il est évident que pour réduire les pertes d'aimantation, par exemple dans le noyau d'un transforma-

teur, il faudra utiliser des ferromagnétiques « doux » (fig. III. 76, *b*) exigeant peu de travail d'aimantation. Par contre, on emploie pour la fabrication des aimants permanents des ferromagnétiques « durs » ayant une grande valeur du champ coercitif.

A part l'état ferromagnétique, il existe des états dits *antiferromagnétiques* et *ferrites* (ou *ferrimagnétiques*). La disposition schématique des moments spinoriels dans les cellules magnétiques élémentaires de ces matières aux très basses températures ($T \ll T_c$) est représentée sur la fig. III. 77. Pour tous ces états, caractéristique est l'orientation régulière des moments magnétiques spinoriels des atomes,

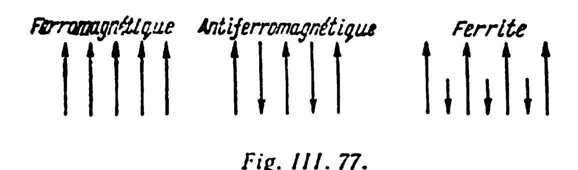


Fig. III. 77.

molécules ou ions de la matière donnée dans les cellules de son réseau cristallin. Chez les ferromagnétiques les moments spinoriels des atomes dans chaque cellule élémentaire du cristal sont dirigés dans le même sens et créent une certaine magnétisation de cette cellule. Une telle magnétisation n'a pas lieu chez les antiferromagnétiques, car les moments spinoriels d'atomes voisins sont égaux en grandeur et de sens opposés. Chez les ferrites l'orientation des moments spinoriels est la même que pour les antiferromagnétiques, mais les moments magnétiques d'atomes voisins, différemment orientés ne se compensent pas.

Aux antiferromagnétiques se rapportent MnO, FeO, $FeCl_2$ CoO, etc. ; leur susceptibilité magnétique croît d'abord avec la température, atteint un maximum au point de Curie, puis décroît. Les ferrites ont pour formule générale $M \cdot O \cdot Fe_2O_3$, M étant l'ion du métal bivalent (ferrites au cuivre, nickel, manganèse, etc.) Elles possèdent une haute susceptibilité et une haute perméabilité magnétiques (μ atteint 6000), un faible champ coercitif ; les pertes en aimantation sont faibles et leurs résistivités très élevées (jusqu'à 10^4 *cm·m*) grâce à quoi ils sont très usités en radio-électricité (les pertes dues aux courants de Foucault dans les ferrites placés dans des champs électromagnétiques de haute fréquence sont faibles). Les noyaux en ferrites sont utilisés dans les calculatrices électroniques, dans les appareils de radar, téléphoniques, électroacoustiques, etc. Le point de Curie des différentes ferrites utilisées va de 300 à 600° C.

§ 26. Champ magnétique dans les corps ferromagnétiques de diverses formes ; force magnétomotrice et réluctance

Considérons un enroulement constitué de n spires sur un noyau magnétique, et soit I le courant dans cet enroulement. Le champ magnétique en chaque point du noyau est constitué du champ magnétique $H(x, y, z)$ du courant et du champ magnétique propre du noyau aimanté $H'(x, y, z)$. Le champ du noyau est déterminé par le moment magnétique de l'unité de volume, c'est-à-dire par le vecteur aimantation $I = H'$, qui doit être connu dans toutes les parties de son volume. Toutefois, en un point quelconque du noyau, ce vecteur ne

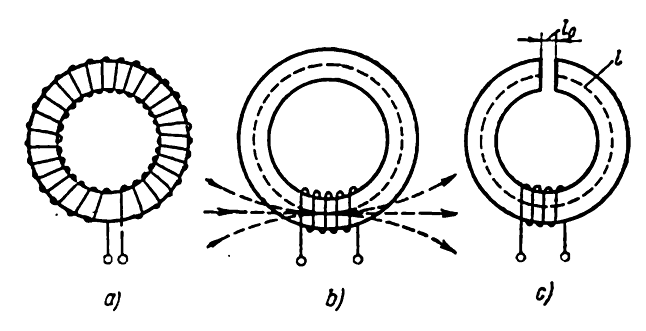


Fig. III. 78.

peut être calculé en fonction de la seule valeur du champ magnétisant $H(x, y, z)$ en ce point ; la relation (3.85)

$$I = \chi H$$

ne convient que si le champ magnétisant est uniforme et complètement rempli par la substance donnée. Il résulterait, par exemple, de cette formule que l'aimantation I d'un noyau toroïdal (fig. III.78,*b*) devrait être très grande dans la bobine (où H est grand) et très petite dans les régions du noyau situées hors de la bobine (où H est petit) ; en réalité, le tore tout entier est uniformément aimanté. L'explication en est que les parties aimantées du noyau (à l'intérieur de la bobine) aimantent par leur champ H' (bien plus intense que le champ de la bobine) les autres parties du noyau situées hors de la bobine ; l'aimantation se transmet à l'intérieur du noyau d'une région à l'autre et il se trouve tout entier aimanté. Etant donné que les aimants élémentaires (atomes, molécules, domaines) s'orientent à cause de leur interaction, les lignes de force du champ propre qui se forme dans le noyau (auxquelles sont tangents les vecteurs $\boldsymbol{I}$ et $\boldsymbol{H'}$) sont entièrement contenues dans le noyau dont elles prennent la forme (des circonférences pour le tore).

Si, comme l'indique la fig. III.78,*a* le noyau tout entier se trouve dans le champ magnétique uniforme H d'un solénoïde parcouru par un courant, on peut écrire pour tout point du noyau :

$$H' = I = \chi H; \quad B = \mu_0 (H + H') = \mu_0 (H + I) = \mu_0 \mu H. \qquad (3.96)$$

Mais si, comme l'indique la fig. III.78,*b*, seule une partie du noyau se trouve dans le solénoïde, la formule (3. 96) ne convient que pour cette partie. Toutefois, dans ce cas aussi le champ magnétisant de la bobine (appliqué seulement à une partie du noyau) détermine virtuellement l'aimantation du noyau tout entier, c'est-à-dire qu'on peut admettre que le champ de la bobine s'exerce dans tout le noyau.

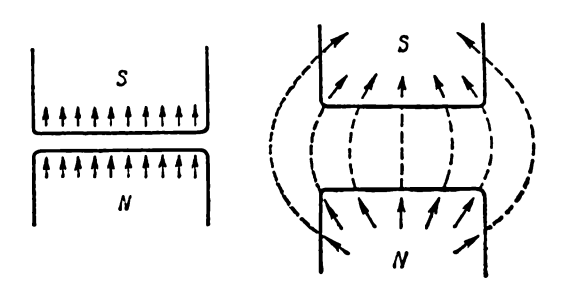


Fig. III. 79.

Pour que la formule (3.96) s'applique dans tous les cas, on pose que dans tout le volume du noyau le champ magnétisant est

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu} = \frac{B}{\mu_0} - I. \qquad (3.97)$$

Dans la partie du noyau comprise dans la bobine, le champ calculé d'après cette formule est égal au champ de la bobine.

Si un entrefer l_0 a été pratiqué dans le tore (fig. III. 78, *c*), l'aimantation du noyau n'est plus partout la même. Si l'entrefer est très petit, l'un des bouts (pôle) du noyau exerce une action orientatrice sur les aimants élémentaires du bout en regard (le deuxième pôle) et l'aimantation aux pôles diffère peu de l'aimantation des autres parties du noyau. Lorsque l'entrefer s'élargit, l'interaction des pôles s'affaiblit et l'orientation des aimants élémentaires en ces régions du noyau est moins ordonnée ; le moment magnétique de l'unité de volume de substance (c'est-à-dire l'aimantation I) est plus faible aux pôles du noyau que dans la bobine. Cette circonstance est illustrée graphiquement par le fait que les lignes de force du champ résultant, c'est-à-dire des lignes d'induction $B = \mu_0(H + I)$ sortent du noyau par sa surface latérale (fig. III. 79). En outre, les pôles exercent en retour une influence sur l'aimantation du noyau tout entier. En l'absence d'entrefer, tous les aimants élémentaires de la matière sont régulièrement orientés (à l'état de saturation) tangentiellement

aux lignes de force du vecteur $\boldsymbol{B}$ du champ magnétique interne. Lorsqu'on a un entrefer, une certaine altération de l'orientation ordonnée aux pôles affaiblit l'action orientatrice du champ interne dans le noyau tout entier ; aussi l'aimantation totale du noyau diminue-t-elle lorsque l'entrefer entre les pôles augmente.

Ainsi donc, l'aimantation du noyau dépend non seulement du champ $\boldsymbol{H}$ et des propriétés magnétiques de la substance (μ, χ), mais encore de la forme et des dimensions du corps placé dans le champ magnétique (boule, tore fermé ou avec entrefer, noyau droit ou en fer à cheval, etc.). Alors les pôles du corps aimanté ont une action affaiblissante (de même que dans le cas de l'entrefer dans un tore). Aussi écrit-on le lien entre le champ $\boldsymbol{H}$ et l'aimantation du corps $\boldsymbol{I}$, au lieu de (3.97) sous la forme :

$$\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}-(1-N)\boldsymbol{I}, \tag{3.98}$$

$$\boldsymbol{B}=\mu_0[\boldsymbol{H}+(1-N)\boldsymbol{I}]. \tag{3.99}$$

La quantité N est appelée facteur de désaimantation du corps donné ; pour une boule $N=1/3$, pour un cylindre aimanté perpendiculairement à l'axe $N=1/2$, pour une tige longue axialement aimantée $N\approx 0$. On a représenté sur la fig. III. 80 la courbe de I en fonction de H : (a) pour une tige fine longue, (b) pour un barreau épais et court.

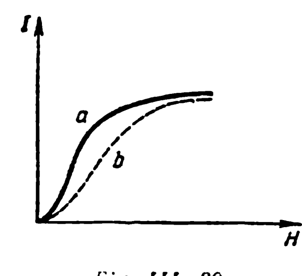


Fig. III. 80.

Calculons le champ magnétique dans un noyau ayant un entrefer, en supposant le noyau homogène, annulaire de section constante S, l'entrefer l_0 suffisamment petit pour que $N\approx 0$ (fig. III, 78, c). Pour pouvoir appliquer la loi du courant total (3.6), choisissons en tant que courbe d'intégration L une ligne de force fermée du champ $\boldsymbol{H}$. Si l est la longueur de cette courbe dans le noyau, la circulation du vecteur H s'écrit $\oint \boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}=Hl+H_0l_0$, H_0 étant le champ dans l'entrefer. Cet entrefer étant très petit, l'induction B du champ total est presque la même dans le noyau et dans l'entrefer, donc $B\approx B_0$ et $H_0=\frac{B_0}{\mu_0}\approx\frac{B}{\mu_0}$; à l'intérieur du noyau $H=\frac{B}{\mu_0\mu}$. Le contour L embrasse n spires parcourues par le courant I, donc

$$\oint \boldsymbol{H}d\boldsymbol{l}=In; \quad Hl+H_0l_0=In.$$

Remplaçant H et H_0 par l'induction du champ, il vient

$$B=\frac{In}{\frac{l}{\mu_0\mu}+\frac{l_0}{\mu_0}} \quad \text{ou} \quad \Phi=\frac{In}{\frac{l}{\mu_0\mu S}+\frac{l_0}{\mu_0 S}}, \tag{3.100}$$

$\Phi = BS$ étant le flux d'induction magnétique à travers la section du noyau, ainsi que dans l'entrefer, puisqu'on néglige le champ magnétique en dehors de l'entrefer.

La quantité $In = \mathcal{E}_m$ est appelée force magnétomotrice et se mesure en ampères-tours. La quantité $l/\mu_0\mu S = R_m$ est appelée réluctance d'un corps homogène de longueur l, section S et perméabilité magnétique relative μ ; elle se mesure en $1/henry$ ou en $1/cm \cdot s$. Si le noyau est constitué de plusieurs tronçons de différentes l, S et μ, alors

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}_m}{\Sigma R_m}, \ \Sigma R_m = R_{1m} + R_{2m} + \dots \quad (3.101)$$

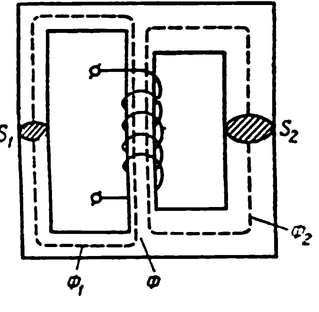


Fig. III. 81.

Si le noyau est refermé par plusieurs corps, comme, par exemple, sur la fig. III.81, pour chaque corps de fermeture on peut choisir un contour différent et on a $\mathcal{E}_m = \Phi_1 R_{1m} = \Phi_2 R_{2m}$; on peut affirmer que le flux magnétique total $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ excité par la force magnétomotrice $\mathcal{E}_m = In$ d'une bobine et qui est dérivé dans les différentes branches « associées en parallèle » est en raison inverse de la réluctance :

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{R_{2m}}{R_{1m}}. \quad (3.102)$$

Si l'on a plusieurs circuits magnétiques, on peut écrire, le champ magnétique n'étant pas dispersé : $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots$; substituant les valeurs des flux dans les dérivations, il vient :

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}_m}{R_{1m}} + \frac{\mathcal{E}_m}{R_{2m}} + \dots = \mathcal{E}_m \left(\frac{1}{R_{1m}} + \frac{1}{R_{2m}} + \dots \right). \quad (3.103)$$

On peut écrire le flux magnétique total Φ sous la forme $\mathcal{E}_m/R_m$, R_m étant la réluctance totale du circuit magnétique dérivé. On a alors pour des réluctances « associées en parallèle » :

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{R_{1m}} + \frac{1}{R_{2m}} + \dots \quad (3.104)$$

Remarquons que les formules déduites ci-dessus pour les systèmes magnétiques sont les analogues des formules des contours électriques ; ceci justifie les appellations des quantités correspondantes.

Chapitre IV

OSCILLATIONS ET ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

§ 27. Circuit oscillant. Oscillations libres et amorties

On appelle oscillations électromagnétiques dans les circuits des changements périodiques de l'intensité du courant (et des grandeurs qui lui sont liées), changements dus aux propriétés électriques et magnétiques de ces circuits. Considérons un circuit oscillant électrique, c'est-à-dire un circuit constitué d'une inductance L et d'un condensateur C (fig. III.82). Soit R la résistance de ce circuit. Si l'on porte les armatures du condensateur à la différence de potentiel V, leur communiquant les charges $\pm q$, et si l'on ferme le circuit par l'intermédiaire de K, le condensateur commence à se décharger à travers l'inductance et, lorsque R est petit le courant dans le circuit croît très vite. Ce courant variable engendre aux extrémités de la bobine une différence de potentiel égale à :

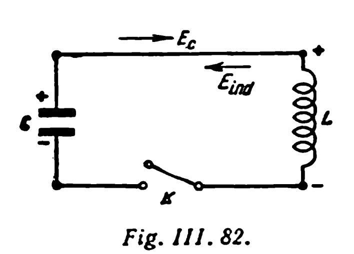


Fig. III. 82.

$$\mathscr{E}_{autoind} = -L\frac{dI}{dt} \tag{4.1}$$

et de signe contraire à la différence de potentiel entre les armatures. Cela signifie qu'il apparaît dans les conducteurs un champ $\mathscr{E}_{ind}$ dirigé contre le champ $\mathscr{E}_c$ créé dans ces conducteurs par le condensateur. Ceci étant, le courant croît de moins en moins vite, c'est-à-dire que $\frac{dI}{dt}$ (dont le signe est positif) décroît jusqu'à la décharge complète du condensateur. A cet instant le courant dans le circuit est maximum. Puis les charges mobiles (électrons) vont s'accumuler dans l'autre armature, et il apparaît dans les conducteurs un champ croissant E_c s'opposant au mouvement des charges et faisant décroître le courant. Par suite de l'affaiblissement du courant, il apparaît une f.é.m. d'autoinduction et un champ induit E_{ind} dirigé contre

E_c et entretenant le courant dans le circuit. La dérivée $\frac{dI}{dt}$ est négative jusqu'à ce que le courant dans le circuit s'annule ; puis le condensateur se décharge de nouveau dans l'inductance et le processus se répète avec un courant de sens inverse.

Le courant électrique (son énergie) se propage dans les conducteurs avec une certaine vitesse finie. Aussi le mouvement des charges amorcé aux armatures du condensateur à un certain instant atteint la bobine au bout d'un certain temps Δt dépendant de la vitesse de propagation du courant et de la longueur du conducteur. Cela signifie que l'intensité du courant dans le circuit est différente en ses différents points. Les variations de la tension entre les armatures du condensateur sont perçues par l'inductance avec un certain retard ; de même, la f.é.m. d'autoinduction excitée dans la bobine à un instant donné exerce son action sur le condensateur au bout d'un certain laps de temps. Toutefois, si les dimensions du contour (la longueur des fils de connexion et de l'enroulement) sont petites et si la vitesse de variation du courant n'est pas grande, on peut admettre que l'intensité du courant à l'instant donné est la même en tous les points du contour.

On peut alors se servir de la deuxième loi de Kirchhoff pour un contour fermé : la somme algébrique de toutes les f.é.m. et des chutes de tension est nulle à n'importe quel instant. Cette loi n'est exacte que pour des courants d'intensité constante ; si l'intensité du courant dans le contour varie, l'application de cette loi conduit à une erreur d'autant plus grande que le courant varie plus vite et que les dimensions du contour sont plus grandes.

La f.é.m. d'autoinduction étant de signe opposé à celui de la différence de potentiel entre les armatures du condensateur, la loi de Kirchhoff s'écrit :

$$V-\mathcal{E}_{ind}+IR=0; \quad \frac{q}{C}+L\frac{dI}{dt}+IR=0. \tag{4.2}$$

Supposons d'abord que la résistance ohmique des conducteurs soit négligeable : $R\approx 0$, et on peut négliger la dissipation de chaleur. En outre, supposons qu'il n'y ait en général aucune perte d'énergie électrique dans le contour, par exemple dans le diélectrique entre les armatures du condensateur lorsqu'il se polarise périodiquement, dans le noyau de la bobine lorsque son aimantation varie ; supposons, enfin, qu'il n'y ait pas de perte par rayonnement électromagnétique dans l'espace environnant. Supposant le produit IR négligeable par rapport à $\frac{q}{C}$ et $L\frac{dI}{dt}$, on peut recopier la formule (4.2) sous la forme

$$\left(I=\frac{dq}{dt}; \quad \frac{dI}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}\right):$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\frac{1}{LC}q. \tag{4.3}$$

Cette équation, lorsque L et C sont constants, est analogue à la relation entre l'accélération d'un corps oscillant et son élongation x à partir de la position d'équilibre lorsque les oscillations sont harmoniques :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

Résolvant l'équation différentielle (4.3), on trouve la loi de la variation des charges sur les armatures du condensateur :

$$q = q_0 \sin \omega t, \tag{4.4}$$

la pulsation et la période des oscillations étant :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{LC}. \tag{4.5}$$

L'intensité du courant dans le circuit, la différence de potentiel V et le champ électrique E entre les armatures du condensateur, le champ magnétique H dans la bobine varient également selon la loi harmonique :

$$I = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega \cos \omega t = I_0 \cos \omega t;$$

$$V = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \sin \omega t = V_0 \sin \omega t;$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} = E_0 \sin \omega t; \quad H = \frac{nI}{l} = H_0 \cos \omega t.$$

Par conséquent, en l'absence de résistance ohmique et d'autres pertes d'énergie, les oscillations électromagnétiques dans le circuit sont harmoniques et leur période ne dépend que des paramètres du circuit L et C. Alors l'*énergie des oscillations* du circuit, qui est égale à la somme de l'énergie du champ électrique du condensateur et de l'énergie du champ magnétique de la bobine :

$$W = \frac{CV^2}{2} + \frac{LI^2}{2} \tag{4.6}$$

ne varie pas avec le temps. Les oscillations dans le circuit, telles les oscillations dans les systèmes mécaniques, signifient que l'énergie passe périodiquement d'une forme à l'autre.

Si l'on ne peut faire abstraction de la résistance ohmique R, on devra résoudre l'équation (4.2), que nous recopierons sous la forme

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \tag{4.7}$$

Plus R est petit, moins il se perd d'énergie oscillatoire pendant une période, et plus les oscillations s'apparentent à des oscillations harmoniques, moins les équations (4.7) et (4.3) diffèrent l'une de l'autre. Par contre, si R est très grand, il se peut que même en moins d'une

période toute l'énergie W se dissipe en chaleur et il n'y a pas, proprement dit, d'oscillations.

Notons que dans l'équation (4.7) il aurait fallu tenir compte en même temps que de la dissipation d'énergie dans la résistance ohmique du rayonnement d'énergie électromagnétique par le circuit dans l'espace environnant ; cependant, pour les circuits dont les champs électrique et magnétique sont localisés dans un volume très petit, ce rayonnement est très faible. En outre, on doit tenir compte des pertes dans le diélectrique du condensateur et dans le noyau de la bobine. Nous supposerons que ces pertes n'existent pas ou qu'elles sont extrêmement faibles.

Supposons que les paramètres du circuit R, L et C restent constants pendant les oscillations (R pourrait, par exemple, varier par suite de l'échauffement des conducteurs traversés par le courant). Alors la période d'oscillation, le coefficient et le décrément logarithmique de l'amortissement (voir § 21, chap. V, partie I) sont aussi constants et la charge des armatures du condensateur varie selon la loi

$$q = q_0 e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{4.8}$$

Résolvant l'équation (4.7) en même temps que (4.8), on obtient les valeurs suivantes pour le coefficient d'amortissement δ, la pulsation et la période des oscillations

$$\delta = \frac{R}{2L}; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}; \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \tag{4.9}$$

Par conséquent, la présence d'une résistance ohmique augmente la période des oscillations dans le circuit. Lorsque $\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$, $R^2 = \frac{4L}{C}$, la période des oscillations devient infinie ; lorsque $R^2 > \frac{4L}{C}$, on n'a plus d'oscillations, mais décharge *apériodique*, c'est-à-dire décharge progressive (sans oscillations) du condensateur à travers la bobine. Lorsque $R \to 0$ la période des oscillations approche de la valeur (4.5).

Dans le circuit oscillant examiné ci-dessus on supposait que toute la capacité C du système était concentrée dans le condensateur et toute l'inductance L dans la bobine ; la capacité et l'inductance des fils de connexion, ainsi que la capacité de l'enroulement de la bobine étaient négligées ; ceci étant, la pulsation des oscillations propres est déterminée par la formule

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}.$$

Pour que les fréquences des oscillations propres soient grandes, il faut prendre un circuit avec de petites valeurs de C et L ; alors la capacité et l'inductance des fils de connexion peuvent être notables. Lorsque les fréquences sont très grandes, l'utilité des condensateurs et des bobines disparaît, étant donné que la capacité et l'inductance des fils sont alors suffisantes. Ainsi, les systèmes constitués

de deux fils rectilignes (fig. III.83) sont des circuits électriques oscillant avec une grande fréquence propre (en fonction de la longueur des fils). Si l'on charge les fils par des charges de signes contraires et si on les met en contact, les charges commencent à se mouvoir dans le système c'est-à-dire qu'il apparaît un courant électrique et un champ magnétique lié à ce courant. Etant donné que les conducteurs sont inductifs, il s'y crée également une f.é.m. d'induction.

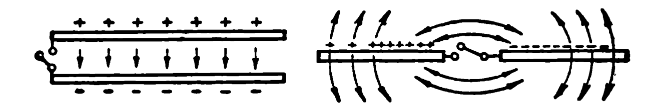


Fig. III. 83.

Il y a dans le circuit des oscillations électromagnétiques, c'est-à-dire transformation périodique de l'énergie électrique du champ entre les conducteurs en énergie du champ magnétique autour des conducteurs.

Notons que de tels circuits *ouverts*, dont les champs électrique et magnétique occupent un grand volume de l'espace, rayonnent bien plus d'énergie que les circuits *fermés*, dont les champs sont localisés dans les volumes très restreints à l'intérieur des condensateurs et des bobines.

§ 28. Oscillations forcées, résonance électrique

Si l'on agit sur un circuit oscillant avec une f.é.m. périodique extérieure, on peut entretenir dans le circuit des oscillations électromagnétiques *forcées*. On peut appliquer la f.é.m. extérieure périodique de différentes manières, par exemple en couplant inductivement le curcuit avec une source de f.é.m. ou bien encore en branchant directement une source de courant sur le circuit (fig. III. 84, *a*, *b*, et *c*).

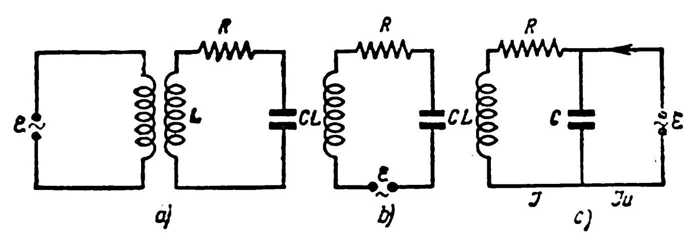


Fig. III. 84.

Considérons les oscillations dans le circuit représenté sur la fig. III. 84, *b*. Supposons que la f.é.m. extérieure varie avec le temps selon une loi sinusoïdale.

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t. \tag{4.10}$$

La source de courant branchée sur le circuit effectue un travail positif et donc augmente l'énergie du circuit seulement dans le cas où le courant dans le circuit passe dans le sens du champ électrique $\boldsymbol{E}$ produit par cette source. Par contre, la f.é.m. extérieure effectue un travail négatif et réduit l'énergie du circuit lorsque le courant passe dans le sens contraire à $\boldsymbol{E}$. Si en présence d'une f.é.m. extérieure il s'établit dans un circuit résistant des oscillations non amorties, cela signifie que le travail résultant de la source extérieure pendant une période d'oscillation est positif et exactement égal à l'énergie dissipée dans ce circuit pendant ce même laps de temps (l'apport d'énergie extérieure étant continu ainsi que sa dissipation sous différentes formes).

Trouvons l'amplitude, la fréquence et la phase du courant lors d'oscillations forcées dans un circuit, de paramètres L, C et R invariables, sous l'action d'une f.é.m. extérieure (4.10). Si la fréquence des oscillations n'est pas grande et si les conducteurs ne sont pas longs, on peut admettre que l'intensité du courant est la même à chaque instant dans toute section, et on peut appliquer la deuxième loi de Kirchhoff pour les circuits fermés : la somme des chutes de tension dans le circuit $IR+V$ est égale à la somme des f.é.m. agissant dans ce circuit :

$$IR+V = \mathscr{E} + \mathscr{E}_{ind}; \quad \frac{q}{C} + IR + L\frac{dI}{dt} = \mathscr{E}_0 \sin \omega t. \tag{4.11}$$

Cette équation doit être observée à *tout instant* ; par conséquent, si la f.é.m. extérieure varie conformément à une certaine loi, pour que la relation écrite soit respectée, il faut que I, V et $\mathscr{E}_{ind}$ varient en même temps. Cela signifie que les variations de I, V et $\mathscr{E}_{ind}$ doivent avoir lieu avec *la même pulsation* que la f.é.m. ; toutefois la phase des oscillations de ces quantités peut être différente de celle de $\mathscr{E}$.

Dérivons (4.11) ; on obtient l'équation différentielle du courant :

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI}{dt} + \frac{I}{LC} = \frac{\mathscr{E}_0}{L}\omega \cos \omega t. \tag{4.12}$$

En régime permanent des oscillations, cette équation a pour solution

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi). \tag{4.13}$$

Le calcul conduit aux valeurs suivantes de l'amplitude du courant et du déphasage entre le courant et la f.é.m. extérieure

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}. \tag{4.14}$$

Par conséquent, l'amplitude du courant dans le circuit dépend de R et du rapport entre L, C et ω. Lorsque R est constant, le courant est maximum quand

$$L\omega=\frac{1}{C\omega} \text{ ou } \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}. \text{ Alors } I_0=\frac{\mathcal{E}_0}{R}; \quad \operatorname{tg}\varphi=0; \ \varphi=0. \qquad (4.15)$$

Dans ce cas le courant varie en phase ($\varphi=0$) avec la f.é.m. extérieure, et le travail de cette f.é.m. est positif pendant toute la période des oscillations (lorsque $\varphi\neq 0$ la f.é.m. extérieure effectue un travail négatif pendant une partie de la période, $\mathcal{E}$ et I ont des signes différents). La condition $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ signifie que la *fréquence de la force extérieure est égale à la fréquence des oscillations propres* (4.5). Alors l'énergie fournie par la source extérieure au circuit pendant une période d'oscillation est maximum, c'est-à-dire que la puissance utile fournie par la source est maximum. L'accumulation d'énergie dans le circuit, et donc l'augmentation de l'intensité du courant, a lieu jusqu'à ce que la somme des pertes en chaleur I^2R pendant une période soit égale à l'afflux d'énergie fournie par la source extérieure pendant ce même laps de temps. Il est évident que pour R petit il faudra à cet effet de grands courants, ce qui explique les grandes valeurs de l'amplitude du courant I lorsque les résistances R sont petites, ces valeurs de I_0 étant définies par la relation $I_0=\frac{\mathcal{E}_0}{R}$.

L'égalité de la fréquence de la f.é.m. extérieure et de celle des oscillations propres du circuit est la condition de *résonance électrique*. Alors non seulement l'amplitude du courant, mais encore celles de toutes les grandeurs électriques et magnétiques variant pendant les oscillations atteignent leurs valeurs maxima. Notons qu'à la résonance ($\omega=1/\sqrt{LC}$) la quantité $L\omega$ est égale à $1/C\omega$ et l'amplitude de la chute de tension dans le condensateur est égale à l'amplitude de la tension aux bornes de la bobine :

$$V_0=\frac{q_0}{C}=\frac{I_0}{C\omega}=\frac{\mathcal{E}_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}; \quad \mathcal{E}^0_{ind}=L\omega I_0=\frac{\mathcal{E}_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.16)$$

Plus la fréquence extérieure de la f.é.m. extérieure s'écarte de la fréquence des oscillations propres du circuit, et plus, en vertu de (4.14), les amplitudes du courant et des grandeurs qui lui sont liées sont petites.

On peut refaire un raisonnement analogue pour les autres procédés d'action périodique par une f.é.m. extérieure sur un circuit oscillant (fig. III.84,*a* et *c*). Aussi bien pour le couplage inductif (*a*) que pour l'association en parallèle de la source extérieure avec la capacité et l'inductance (*c*), on peut obtenir dans le circuit des oscillations entretenues, étant donné qu'on arrive à réaliser dans les deux cas la compensation continue de la perte d'énergie dans le cir-

cuit. Il faut à cet effet que la source extérieure effectue un travail positif. On peut montrer dans les deux schémas que si la pulsation ω de la f.é.m. extérieure s'écarte sensiblement de celle des oscillations propres du circuit, c'est-à-dire de $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, il existe alors entre la f.é.m. et le courant de la source extérieure une différence de phase, et elle effectue pendant une partie de la période d'oscillation un travail positif et pendant l'autre partie un travail négatif. A la résonance, lorsque $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, le courant à travers la source extérieure est en phase avec la f.é.m., et le travail effectué pendant toute la période est positif. Alors l'amplitude de l'intensité du courant à travers la source extérieure ainsi que celle du courant dans le circuit atteignent leurs valeurs maxima. En particulier, pour le schéma (*c*) pour des R petits l'amplitude du courant I dans le circuit est pendant la résonance bien plus grande que celle du courant I_s passant dans la source. Il y a dans le circuit oscillation d'une grande quantité de l'énergie du condensateur à la bobine et vice versa, alors que la source extérieure ne fournit qu'une petite puissance pour compenser les pertes.

§ 29. Ondes électromagnétiques, vitesse de propagation des ondes

Considérons un système de deux fils parallèles (fig. III.85) dans lequel une source extérieure de courant entretient des oscillations forcées.

La f.é.m. excitée dans le tronçon AB par la source extérieure d'énergie met les électrons en mouvement : supposons qu'à l'instant initial les électrons aient commencé leur mouvement de B vers A. Ce mouvement se propage dans le fil supérieur AC avec une certaine vitesse *finie* jusqu'à l'extrémité C où il y a accumulation momentanée d'électrons.

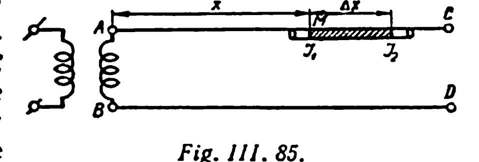


Fig. III. 85.

En même temps, les électrons du fil inférieur s'animent aussi d'un mouvement d'ensemble, étant captés par le champ électrique créé dans ce fil, dirigé vers le point B chargé positivement. Ainsi, le fil supérieur se charge d'électricité négative et le fil inférieur d'électricité positive et il se crée entre eux un champ électrique : les fils AC et BD jouent le rôle des armatures d'un condensateur linéaire. L'accumulation d'électrons dans le fil supérieur et leur émigration du fil inférieur empêche le mouvement ultérieur des électrons de B vers A.

Tant qu'il y a dans les fils mouvement de charges, il existe autour d'elles un champ magnétique (croissant ou décroissant).

Ce champ magnétique variable excite dans les fils une f.é.m. d'autoinduction qui, d'après la loi de Lenz, s'oppose aussi bien à la croissance qu'à la décroissance du courant dans les fils.

Par conséquent, grâce à l'action conjuguée du champ des charges et de la f.é.m. d'autoinduction, le mouvement des électrons à partir du fil inférieur vers le fil supérieur s'interrompt avec le temps, puis reprend en sens inverse, alors que la f.é.m. a changé de signe.

Si la fréquence de la variation de la f.é.m. extérieure est grande, il est possible que le mouvement des électrons dû à la f.é.m. pendant la première demi-période ne soit pas encore arrivé à se propager jusqu'au bout des fils que, par suite du changement du signe de la f.é.m. extérieure, il s'amorce sur le tronçon *A* — *B* un mouvement inverse des électrons. Alors le point *A* et les régions voisines du fil supérieur se chargent positivement, les régions plus éloignées sont encore chargées négativement ; dans le fil inférieur, par suite du mouvement inverse des électrons, le point *B* et les régions voisines se chargent négativement, alors qu'il existe encore dans la partie restante un excès de charges positives. Lorsque les fils sont très longs et que la fréquence de la f.é.m. extérieure est très grande, il s'opère le long des fils une certaine distribution de charges positives et négatives ; cette distribution varie en fonction du temps selon la même loi que la f.é.m. Si la f.é.m. extérieure est sinusoïdale, on aura le long des fils une distribution sinusoïdale des charges, des courants et des potentiels (fig. III.86).

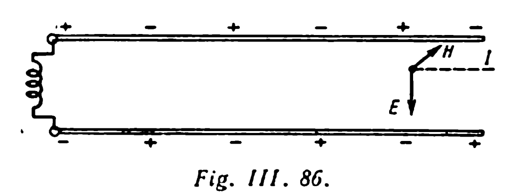


Fig. III. 86.

Il existe donc entre les fils des champs électriques et magnétiques variant avec le temps. Le champ électrique variable engendre un champ magnétique et, vice versa, le champ magnétique variable engendre un champ électrique, aussi le champ environnant notre système est-il électromagnétique. Les vecteurs ***E*** et ***H*** de ce champ sont liés entre eux et varient avec le temps. Il est essentiel que la variation du champ électrique en un point quelconque de l'espace crée un champ magnétique non seulement en ce point, mais aussi dans tout son voisinage. Les champs ***E*** et ***H*** créés dans ce voisinage engendrent à leur tour des champs électriques et magnétiques en des points plus éloignés de notre système et ainsi de suite. De sorte que le champ électromagnétique ne peut être localisé dans un volume déterminé de l'espace. Il se propage d'un point à l'autre avec une certaine vitesse.

Un champ électromagnétique en propagation dont ***E*** et ***H*** varient selon une loi périodique quelconque est appelé onde électromagnéti-

que. Il est évident qu'un circuit électrique oscillant ou même un conducteur quelconque parcouru par un courant variable peuvent être des sources d'ondes électromagnétiques. Le « pouvoir de rayonnement » d'une source d'ondes électromagnétiques dépend de sa forme et de ses dimensions, ainsi que de la fréquence des oscillations (il est proportionnel à ω^4, aussi les fils parcourus par un courant à basse fréquence technique rayonnent-ils peu d'énergie).

Pour accroître le pouvoir de rayonnement d'un circuit, il faut augmenter le volume de l'espace dans lequel ce contour crée un champ électromagnétique. Ainsi, un circuit oscillant ordinaire avec des paramètres concentrés crée un champ électromagnétique seulement

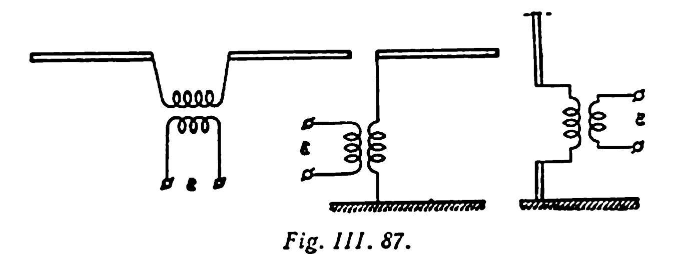


Fig. III. 87.

dans le petit volume compris dans la bobine d'induction et entre les armatures du condensateur et ne rayonne presque pas. Un système de deux fils avec des paramètres répartis est un circuit plus « ouvert » et son pouvoir de rayonnement est grand ; on peut l'augmenter en écartant les fils, obtenant ainsi un vibrateur linéaire, que l'on a représenté sur la fig. III. 87 ; on y a représenté également une antenne horizontale et une antenne verticale (le second « conducteur » est la terre).

La source d'énergie doit créer dans l'antenne des ondes stationnaires, et pour que l'amplitude de ces ondes soit maximum, il faut réaliser la condition de résonance, c'est-à-dire l'égalité de la fréquence de l'action extérieure et des oscillations propres du radiateur.

Etablissons l'équation d'une onde électromagnétique plane en nous servant des équations de Maxwell:

$$\oint H\,dl = \frac{dD}{dt} S; \qquad \oint E\,dl = -\frac{dB}{dt} S. \tag{4.17}$$

Rappelons que calculant des intégrales curvilignes le sens de parcours et les orientations des vecteurs D et B doivent satisfaire à la « règle du tire-bouchon » (on doit avoir un système dextro).

Pour simplifier le raisonnement, supposons qu'au point où est excité le champ électromagnétique le vecteur E soit constamment parallèle à l'axe Oz, et le vecteur H à l'axe Oy. Les équations (4.17) étant appliquables à des circuits de forme, dimensions et orientation quelconques dans le champ, choisissons, pour utiliser la première d'entre elles un circuit élémentaire $Oabc$ contenu dans le plan XOY, et pour la seconde un circuit $Odef$ contenu dans le plan XOZ (fig. III.88). Les vecteurs E et H sont des fonctions des coordonnées, aussi leurs valeurs diffèrent-elles aux différents points des circuits mentionnés. Ainsi, si E est la valeur du champ électrique au point O, au point a

de coordonnée dx sa valeur est $E+\frac{\partial E}{\partial x}dx$, la dérivée partielle $\frac{dE}{dx}$ montrant la vitesse de variation de E suivant l'axe OX. On a indiqué sur la fig. III.88 les valeurs de E et H aux extrémités des tronçons élémentaires.

Servons-nous de la première équation (4.17) pour le contour $Oabc$. Sur les tronçons Oa et bc le produit Hdl est nul, le vecteur H étant perpendiculaire à Oa et bc. Pour les tronçons ab et cO, multiplions la longueur de chacun de ces tronçons dy par la valeur moyenne respective de H sur ces tronçons ; sur le tronçon cO le vecteur H étant dirigé contre le sens de parcours, il vient :

$$dy\cdot\frac{1}{2}\left[\left(H+\frac{\partial H}{\partial x}dx\right)+\left(H+\frac{\partial H}{\partial x}dx+\frac{\partial H}{\partial y}dy\right)\right]-$$
$$-dy\cdot\frac{1}{2}\left[\left(H+\frac{\partial H}{\partial y}dy\right)+H\right]=\frac{\partial D}{\partial t}dxdy,$$

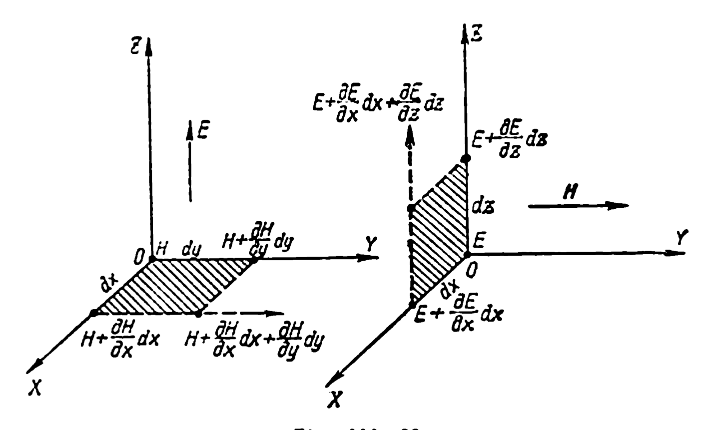


Fig. III. 88.

$dxdy$ étant l'aire délimitée par le contour. Nous avons remplacé ici $\frac{dD}{dt}$ par $\frac{\partial D}{\partial t}$, puisqu'on peut prendre pour le calcul de flux du vecteur D à travers l'aire $dxdy$ la valeur du vecteur D en un seul point, soit le centre de cette aire. On a après réduction

$$\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial D}{\partial t}=\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}. \tag{4.18}$$

Un calcul analogue pour la seconde équation (4.17) et le contour $Odef$ donne le résultat suivant :

$$\frac{\partial E}{\partial x}=\frac{\partial B}{\partial t}=\mu_0\mu\frac{\partial H}{\partial t}. \tag{4.19}$$

Calculons les dérivées partielles de (4.18) par rapport à t et de (4.19) par rapport à x, en supposant ε et μ constants :

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x\,\partial t}=\varepsilon_0\varepsilon\frac{\partial^2 E}{\partial t^2};\quad \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}=\mu_0\mu\frac{\partial^2 H}{\partial t\,\partial x}.$$

On déduit de ces équations :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=\frac{1}{\varepsilon_0\varepsilon\cdot\mu_0\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \tag{4.20}$$

Nous avons établi l'équation différentielle de l'onde ; cette équation est notamment vérifiée par l'onde sinusoïdale simple :

$$E = E_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c}\right), \tag{4.21}$$

dans laquelle le vecteur E se propage suivant l'axe OX avec la vitesse

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \cdot \mu_0 \mu}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\varepsilon \mu}} m/s. \tag{4.22}$$

On peut établir par un raisonnement analogue l'équation de l'onde du vecteur H. Le lien entre les valeurs de E et H dans l'onde a la forme :

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_0 \mu} \cdot H. \tag{4.23}$$

Par conséquent, en tout point de l'onde envisagée les vecteurs E et H sont proportionnels en grandeur. En outre, ils sont perpendiculaires à la direction de la propagation (à l'axe OX), d'où l'appellation d'onde transversale. Partant des équations (4.17), on peut montrer que les vecteurs E et H dans l'onde sont orthogonaux.

L'onde électromagnétique transporte dans le sens de sa propagation une certaine quantité d'énergie, qui est contenue dans les champs électrique et magnétique, et qui est donc proportionnelle aux carrés de E et H. L'aire unité perpendiculaire à la direction de la propagation de l'onde est traversée dans l'unité de temps par toute l'énergie contenue dans un parallélépipède de 1 cm^2 de base et de hauteur égale à la vitesse de propagation c ; cette énergie est appelée intensité de rayonnement ou densité de flux d'énergie et désignée par I. Comme l'unité de volume des champs électrique et magnétique contient l'énergie

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}; \tag{4.24}$$

on a, en vertu de (4.22),

$$I = wc = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} E^2 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\varepsilon_0 \varepsilon}} H^2 \, (v/m^2). \tag{4.25}$$

Sous forme vectorielle, compte tenu de (4.23), l'expression de la densité du flux d'énergie dans l'onde prend la forme simlpe :

$$I = [EH]. \tag{4.26}$$

Le vecteur I, dirigé dans le sens de la propagation de l'onde, est appelé *vecteur de Poynting*.

Les ondes électromagnétiques ont une gamme très large de fréquences $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$. On les distingue habituellement d'après la *longueur d'onde* $\lambda = \frac{c}{\nu} = 2\pi \frac{c}{\omega}$. En radio-électricité on utilise des ondes électromagnétiques de longueur allant de plusieurs kilomètres à quelques centimètres. On a obtenu en laboratoire un rayonnement dont la longueur d'onde est de quelques millimètres. Les ondes électromagnétiques plus courtes, comprises entre 340 μ (0,34 *mm*) et 0,01 μ sont appelées rayonnement optique. Le rayonnement visible produisant

dans l'œil de l'homme la sensation lumineuse de couleur est une partie du rayonnement optique de longueur d'onde entre 0,77 μ et 0,38 μ. Le rayonnement optique avec $\lambda > 0{,}77$ μ est appelé infra-rouge et avec $\lambda < 0{,}38$ ultraviolet. Les rayons X et le rayonnement γ des matières radio-actives ont des longueurs d'ondes plus courtes, de quelques millimicrons et moins.

§ 30. Sur la théorie de la relativité d'Einstein

Pour l'étude des phénomènes physiques et la déduction de leurs lois, il est indispensable de faire des mesures. On choisit à cet effet un certain nombre de grandeurs physiques (longueur, temps, vitesse, accélération, force, masse, travail, énergie, etc.), et on spécifie comment elles doivent être mesurées. Il importe de remarquer que les lois de la physique ne peuvent être déduites qu'une fois les mesures faites, aussi, choisissant les procédés de mesure de grandeurs physiques, les lois de la physique nous sont-elles inconnues *à priori*.

Pour établir les lois régissant des phénomènes physiques déterminés (mécaniques, électromagnétiques, etc.), il faut choisir :

1) un référentiel déterminé, par rapport auquel sont mesurées les coordonnées x, y, z, le temps t, ainsi que toutes les autres quantités participant au phénomène (par exemple la masse, l'énergie, etc.) ;

2) les procédés de mesure de ces quantités.

Puis, se basant sur les résultats des mesures, on déduit les lois de la physique sous forme de fonctions

$$f(x, y, z, t, \ldots) = 0,$$

traduisant ces lois.

Choisissant tel ou tel référentiel : le bâti d'un appareil expérimental, les murs du laboratoire, la surface de la Terre, etc., nous les considérons conventionnellement comme immobiles. On pourrait supposer qu'il existe un référentiel qui serait non pas conventionnellement, mais « effectivement » immobile ; ce référentiel pourrait être l'espace qui nous environne ou ce qu'on appelle « éther universel », qui est le siège des champs de gravitation, électriques et magnétiques, et de la propagation des ondes électromagnétiques (et lumineuses). Toutefois, les mesures des grandeurs physiques par rapport à l'éther universel ne pourraient être réalisées qu'après avoir trouvé des corps immobiles par rapport à l'éther. Pour trouver de tels corps, il faut savoir comment se reflète le mouvement des corps par rapport à l'éther sur les phénomènes physiques étudiés. Ainsi apparaît le problème de la détection et de la mesure de ce qu'on appelle le « mouvement absolu », c'est-à-dire le mouvement des corps par rapport à l'éther.

Considérons maintenant l'importance des procédés de mesure des quantités physiques dans la formulation des lois physiques. Soit à mesurer la distance entre deux points A et B marqués sur un objet

M. Nous rapporterons les mesures à un référentiel *S* lié à la surface de la Terre. Supposons d'abord l'objet immobile par rapport à la Terre. Pour effectuer les mesures, il faut préalablement choisir un étalon de longueur, puis spécifier quelles sont les opérations devant être faites avec cet étalon. Si l'étalon est une règle métallique, la mesure consiste à la reporter le long de la ligne mesurée ; si l'étalon est la longueur d'une onde lumineuse, il faudra indiquer comment on doit comparer la distance à la longueur d'onde ; à cet effet, on devra utiliser des appareils spéciaux dits interféromètres.

Toutefois, tout « procédé de mesure » doit impliquer les indications indispensables sur la manière de mesurer la quantité physique donnée dans toutes les conditions où ces mesures sont faites. Notamment, on doit non seulement mesurer les dimensions de corps immobiles (par rapport à un référentiel), mais aussi de corps en mouvement. Dans ce dernier cas très important, deux procédés de mesure sont possibles :

1) on peut déplacer l'instrument de mesure (par exemple, un étalon de longueur ou un interféromètre) avec la même vitesse que l'objet mesuré. Alors l'instrument de mesure est au repos par rapport à l'objet, mais en mouvement par rapport au référentiel. Il importe de savoir si l'étalon de longueur n'est pas altéré par son mouvement et si le résultat ne dépend pas de la vitesse du mouvement ;

2) on peut repérer les points A' et B' du référentiel coïncidant au même instant avec les points A et B de l'objet en mouvement, puis déterminer la distance entre A' et B'. Alors, l'instrument de mesure est toujours au repos par rapport au référentiel. Ce procédé est commode, mais il fait intervenir la mesure du temps, étant donné que la simultanéité de la coïncidence des points A et A', B et B' doit être enregistrée par une horloge. On n'est pas assuré *à priori* que ces deux procédés conduisent au même résultat.

Envisageons la mesure du temps ; il faut pour cela choisir une horloge, c'est-à-dire un système physique siège d'un processus périodique. La mesure du temps consiste alors à compter le nombre de fois que le système repasse par un état donné. Pour la mesure du temps en des lieux différents, deux procédés sont possibles :

1) on peut fabriquer un certain nombre d'horloges (pendules) parfaitement identiques, régler leur marche en un lieu déterminé (avec une orientation déterminée de leurs axes), puis les répartir aux points où le temps doit être mesuré. Il faut savoir alors si la marche des horloges n'est pas altérée lors de leur transport et si elle est synchrone en leurs lieux de destination. Il est très possible qu'en différents lieux du champ d'attraction terrestre les horloges marchent différemment ;

2) on peut répartir ces horloges puis faire concorder leur marche au moyen de « signaux de temps » quelconques : signaux lumineux, etc. Il faudra alors connaître préalablement les lois de propagation des signaux dans le référentiel donné.

Pour mesurer le temps dans un système physique en mouvement, on devra encore, ou bien utiliser une horloge en mouvement avec le système, donc au repos par rapport à lui, et il faudra savoir alors comment la marche de l'horloge dépend de la vitesse de son mouvement d'entraînement ; ou bien on utilisera des « signaux de temps », mais alors on devra connaître les lois de propagation de ces signaux par rapport à n'importe quel système physique dans lequel le temps est mesuré. En outre, on n'est pas assuré que les résultats de mesure du temps coïncident selon qu'on emploie tel ou tel procédé.

Ainsi donc, examinant les procédés de mesure des quantités physiques, notamment de la longueur et du temps, on se heurte au problème suivant : effectuant des mesures, il faut savoir à l'avance comment varient les étalons de grandeurs physiques (règle, horloge, etc.) lors des mesures. Les résultats mêmes des mesures : nombre de fois que la règle a été reportée, nombre d'oscillations de l'horloge, etc. ne peuvent résoudre ce problème.

On pourrait chercher à déterminer le comportement des étalons dans leurs diverses conditions d'utilisation si l'on connaissait les lois physiques correspondantes, mais elles ne peuvent être établies qu'après les mesures et leur analyse ; elles ne sont pas connues *à priori*. La difficulté qui apparaît ici est particulièrement bien mise en évidence si l'on convient de mesurer le temps au moyen de « signaux », par exemple d'éclats lumineux : cette mesure peut être faite si l'on connaît préalablement les lois de propagation de la lumière, mais ces lois ne peuvent être déduites qu'après l'étude expérimentale de la propagation de la lumière, ce qui implique que le procédé de mesure du temps doit être déjà choisi.

Ce problème peut être évidemment résolu s'il existe des lois physiques dont la déduction n'exige pas de mesure. Alors, les procédés de mesure des grandeurs physiques pourraient être basés sur ces lois ; les autres lois physiques s'obtiennent en analysant les mesures. Le résultat suivant traduit une telle loi physique (ne dépendant pas du procédé de mesure des grandeurs physiques) : le mouvement des systèmes physiques par rapport à l'espace (à l'éther universel) ne peut être décelé.

On aurait pu s'attendre à ce que le mouvement des corps par rapport à l'éther altère leurs formes et dimensions, la distribution des charges dans ces corps, la forme des surfaces équipotentielles des champs de forces (électriques, gravitationnels), la forme des surfaces d'ondes de la lumière émise par les corps, etc. Un grand nombre d'expériences ont été faites afin de déceler le mouvement de la Terre sur son orbite ($v=30$ *km/s*). Ainsi, d'après certains calculs, lors de la rotation de l'interféromètre de Michelson (IV[e] partie § 4, fig. IV. 14), on aurait dû observer un déplacement notable des franges d'interférence proportionnel à la vitesse du mouvement d'entraînement de l'appareil avec la Terre ; il n'en fut rien. Mesurant la résistance d'un conducteur rectiligne (par exemple au pont de Wheatstone), on

l'orientait dans le sens du mouvement de la Terre et perpendiculairement à son mouvement ; la variation de la résistance espérée n'a pas eu lieu. On a établi sur la base d'un grand nombre d'expériences analogues l'impossibilité de mettre en évidence la direction du mouvement des corps par rapport à l'éther universel.

Entre autres lois physiques, ce résultat établi expérimentalement se distingue par le fait qu'il n'implique pas la réalisation de mesures, quelles qu'elles soient, faisant intervenir des étalons ou autres instruments de mesure.

En effet, pour prouver qu'il est impossible de mettre en évidence le mouvement des systèmes physiques par rapport à l'éther, il suffit de constater l'absence de variations enregistrables dans les dispositifs expérimentaux pendant leur rotation. Ainsi, pour noter l'absence du phénomène d'interférence dans l'appareil de Michelson lors de sa rotation, point n'est besoin de mesurer la distance aux miroirs ou le temps de la propagation de la lumière dans différentes directions. Exactement de la même manière, on note dans les autres expériences seulement l'absence d'effet résultant du mouvement du dispositif de mesure par rapport à l'éther ; point n'est besoin de faire des mesures, aussi n'y a-t-il pas lieu de choisir préalablement des procédés de mesure des grandeurs physiques.

L'espace qui nous environne (l'éther) joue un rôle fondamental dans les phénomènes physiques ; dans cet espace existent les champs gravitationnels, électriques, magnétiques, se propagent les ondes électromagnétiques, à travers cet espace sont réalisées toutes sortes d'interactions des corps, etc. Par conséquent, si le mouvement des corps par rapport à l'éther n'est pas décelé, cela signifie que les phénomènes physiques observés évoluent tout à fait identiquement dans des systèmes au repos ou en mouvement arbitraire par rapport à l'éther. Cette assertion permet de conclure que les lois de la physique doivent avoir la même forme dans différents systèmes de référence. En particulier, si le temps est mesuré au moyen de « signaux », la loi de propagation de ces signaux peut être choisie identiquement dans tous les référentiels.

Ces résultats ont servi à A. Einstein dans l'élaboration de sa théorie de la relativité. Dans la première partie de cette théorie — dite relativité restreinte — il est stipulé que :

1) les lois des phénomènes physiques ont la même forme dans tous les référentiels d'inertie (*principe de relativité*) ;

2) la vitesse de propagation de la lumière est la même dans toutes les directions dans tous les référentiels d'inertie (*principe de la constance de la vitesse de la lumière*).

Ces deux principes s'appuyant sur les résultats expérimentaux mentionnés ci-dessus, pour les établir point n'est besoin de faire des mesures. Toutefois, maintenant, choisissant les procédés de mesure de grandeurs physiques, nous pouvons nous servir de ces résultats. Comme l'a montré Einstein, les deux principes fondamen-

taux de sa théorie suffisent pour justifier les procédés de mesure de toutes les grandeurs physiques ; par ailleurs, point n'est besoin de se servir d'hypothèses sur le comportement d'étalons ou d'autres appareils pendant les mesures. La grandeur physique fondamentale caractérisant tous les changements dans la nature — le temps — est mesurée au moyen de signaux lumineux ; aussi la vitesse de la lumière entre-t-elle dans toutes les formules de la relativité.

Supposons qu'une loi physique, déduite dans le système S, s'écrive :

$$f(x, y, z, t, \dots)=0,$$

et dans un autre référentiel S' :

$$f'(x', y', z', t' \dots)=0.$$

En vertu du principe de relativité, les fonctions f et f' doivent avoir la même forme. Ceci est possible s'il existe entre les résultats de mesure des grandeurs physiques dans S et S' des relations déterminées. Einstein a montré qu'il résulte des deux principes de sa théorie que les coordonnées des corps en mouvement et le temps mesuré dans S et S' sont liés par les relations :

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}; \quad y'=y; \quad z'=z; \quad t'=\frac{t-\frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

(transformations de Lorentz) ; on a supposé que les axes OX et OX' des référentiels S et S' étaient confondus, v est la vitesse de S' par rapport à S, et les corps se meuvent parallèlement à l'axe OX. Il montra ensuite que la forme des équations de Maxwell des phénomènes électromagnétiques est effectivement conservée quand on remplace dans ces équations, écrites dans le référentiel S', x', y', z' et t' par leurs expressions en fonction de x, y, z, t. Or, nous avons indiqué au § 11 de la première partie du cours que les lois de la mécanique ne conservent leur forme quand on passe d'un référentiel d'inertie à un autre que si les résultats des mesures des coordonnées et du temps dans ces référentiels sont liés par les transformations de Galilée :

$$x'=x-vt; \quad y'=y; \quad z'=z; \quad t'=t.$$

Cela signifie que les lois des phénomènes mécaniques et des phénomènes électromagnétiques reposent vraisemblablement sur différents procédés de mesure des grandeurs physiques, notamment du temps. Si l'on pose dans les transformations de Lorentz $c=\infty$, on retrouve les transformations de Galilée, donc on peut affirmer que la mécanique de Newton implique que la vitese de propagation des « signaux de temps » est infinie. Comme il est dénué de sens d'utiliser dans différents domaines de la physique différents procédés de mesure des grandeurs physiques, Einstein a élaboré une nouvelle mécanique

(relativiste) érigée sur les procédés, qu'il a proposé, de la mesure des grandeurs physiques, principalement du temps. Alors la formulation de certaines lois physiques a quelque peu changé, mais, en revanche, un grand nombre de phénomènes ont pu être expliqués dans le cadre d'une théorie unique, et des relations très importantes entre diverses grandeurs physiques ont été découvertes (par exemple entre l'énergie et la masse, etc.).

Apportons les principaux résultats de la théorie de la relativité ; en se servant des transformations de Lorentz, on établit par des calculs simples que :

1) les distances l et l' entre deux points déterminés, mesurées dans les référentiels « au repos » S et « en mouvement » S' sont liées par la relation

$$l' = l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}},$$

c'est-à-dire que dans le référentiel par rapport auquel ces points sont en mouvement leur distance est de $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ fois plus petite que dans le référentiel où ces points sont au repos ;

2) les laps de temps Δt, $\Delta t'$ mesurés dans S et S' sont reliés par la relation :

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

c'est-à-dire que *le temps s'écoule différemment dans différents systèmes de référence* ; une horloge en mouvement marche $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ fois moins vite qu'une horloge au repos ;

3) les vitesses u et u' et les accélérations a et a' (selon l'axe OX) mesurées dans S et S' sont reliées par les relations :

$$u' = \frac{u+v}{1+\frac{uv}{c^2}}; \quad a' = a\frac{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Notamment, si $u=c$, on a aussi $u'=c$, ce qui prouve que la vitesse de la lumière mesurée dans S et dans S' est la même.

Dans sa mécanique relativiste Einstein a obtenu les résultats suivants :

4) si m_0 est la masse d'un corps au repos dans S, lorsqu'il se meut avec la vitesse v, sa masse augmente conformément à la formule :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Cette formule a été expérimentalement confirmée par des expériences avec des électrons lancés à des vitesses voisines de celle de la lumière ;

5) l'équation fondamentale de la mécanique, dont la forme est conservée dans tous les référentiels d'inertie, est :

$$F = \frac{d}{dt}(mv),$$

où, contrairement à la mécanique newtonienne, la masse du corps dépend de sa vitesse. Toutefois, cette dépendance n'étant notable qu'aux très grandes vitesses, la mécanique relativiste intervient principalement lors de l'étude du mouvement des électrons et d'autres particules se mouvant avec des vitesses voisines de celle de la lumière.

Un résultat extrêmement important de la relativité pour la physique contemporaine est :

6) la relation entre l'énergie d'un corps et sa masse :

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Développons cette expression en série et négligeons le troisième terme et les suivants (lorsque $v \ll c$, on peut effectivement négliger ces termes) ; alors

$$E = m_0c^2 + \frac{m_0v^2}{2} + \dots .$$

Le premier terme (m_0c_2) représente l'énergie de la masse au repos, et le second l'énergie cinétique, qui nous est connue, du corps en mouvement. Cependant,

7) l'expression exacte de l'énergie cinétique du corps est :

$$E_{cin} = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right);$$

8) la quantité de mouvement (l'impulsion) d'un corps est définie par la formule :

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = mv.$$

Lorsque $v \ll c$, on a $p \approx m_0v$.

Ci-dessus nous avons considéré la relativité restreinte, ne faisant intervenir que des référentiels d'inertie. Einstein a généralisé sa théorie en envisageant des référentiels quelconques. Dans la relativité générale d'Einstein la théorie de la gravitation occupe une place particulière. Cette théorie est exposée dans les cours de physique théorique.

QUATRIÈME PARTIE

OPTIQUE ET PHYSIQUE DE L'ATOME

Chapitre I

FONDEMENTS DE L'OPTIQUE ONDULATOIRE

§ 1. Théories ondulatoire (électromagnétique) et photonique de la lumière. Pression de la lumière

Pour l'explication de différents phénomènes où participe l'énergie lumineuse, deux conceptions sur la nature de la lumière se sont formées historiquement en physique. Conformément à la théorie *ondulatoire* (ou électromagnétique), l'énergie lumineuse est constituée d'ondes électromagnétiques de longueur entre 0,38 et 0,77 μ ; les ondes plus longues ou plus courtes, qui ne sont pas perçues par l'organe visuel de l'homme, sont enregistrées par des appareils de mesure spéciaux. De son côté, la théorie photonique stipule que le rayonnement lumineux et les autres rayonnements semblables (rayons X, rayonnement γ etc.) sont constitués de flux de particules spéciales — des photons — qui ont une énergie, une masse et une impulsion (quantité de mouvement) déterminées.

La théorie ondulatoire explique l'interférence, la diffraction, la polarisation et la dispersion de la lumière. La théorie photonique explique l'effet photo-électrique, la luminescence, la diffusion de la lumière par les électrons et d'autres phénomènes. Les tentatives pour expliquer dans le cadre d'une seule théorie tous les phénomènes de propagation, de rayonnement et d'absorption de la lumière sont restées infructueuses.

Ainsi donc, la lumière est caractérisée par une *dualité* de propriétés ondulatoires et corpusculaires. Les propriétés ondulatoires déterminent principalement les lois de la propagation de la lumière, les propriétés corpusculaires, celles de son émission et de son absorption. Toutefois, ces propriétés sont liées entre elles. Ce lien s'exprime dans le fait que la fréquence ν des oscillations d'une onde lumineuse détermine l'énergie ε_{ph}, la masse m_{ph} et l'impulsion p_{ph} des photons constituant cette lumière du point de vue corpusculaire :

$$\varepsilon_{ph} = h\nu ; \quad m_{ph} = \frac{h\nu}{c^2} ; \quad p_{ph} = \frac{h\nu}{c} , \tag{1.1}$$

où $h=6{,}625\cdot10^{-27}erg\cdot s=6{,}625\cdot10^{-34}J\cdot s$ est la *constante de Planck* et c la vitesse de propagation de la lumière.

Conformément à la théorie ondulatoire, l'onde électromagnétique v (cf. p. III, § 29) est la propagation de champs électriques et magnétiques intimement liés ; en chaque point de l'onde les vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{H}$ des champs électrique et magnétique varient périodiquement ; ces vecteurs sont perpendiculaires entre eux ainsi qu'à la direction de la propagation de l'onde et ils atteignent simultanément leurs valeurs maxima et nulles (c'est-à-dire que $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{H}$ oscillent en phase). Si au point A (fig. IV.1) le vecteur $\boldsymbol{E}$ varie dans le temps d'après la formule $E=E_0 \sin \omega t$, en un autre point A_1, à la distance x de A, la valeur du vecteur sera :

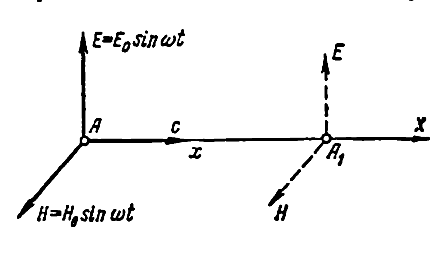


Fig. IV. 1.

$$E=E_0 \sin \omega \left(t-\frac{x}{c}\right)=E_0 \sin 2\pi \left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right), \qquad (1.2)$$

où ω est la pulsation égale à $2\pi\nu=\frac{2\pi}{T}$, T la période, $\lambda=\frac{c}{\nu}=cT$ la longueur d'onde, c la vitesse de la lumière. On peut écrire une formule analogue pour le champ magnétique $\boldsymbol{H}$. Il est évident que la formule (1.2) n'est valable que si l'amplitude du vecteur $\boldsymbol{E}$ (ainsi que de $\boldsymbol{H}$) est constante pendant la progression de l'onde. Pour l'onde sphérique d'une source ponctuelle les amplitudes E_0 et H_0 décroissent comme l'inverse de la distance à cette source.

L'onde harmonique (sinusoïdale) décrite par la formule (1.2), c'est-à-dire possédant une fréquence de vibration ν ou une longueur d'onde $\lambda=\frac{c}{v}$ bien déterminée, est une abstraction, comme, par exemple, la notion de « masse ponctuelle » ou de « charge ponctuelle ». Mais elle facilite beaucoup la description et l'étude des phénomènes ondulatoires, notamment lumineux. Un rayonnement réel est constitué non pas par une seule fréquence bien définie, mais par tout un ensemble de fréquences qu'on appelle *spectre* ou composition spectrale du rayonnement. Un rayonnement est dit *monochromatique* s'il contient une bande très étroite de fréquences $\Delta\nu$ (ou de longueurs d'onde $\Delta\lambda$). Dans la région visible un rayonnement monochromatique suscite une sensation lumineuse de *couleur* déterminée; ainsi, le rayonnement s'étalant entre 0,55 et 0,56μ est perçu comme lumière jaune. Un rayonnement est d'autant plus monochromatique que son intervalle de fréquence $\Delta\nu$ est étroit. La formule (1.2) caractérise un rayonnement parfaitement monochromatique avec une seule fréquence de parfaitement monochromatique avec une seule fréquence de vibration.

Les corps solides et liquides incandescents émettent un *spectre continu* d'ondes électromagnétiques dans un intervalle très large de fréquences. Les gaz raréfiés luminescents émettent un spectre qui est constitué par des radiations monochromatiques distinctes dites *raies spectrales* ; chaque raie spectrale est caractérisée par une fréquence déterminée de vibration (ou par la longueur d'onde correspondante) située au milieu de l'étroit intervalle de fréquences qu'elle occupe. Il est établi qu'à l'état de gaz raréfié chaque substance émet un spectre qui lui est caractéristique.

Envisageons une onde électromagnétique progressant le long d'une droite que nous appellerons *rayon*. On peut suivre la variation du vecteur $\boldsymbol{E}$ dans le temps en un point du rayon ; il se peut qu'en ce point varie non seulement la grandeur de $\boldsymbol{E}$, comme il résulte de la formule (1.2), mais aussi son orientation dans l'espace. Notons la grandeur et la direction de $\boldsymbol{E}$ en divers points du rayon en un seul et même instant. Si tous ces vecteurs sont contenus dans un plan, le rayonnement est dit à *polarisation plane*. Un tel rayonnement peut être obtenu à partir d'une source d'onde électromagnétique dont le plan est invariable au cours de l'émission. Mais si le plan de vibration de la source d'onde varie dans le temps, le vecteur $\boldsymbol{E}$ dans l'onde ne sera pas contenu dans un plan et le rayonnement n'est pas à polarisation plane. Notamment, on peut obtenir une onde dans laquelle $\boldsymbol{E}$ tourne uniformément autour du rayon. Si, par contre, l'orientation du vecteur $\boldsymbol{E}$ autour du rayon varie d'une manière absolument chaotique, le rayonnement est dit *naturel*. Tel est le rayonnement des corps solides, liquides et gazeux lumineux dont les plans de vibration des sources élémentaires de vibration—atomes et molécules—sont chaotiquement orientés dans l'espace.

Ainsi, le rayonnement le plus simple est une onde monochromatique à polarisation plane. Le plan contenant le vecteur $\boldsymbol{E}$ et le vecteur définissant la direction de la propagation de l'onde est appelé plan de vibration de l'onde ; le plan perpendiculaire au plan des vibrations (c'est-à-dire le plan contenant $\boldsymbol{H}$) est appelé plan de polarisation. La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide est une des constantes fondamentales de la physique. Elle vaut :

$$c = 2{,}9979 \cdot 10^8 \ m/s \approx 3 \cdot 10^8 \ m/s.$$

Dans différents milieux elle a une valeur plus petite, définie par la formule : (cf. p. III, § 29) :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \ m/s.$$

Lorsque l'onde passe d'un milieu à un autre, sa fréquence ν ne varie pas, alors que sa longuer λ varie ; d'ordinaire, s'il n'est pas spécifié, λ désigne la longueur d'onde dans le vide.

Il a été dit plus haut que le rayonnement visible (qu'on appelle lumière) s'étend sur les longueurs d'onde de 380 à 770 $m\mu$ (milli-

microns). Un œil entraîné peut enregistrer des ondes de 320 à 900 $m\mu$. Un intervalle plus large de longueurs d'onde de 10 à 340 000 $m\mu$, qui embrasse également les bandes ultraviolettes et infrarouges est appelé rayonnement optique. Par la suite, on ne considérera que le rayonnement optique.

Une onde électromagnétique transporte de l'énergie : l'unité de volume du milieu où existent des champs électrique et magnétique contient l'énergie (cf. partie III, §§ 7 et 23) $w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$ (J/m^3). Aux termes de la théorie photonique, cette énergie doit être définie par la formule

$$\omega = N_1 h\nu_1 + N_2 h\nu_2 + \ldots = \Sigma N_i h\nu_i,$$

N_i étant le nombre de photons d'énergie $h\nu_i$ se trouvant à l'instant donné dans l'unité de volume considéré.

Supposons qu'une source rayonne continûment des ondes électromagnétiques de composition spectrale déterminée. Menons mentalement dans l'espace une surface S. Notamment, cette surface pourra être normale aux rayons ; alors la normale à cette surface sera confondue en chaque point avec la direction de la propagation du rayonnement. La quantité d'énergie de rayonnement traversant la surface S dans l'unité de temps est appelée *flux énergétique* à travers cette surface. Le flux énergétique se mesure en unités de puissance (*erg/s* ou *W*) et se note P. Plus importante est l'émittance énergétique

$$I = \frac{\Delta P}{\Delta S} \quad \left(\text{ou } I = \frac{dP}{dS}\right),$$

qui est numériquement égale à l'énergie de rayonnement traversant en l'unité de temps l'unité de surface située perpendiculairement à la direction de la propagation du rayonnement. L'émittance énergétique se mesure en $erg/cm^2 \cdot s$ ou en W/m^2. En vertu de la formule (6.13) apportée au § 30 de la première partie, l'émittance énergétique I est :

$$I = wc, \tag{1.3}$$

ω étant l'énergie contenue dans l'unité de volume du milieu où se propage le rayonnement, c la vitesse de sa propagation dans ce milieu.

Le spectre continu dont est constitué le flux énergétique donné P peut être divisé en bandes étroites (monochromatiques), $\Delta\nu$ ou $\Delta\lambda$ étant l'intervalle de fréquences ou de longueurs d'onde relatives à une bande. La puissance P de tout le rayonnement sera distribuée d'une certaine manière dans le spectre. Désignons par ΔP_λ la puissance relative à l'intervalle du spectre compris entre les longueurs d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$; alors $P = \Sigma \Delta P_\lambda$. Le rapport $\varphi_\lambda = \frac{\Delta P_\lambda}{\Delta\lambda}$ ou pour un intervalle infiniment étroit du spectre :

$$\varphi_\lambda = \frac{dP_\lambda}{d\lambda} \tag{1.4}$$

représente la puissance par unité d'intervalle de longueur d'onde dans la région donnée du spectre. Cette quantité, qui peut varier d'une région du spectre à l'autre, est appelée *densité spectrale du rayonnement* dans la région donnée du spectre. D'après son sens, $\varphi_\lambda = \varphi(\lambda)$ est la *fonction de distribution de la puissance* (ou de l'énergie) *du rayonnement dans le spectre* ; c'est une importante caractéristique du rayonnement. Si l'on connaît cette fonction, on peut calculer la puissance qui revient à une région quelconque du spectre comprise entre les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 (fig. IV. 2) :

$$\Delta P = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dP_\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_\lambda d\lambda.$$

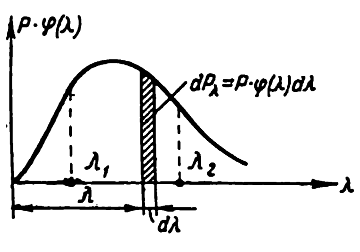


Fig. IV. 2.

Outre la distribution de la puissance du rayonnement suivant les longueurs d'ondes, on peut s'intéresser à la distribution de la puissance suivant les diverses orientations des plans de vibration du vecteur $\boldsymbol{E}$. Supposons que le rayonnement se propage dans la direction perpendiculaire au plan du dessin (fig. IV. 3), si bien que pour le lecteur cette direction se projette en O. Supposons encore qu'on ait un récepteur de rayonnement qui ne capte *l'énergie* de l'onde électromagnétique que pour une orientation déterminée du vecteur $\boldsymbol{E}$ de cette onde par rapport au récepteur. Si le rayonnement incident produit le même effet sur le récepteur alors qu'on le tourne, on peut affirmer que dans ce rayonnement l'énergie est uniformément distribuée suivant les diverses directions des plans de vibration (fig. IV. 3,*a*). Mais il existe des rayonnements dans lesquels la distribution d'énergie suivant les plans de vibration n'est pas uniforme. On a représenté conventionnellement sur la fig. IV. 3,*b* une distribution présentant un maximum dans le plan des vibrations *a—a* et un minimum dans le plan *b—b*. On dit d'un tel rayonnement qu'il est *partiellement polarisé*. Plus la différence des énergies relatives aux plans *a — a* et *b — b* est grande, plus le rayonnement est polarisé. A la limite, lorsque le récepteur de rayonnement ne capte d'énergie que dans un plan bien déterminé (fig. IV. 3, *c*) (le vecteur $\boldsymbol{E}$ oscille dans un plan), le rayonnement est idéalement polarisé ; dans des conditions réelles seul peut être obtenu un rayonnement polarisé dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ s'écarte très peu d'un plan de vibration déterminé.

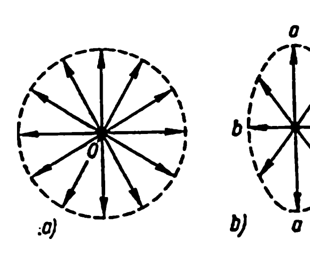


Fig. IV. 3.

Les sources de rayonnement se divisent en : 1) *sources primaires* (à rayonnement propre) qui transforment leur énergie interne en énergie de rayonnement, et 2) sources secondaires qui réfléchissent ou laissent passer le rayonnement.

Distinguons sur la surface du corps rayonnant un élément de surface dS et désignons par dP_0 le flux d'énergie tout entier émis par cet élément dans toutes les directions (d'un seul côté de la surface) et par dP le flux d'énergie émis par cet élément dans une direction donnée $O - O_1$ à l'intérieur de l'angle solide élémentaire $d\omega$ (fig. IV. 4). On peut alors caractériser le pouvoir émissif de cet élément par les quantités suivantes :

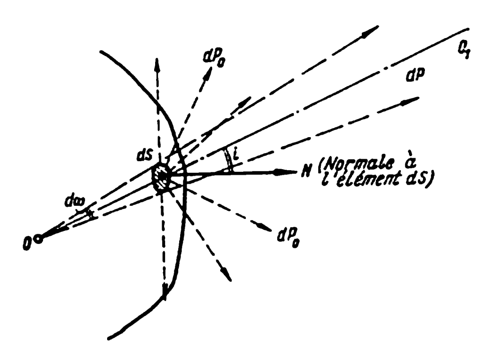


Fig. IV. 4.

$$R_é = \frac{dP_0}{dS}; \quad I_é = \frac{dP}{d\omega}.$$

La quantité $R_é$ est égale au flux d'énergie émis par l'unité de surface du corps dans l'unité de temps (se mesure en W/m^2). C'est la *densité superficielle* du flux énergétique émis par le corps. La quantité $I_é$ est égale à la puissance du rayonnement par unité d'angle solide (se mesure en *Watt/stéradian*). Pour une source *ponctuelle*,

$$I_é = \frac{P}{4\pi}; \quad P = 4\pi I_é,$$

P étant le flux énergétique tout entier émis par cette source dans toutes les directions, 4π l'angle solide autout du point.

Supposons à présent la surface d'un corps atteinte par un flux énergétique, et soit dP la puissance du rayonnement concernant l'élément de surface dS. Le rapport

$$E_é = \frac{dP}{dS}$$

est appelé *éclairement énergétique* de cette surface (se mesure en W/m^2). C'est le flux énergétique que reçoit chaque seconde l'unité de surface ; il peut être constant ou varier sur cette surface.

Un rayonnement exerce sur la surface d'un corps une pression. Maxwell a montré l'existence d'une pression lumineuse en se basant sur la théorie électromagnétique de la lumière. Le champ électrique $\boldsymbol{E}$ de l'onde oriente le mouvement des charges élémentaires dans la matière du corps, tandis que le champ magnétique $\boldsymbol{H}$ exerce sur ces charges une force égale à la force de Lorentz. Celle-ci est dirigée dans le sens de propagation (fig. IV. 5) ; la résultante de toutes ces forces est perçue comme la pression du rayonnement. Soit un flux

de puissance I tombant perpendiculairement sur une surface d'un mètre carré d'un corps. Maxwell a démontré que si le rayonnement est entièrement absorbé par le corps, il exerce sur lui une pression $p=\frac{I}{c}=w$, c'est-à-dire égale à l'énergie contenue dans l'unité de volume du rayonnement. Si une certaine partie ρI de ce rayonnement est réfléchie (ρ étant le facteur de réflexion), la pression de la lumière est égale à :

$$p=(1+\rho)\frac{I}{c}=(1+\rho)w. \quad (1.5)$$

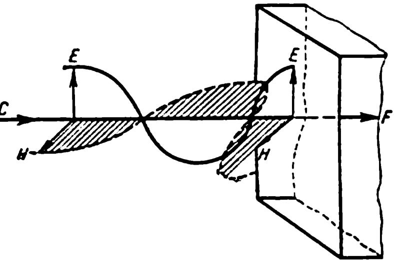


Fig. IV. 5.

Pour une surface parfaitement réfléchissante ($\rho=1$), la pression du rayonnement est deux fois plus grande que pour une surface parfaitement absorbante ($\rho=0$). La pression du rayonnement solaire (en temps clair) sur un mètre carré d'une surface absorbante orientée perpendiculairement aux rayons est d'environ $4\cdot10^{-6}$ N/m^2.

C'est P. N. Lébédev qui le premier, a mesuré la pression lumineuse.

L'existence de la pression lumineuse résulte aussi de la théorie photonique. Envisageons N photons frappant perpendiculairement une surface d'un mètre carré ; la quantité de mouvement de chaque photon est égale à $m_{ph}c=\frac{h\nu}{c}$. N_1 de ces photons sont absorbés par le corps, et N_2 photons sont réfléchis, si bien que $\frac{N_2}{N}=\rho$ est le facteur de réflexion. Puisque la variation de la quantité de mouvement à la surface d'un corps est égale à $\frac{h\nu}{c}$ pour un photon absorbé, et à $2\frac{h\nu}{c}$ pour un photon réfléchi, la variation résultante de la quantité de mouvement qui a lieu en une seconde à la surface du corps est

$$N_1\frac{h\nu}{c}+N_2\cdot2\frac{h\nu}{c}=N\frac{h\nu}{c}(1+\rho) \text{ où } N_1=N-N_2. \quad (1.6)$$

Cette quantité doit être égale à la force qui agit sur la surface donnée. Puisque $S=1$ m^2, et que $Nh\nu=I$ est l'énergie qui tombe à chaque seconde sur cette surface, nous obtenons la formule (1.5). Le résultat ne change pas si un rayonnement constitué de photons de caractéristiques différentes tombe sur le corps.

§ 2. Notions et unités photométriques

L'énergie du rayonnement électromagnétique est captée, utilisée et mesurée d'après l'action du rayonnement sur différents récepteurs, dans lesquels cette énergie est transformée en d'autres formes d'éner-

gie. Parmi ces récepteurs l'œil a un rôle particulier. Chaque récepteur de rayonnement a une sensibilité différente (réaction) pour les différentes parties du spectre. Supposons qu'un flux monochromatique dP_λ (de rayonnement compris entre λ et $\lambda+d\lambda$) donne dans le récepteur une « indication » égale à dX_λ (cela peut être une variation de température ou celle d'une résistance électrique, l'intensité du courant dans le circuit d'une cellule photo-électrique, la force électromotrice dans le circuit d'une thermopile, la quantité de matière produite dans une réaction chimique et ainsi de suite).
Le rapport

$$\psi_\lambda = \frac{dX_\lambda}{dP_\lambda} \tag{1.7}$$

est appelé sensibilité spectrale du récepteur de rayonnement donné pour la longueur d'onde λ. Si pour une longueur d'onde λ_0 cette sensibilité est maximum (ψ_λ), le rapport $\psi_\lambda/\psi_\lambda^0$ est appelé sensibilité spectrale relative. Pour un rayonnement qui embrasse un large intervalle de longueurs d'ondes de λ_1 à λ_2, on introduit la notion de sensibilité intégrale :

$$\psi = \frac{X}{P} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dX_\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} dP_\lambda} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \psi_\lambda \varphi_\lambda \, d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_\lambda \, d\lambda}.$$

L'œil est un récepteur de rayonnement, à sensibilité variable dans les limites du spectre visible. Nous désignerons par V_λ la sensibilité spectrale de l'œil en fonction de la longueur d'onde. On appelle *sensation lumineuse* la réaction de l'œil percevant un rayonnement ; le produit du flux énergétique dP_λ d'un rayonnement de longueur d'onde de λ à $\lambda+d\lambda$ par la sensibilité spectrale de l'œil pour cette bande du spectre V_λ :

$$V_\lambda \, dP_\lambda = d\Phi_\lambda$$

est appelé *flux lumineux monochromatique* de longueur d'onde λ. Le flux lumineux se mesure en lumens (*lm*) ; donc V_λ a pour unité *lm*/*W*.

L'œil est le plus sensible à la longueur d'onde $\lambda_0=0{,}555\ \mu$, avec $V_0=682$ *lm*/*W*. Cela signifie qu'un rayonnement monochromatique de longueur d'onde d'environ 0,555 micron et de puissance 1 watt, est perçu comme un flux lumineux jaune-vert de 682 lumens. La grandeur inverse $M=\frac{1}{V_0}=0{,}001466\ \frac{W}{lm}$ est l'équivalent énergétique de la lumière (pour $\lambda_0=0{,}555\mu$).

La sensibilité spectrale relative de l'œil $K_\lambda=\frac{V_\lambda}{V_0}$ (qu'on appelle parfois fonction de vision) a les valeurs moyennes suivantes :

$\lambda = 0{,}400$	0,500	0,555	0,590	0,650	0,700	$0{,}760\mu$
$K_\lambda = 0{,}0004$	0,323	1	0,757	0,107	0,0041	0,00006.

Le graphique de cette fonction est donné sur la fig. IV. 6.

D'après l'intensité spectrale du flux énergétique pour une bande donnée du spectre $\varphi_\lambda = dP_\lambda/d\lambda$, on peut trouver l'intensité spectrale du flux lumineux

$$f_\lambda = \frac{d\Phi_\lambda}{d\lambda} = V_\lambda \frac{dP_\lambda}{d\lambda} = V_\lambda \varphi_\lambda.$$

Remarquons que la lumière blanche, émise par exemple par les corps solides incandescents, contient toutes les longueurs d'onde du spectre visible ; toutefois, tout rayonnement contenant toutes les ondes visibles n'est pas forcément perçu comme de la lumière blanche. Une distribution adéquate de l'énergie dans le spectre est nécessaire à cet effet.

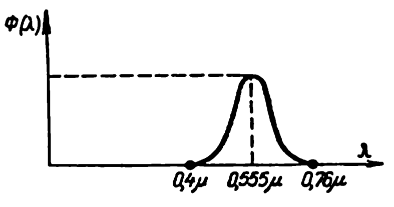


Fig. IV. 6.

Enumérons les grandeurs photométriques caractérisant les sources de lumière :

1) *flux lumineux* émis par une source : c'est le flux énergétique P dont l'intensité spectrale φ_λ dans chaque bande monochromatique λ, $\lambda + d\lambda$ est multipliée par $\frac{1}{V_\lambda}$ fois. Puisque au-delà du spectre visible (de $\lambda_1 = 0{,}38\mu$ à $\lambda_2 = 0{,}77\ \mu$) la sensibilité de l'œil est nulle, le flux lumineux est égal à :

$$\Phi = \int_{\lambda_1 = 0{,}38\mu}^{\lambda_2 = 0{,}77\mu} V_\lambda \varphi_\lambda \, d\lambda = V_0 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K_\lambda \varphi_\lambda \, d\lambda.$$

Le rapport $\frac{\Phi}{P}$ représente le nombre de lumens du flux lumineux correspondant du flux énergétique donné P. Pour un rayonnement monochromatique de longueur d'onde λ la relation entre la puissance du rayonnement et le flux lumineux a la forme :

1 watt de flux d'énergie$= 682 \cdot K_\lambda$ lumens de flux lumineux ;

2) *énergie lumineuse* émise par la source dans le temps t (en lumens-secondes) :

$$W = \int_0^t \Phi(t) \, dt = \Phi_{moy} t,$$

Φ_{moy} étant la valeur moyenne du flux lumineux dans le temps t;

3) *émittance lumineuse* de la surface de la source ; c'est le rapport du flux lumineux émis, à l'aire de la surface lumineuse (lumière propre ou lumière réfléchie) :

$$R_{moy} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}; \quad R = \frac{d\Phi}{dS} \ (lm/m^2).$$

L'émittance des écrans de cinéma doit être de 50 à 100 lm/m^2, celle du papier lorsqu'on écrit ou on lit de 35 à 50 lm/m^2. L'émittance de la couche de neige par une nuit sans lune est de 0,002 lm/m^2 ;

4) *intensité lumineuse* d'une source dans une direction donnée c'est le quotient du flux lumineux $d\Phi$ émis dans cette direction à l'intérieur de l'angle solide $d\Omega$ par la valeur de cet angle :

$$I_{moy} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}; \quad I = \frac{d\Phi}{d\Omega}.$$

L'intensité lumineuse est mesurée en candelas (la définition de la candela (symbole *cd*) est donnée ci-dessous). Une source de lumière de 1 candelas émet dans toutes les directions un flux lumineux $F = 4\pi I\, lm$;

5) la luminance d'une surface lumineuse dans une direction donnée est le quotient du flux lumineux $\Delta\Phi$ émis par la surface ΔS dans cette direction à l'intérieur de l'angle solide $\Delta\Omega$ par la grandeur de cet angle et la projection de la surface ΔS sur un plan perpendiculaire à la direction donnée (fig. IV. 7) ;

$$B = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega \Delta S \cos i}.$$

La luminance se mesure en *nit*. Puisque $\frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} = \Delta I$ est l'intensité lumineuse de la surface ΔS dans la direction donnée, pour obtenir la luminance il faut diviser l'intensité lumineuse ΔI par la projection de la surface $\Delta S \cdot \cos i$, où i est l'angle formé par la direction donnée et la normale à cette surface :

$$B = \frac{\Delta I}{\Delta S \cos i} \left(nit = \frac{cd}{m^2} \right).$$

Le *nit* est la luminance d'une surface perpendiculairement à laquelle le rapport de l'intensité lumineuse à la surface $\frac{\Delta I}{\Delta S_0}$ est égal à 1 $\frac{cd}{m^2}$. Si ce rapport est égal à 1 $\frac{cd}{cm^2}$, la luminance est égale à 1 *stilb* (sb), d'où 1 $nit = 10^{-4}$ *stilb*. La luminance d'une feuille de papier blanc pendant la lecture est d'environ 0,001 *sb* ; celle d'une lampe à luminescence de 0,7 *sb* ; celle du filament d'une lampe électrique d'environ 500 *sb* ; celle de la surface du soleil de 120 000 *sb* ; celle d'une surface blanche éclairée par la pleine lune de $6 \cdot 10^{-6}$ *sb* ; la luminance du ciel par une nuit sans lune de 10^{-8} *sb*. La luminance minimum d'une surface perçue par l'œil en pleine obscurité—environ 10^{-9} *sb* — est appelée seuil de luminance de l'œil humain.

Dans le système international d'unités, on définit ainsi l'unité d'intensité lumineuse : la *candela* est l'unité d'intensité lumineuse dont la valeur est choisie telle que la luminance du radiateur total à la température de solidification du platine (2042, 15° K) soit égale à 60 candelas par cm^2 (la définition du radiateur total, c'est-à-dire du corps noir absolu, sera donnée au § 9).

La luminance des surfaces lumineuses varie suivant la direction ; si elle est la même dans toutes les directions, on dit alors que la source lumineuse obéit à la loi de Lambert. On peut considérer approximativement comme telles les sources suivantes : la surface du soleil, une cloche de verre dépolie éclairée de l'intérieur ; une surface recouverte d'oxide de magnésium, etc. Pour de telles sources on peut facilement calculer le flux lumineux total ΔF émis par une côté de surface ΔS dans toutes les directions ($\Delta\Phi = \pi B \Delta S$) et l'émittance ($R = \pi B$).

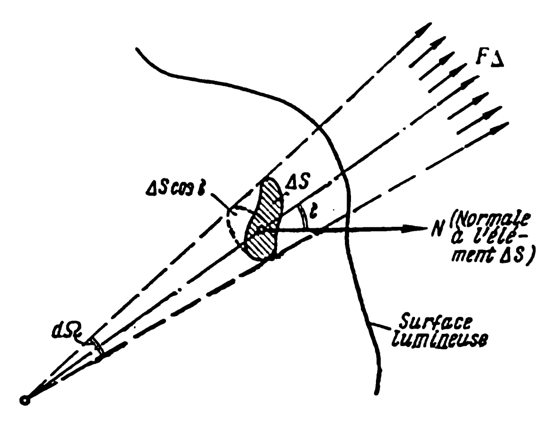


Fig. IV. 7.

Lorsqu'un flux lumineux tombe sur la surface d'un corps, on peut définir :

1) l'*éclairement* de la surface : c'est le rapport du flux lumineux réparti uniformément sur cette surface par son aire

$$E_{moy} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}; \quad E = \frac{d\Phi}{dS}\left(lux = \frac{lm}{m^2}\right);$$

2) la *quantité d'éclairement* : c'est le produit de l'éclairement par le temps (il est mesuré en lux-secondes) :

$$H = E_{moy} t; \qquad H = \int_0^t E(t)\, dt.$$

Les surfaces des corps diffusent le flux lumineux incident. Si chaque élément de surface diffuse la lumière dans toutes les directions (d'un côté de la surface, c'est-à-dire dans l'angle solide égal à 2π en chaque point) avec le même facteur de réflexion ρ, la surface est dite diffusante ; dans ce cas on a les relations suivantes entre l'émittance, l'éclairement et la luminance

$$R = \rho E; \qquad B = \rho \frac{E}{\pi}. \tag{1.9}$$

Le facteur de réflexion diffuse pour des écrans blancs recouverts d'oxyde de magnésium est égal à $\rho=0{,}98$, pour de la peinture blanche $\rho=0{,}8$. Si $\rho=1$ dans toutes les directions et pour toutes les longueurs d'onde, la surface est absolument diffusante ; pour une telle surface $R=E$, $B=\frac{E}{\pi}$; la luminance des surfaces diffusantes est exprimée en abstilbs $\left(asb=\frac{1}{\pi}\,nit\right)$.

§ 3. Propagation de la lumière, réflexion, réfraction et absorption. Dispersion de la lumière

Supposons que, dans un certain milieu, une source ponctuelle de lumière ait commencé à l'instant $t_0=0$ à émettre une onde lumineuse monochromatique. Au bout du temps t, cette onde, qui se propage dans toutes les directions, atteint une certaine surface appelée *front de l'onde lumineuse*. La forme de cette surface est déterminée à chaque instant par les propriétés optiques du milieu. On peut aussi considérer une *surface d'onde* en divers points de laquelle le vecteur E a la même phase. Un milieu est dit « optiquement homogène et isotrope » si la vitesse de propagation du rayonnement optique dans ce milieu est la même en tous les points (homogénéité) et dans toutes les directions (isotropie). Dans ce milieu, l'onde lumineuse atteint au bout du temps t une surface sphérique de rayon $r=ct$ (fig. IV. 8, *a*). Si le milieu est anisotrope, par exemple si la vitesse de propagation de la lumière varie progressivement quand on passe d'une direction à une direction voisine, atteignant son maximum dans la direction $Z - Z$ et son minimum dans des directions du plan XOY, la forme du front d'onde, ainsi que de la surface d'onde, est un ellipsoïde de révolution d'axe $Z - Z$ (fig. IV. 8, *b*). Les trajectoires de l'énergie lumineuse sont appelées rayons lumineux. Dans un milieu isotrope les rayons lumineux sont normaux à la surface d'onde ; dans les milieux anisotropes, les rayons et les normales aux surfaces d'ondes ne coïncident pas.

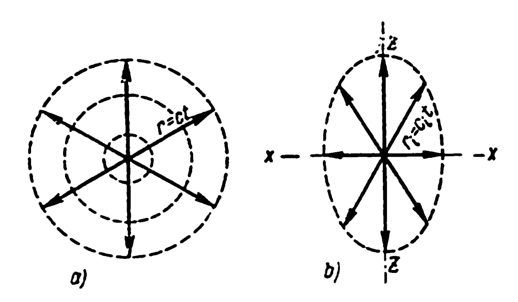


Fig. IV. 8.

Si l'on connaît la forme et la disposition du front de l'onde lumineuse à un certain instant t, le front d'onde aux instants suivants $t+\Delta t$ peut être trouvé d'après le principe de Huyghens : chaque point du front d'onde à l'instant t doit être cosidéré comme une

source lumineuse indépendante commençant à émettre une onde lumineuse à l'instant t. Ayant construit les surfaces d'onde de sources élémentaires au bout de l'intervalle de temp Δt, on construira leur enveloppe, qui sera le front d'onde cherché à l'instant $t+\Delta t$. On a représenté sur la fig. IV. 9 l'application du principe de Huyghens

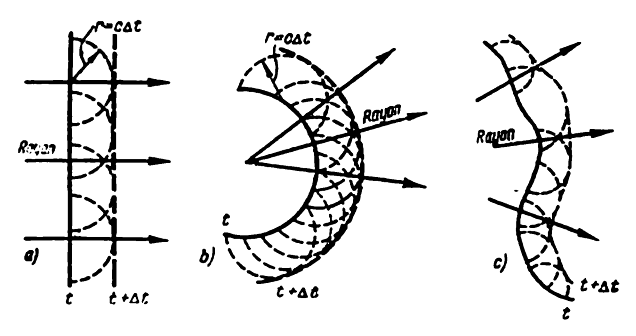


Fig. IV. 9.

à des fronts d'onde plane (a) et sphérique (b) dans un milieu homogène et isotrope, ainsi qu'à une onde de forme arbitraire dans un milieu non homogène (c).

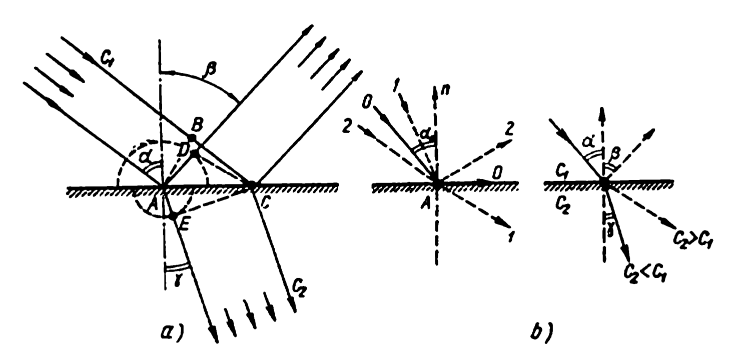


Fig. IV. 10.

Dans ce qui suit, nous n'envisagerons que des ondes lumineuses à front *plan*, que l'on convient d'appeler ondes planes.

Envisageons une onde plane atteignant la frontière de séparation de deux milieux différents ; soient c_1 et c_2 les vitesses de la lumière dans ces deux milieux. A la surface de séparation, la lumière est partiellement réfléchie et passe partiellement dans le second milieu. Pour établir les lois de la réflexion et de la réfraction des rayons lumineux, appliquons le principe de Huyghens ; déterminons l'enveloppe des ondes élémentaires issues des sources ponctuelles situées sur la surface de séparation des deux milieux (fig. IV. 10, a). Lorsque

le rayon *1* atteint le point A, une onde sphérique commence à progresser à partir de ce point avec la vitesse c_1 dans le premier milieu et c_2 dans le second ; au bout du temps $\frac{BC}{c_1}$, lorsque le rayon *2* a atteint la surface de séparation, les rayons de ces sphères sont respectivement :

$$r_1 = c_1 \frac{BC}{c_1} = BC; \quad r_2 = c_2 \frac{BC}{c_1} = BC \frac{c_2}{c_1}.$$

Omettant la construction des surfaces d'ondes des rayons intermédiaires, on peut obtenir les fronts de l'onde réfléchie et de l'onde réfractée en menant du point C les plans tangents aux ondes sphériques issues du point A se propageant dans le premier et le second milieux. Comme $BC = AD$, $\frac{AE}{AD} = \frac{c_2}{c_1}$, on peut obtenir les résultats suivants :

1) l'angle de réflexion β des rayons sur la surface de séparation des deux milieux est égale à l'angle d'incidence α ; cette loi est observée pour toutes les longueurs d'onde et pour tous les milieux ;

2) le rapport du sinus de l'angle d'incidence α au sinus de l'angle de réfraction γ est égal au rapport des vitesses de la lumière dans le premier milieu (d'où vient la lumière) et dans le second milieu (où pénètre la lumière) :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c_1}{c_2}, \tag{1.10}$$

ce rapport ne dépend pas de la valeur des angles α et γ, il est déterminé uniquement par les propriétés optiques des milieux ; on l'appelle *indice de réfraction* du second milieu par rapport au premier. Si le premier milieu est le vide, dans lequel la lumière se propage avec la vitesse c_0, le rapport

$$\frac{c_0}{c} = n \tag{1.11}$$

est appelé indice de réfraction *absolu* du milieu donné ; c'est une caractéristique fondamentale des milieux optiques. Si l'on connaît les indices de réfraction absolus de deux milieux $n_1 = \frac{c_0}{c_1}$ et $n_2 = \frac{c_0}{c_2}$, on a leur indice de réfraction relatif :

$$n_{12} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{1.12}$$

Quand la lumière passe d'un milieu plus réfringent dans un milieu moins réfringent ($n_1 > n_2$), l'angle de réfraction γ est plus grand que l'angle d'incidence α. Quand α croît, pour une certaine valeur $\alpha = \alpha_0$, on peut avoir $\gamma = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire que le rayon réfracté glisse sur la surface de séparation de ces milieux (fig. IV. 10, *b*). L'angle qui satisfait à la condition $\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$, avec $\gamma = \frac{\pi}{2}$, $\sin \gamma = 1$, est appelé *angle limite*. Lorsque $\alpha < \alpha_0$, une partie du rayon incident est réflé-

chie, l'autre est réfractée dans le second milieu ; lorsque $\alpha > \alpha_0$, le rayon ne se réfracte pas, il est entièrement réfléchi dans le premier milieu. Ce phénomène de *réflexion intérieure totale* est utilisé, par exemple, dans les prismes réflecteurs en verre, remplaçant avantageusement les miroirs métalliques (dont la surface se ternit avec le temps). Les études théoriques et expérimentales ont montré que dans le cas de la réflexion intérieure totale l'onde pénètre dans le second milieu, mais à une profondeur de l'ordre de la longueur d'onde et, s'incurvant, revient de nouveau dans le premier milieu.

Examinons la réflexion de la lumière à la frontière de deux milieux. Soit F le flux lumineux incident, F_0 le flux réfléchi et F_ρ celui qui passe dans le second milieu. Le facteur de réflexion

$$\rho = \frac{F_0}{F}$$

dépend :

1) de l'indice de réfraction des deux milieux ; pour des rayons normaux

$$\rho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2.$$

A la limite du verre et de l'air $n = 1,5$ et $\rho \approx 0,04$ ($\approx 4\%$) ;

2) de la longueur d'onde du rayonnement incident. Par exemple, pour un miroir d'argent :

$\lambda =$	0,251	0,305	0,316	0,326	0,338	0,420	0,450	0,500	0,700	1,0 μ
$\rho =$	0,34	0,091	0,012	0,146	0,555	0,866	0,905	0,913	0,96	0,975;

3) de la composition spectrale du rayonnement ; si le facteur de réflexion dépend de λ, la distribution de l'énergie dans le spectre se trouve modifiée après la réflexion. C'est ainsi qu'on explique la coloration de certains corps éclairés en lumière blanche ;

4) de l'angle d'incidence des rayons ;

5) de l'angle formé par le vecteur $\boldsymbol{E}$ du rayonnement incident et le plan d'incidence, dans lequel se trouvent le rayon incident et la normale à la surface réfléchissante.

Des ondes lumineuses de différentes fréquences se propagent dans le vide avec la même vitesse ($c \approx 3 \cdot 10^8 m/s$) et avec des vitesses différentes dans les milieux. Ainsi, dans le verre ordinaire la lumière rouge se propage plus rapidement que la lumière violette. Il s'ensuit que l'indice de réfraction est différent pour différentes fréquences ou longueurs d'onde.

On appelle *dispersion de la matière* par rapport aux ondes lumineuses (dispersion de la lumière) la dépendance de la vitesse de propagation de ces ondes en fonction de la fréquence d'oscillation ou de la longueur d'onde ; par suite, l'indice de réfraction absolu d'une substance donnée dépend aussi de la fréquence ou de la longueur d'onde de la lumière qui pénètre dans la substance. La dispersion de la substance est définie par la fonction $n = n(\nu)$ ou $n = n(\lambda)$. Dans différentes

bandes du spectre la dispersion est caractérisée par la variation de l'indice de réfraction par unité de longueur d'onde. La quantité $\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ est appelée dispersion moyenne dans l'intervalle de spectre compris entre λ et $\lambda+\Delta\lambda$; $\frac{dn}{d\lambda}$ est la vitesse de variation de l'indice de réfraction au lieu considéré du spectre.

Dans les tables, les indices de réfraction de différentes matières sont donnés en général pour la raie jaune du sodium $\lambda_D=0{,}5893\ \mu$ et sont désignés par n_D. La dispersion moyenne est définie par les raies bleue $\lambda\ =0{,}4861\ \mu$ et rouge $\lambda_c=0{,}6563\ \mu$ de l'hydrogène, elle est désignée par n_F-n_c. La quantité $\frac{n_F-n_c}{n_D-1}$ est appelée dispersion relative, et son inverse facteur de dispersion ; pour les substances dont n_F-n_c est petite et le facteur de dispersion grand, la variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde est plus régulière ; ces substances sont dites faiblement dispersives.

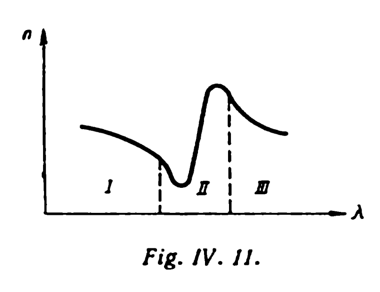


Fig. IV. 11.

La relation $n=n(\lambda)$ dans le domaine optique du spectre a un caractère complexe ; pour les régions du spectre faiblement absorbées par une substance donnée (c'est-à-dire, vis-à-vis desquelles la substance est transparente), on peut représenter l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde avec une précision suffisante par la formule de Gauchy

$$n=n_0+\frac{a}{\lambda^2}+\frac{b}{\lambda^4} \quad \text{ou} \quad n\approx n_0+\frac{a}{\lambda^2}, \qquad (1.13)$$

où n_0, a et b sont certaines constantes pour la substance donnée. Lorsque $\lambda\to\infty$, $n\to n_0$. La dispersion de la substance de ces régions du spectre est dite *normale* ; ici

$$\frac{dn}{d\lambda}\approx-\frac{2a}{\lambda^3}.$$

Pour certaines régions du spectre l'indice de réfraction varie autrement lorsque la longueur d'onde croît : d'abord il décroît brusquement et prend des valeurs inférieures à n_0, puis croît rapidement, passe par un maximum, décroît de nouveau rapidement. Dans ce cas la dispersion de la matière est dite anomale. On a représenté sur la fig. IV.11 l'allure de la courbe de n en fonction de λ (courbe de dispersion), et l'on a mis en évidence les régions de dispersion normale (I et III) et anomale (II).

Dans un grand intervalle de longueurs d'onde, chaque substance a plusieurs régions de dispersion anomale. Conformément à la théorie de la dispersion, qui ne sera pas étudiée, ici, la dispersion

anomale doit être observée à la résonance entre les oscillations du vecteur $\boldsymbol{E}$ de l'onde passante et les oscillations propres des charges électriques dans les atomes et les molécules de la matière. Ceci étant, mesurant les fréquences des régions de dispersion anomale, on peut définir les fréquences des oscillations propres dans les atomes et les molécules de la substance. En outre, à la résonance, l'onde passante transmet intensément son énergie aux atomes et molécules de la substance, c'est-à-dire que l'énergie du rayonnement est fortement absorbée.

Envisageons un rayonnement optique transportant l'énergie W et traversant une fine couche de milieu d'épaisseur dx, à laquelle il cède l'énergie dW. En supposant dW proportionnelle à W et à l'épaisseur de la couche dx (une telle hypothèse est admissible lorsque dx est infinitésimale), on peut écrire (dW est négative, car elle représente une perte d'énergie) :

$$-dW = kW\,dx,$$

où le coefficient k tient compte du pouvoir absorbant du milieu. On déduit de cette relation

$$\frac{dW}{W} = -k\,dx; \quad \ln W = -kx + \text{const}. \tag{1.14}$$

Mais lorsque $x=0$, $W-W_0$, par conséquent $\text{const} = \ln W_0$. Substituant cette constante d'intégration indéterminée dans (1.14), il vient (loi de Bouguert) :

$$W = W_0 e^{-kx}. \tag{1.15}$$

Le facteur d'absorption k des diverses matières est une certaine fonction de la longueur de l'onde lumineuse. Certains milieux révèlent une absorption sélective, c'est-à-dire possèdent un très grand facteur d'absorption pour une certaine bande (souvent très étroite) du spectre. Ainsi, l'argent, absorbe très fortement le rayonnement ultraviolet, de longueur d'onde $\lambda=0{,}316\ \mu$. Les mesures ont montré que dans une région de dispersion anomale, conformément à la théorie, la courbe représentant la dépendance entre le facteur d'absorption et la longueur d'onde présente un maximum aigu.

§ 4. Interférence de la lumière ; cohérence des rayons lumineux ; interféromètres

Considérons un point A atteint simultanément par les rayonnements monochromatiques à polarisation plane de deux sources lumineuses S_1 et S_2, les plans d'oscillation des rayons S_1A et S_2A étant orientés de telle façon qu'au point A les champs électriques $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ soient de même direction (fig. IV, 12). Le champ électrique résultant au point A produit par ces deux ondes lumineuses est égal

à $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$. L'unité de volume au voisinage du point A reçoit de la première onde lumineuse l'énergie de champ électrique $\frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}$ (les raisonnements sont faits pour le vide), et de la seconde onde l'énergie $\frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2}$. Cependant, l'énergie dans l'unité de volume due au champ résultant :

$$\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}=\frac{\varepsilon_0 (E_1+E_2)^2}{2}=\frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}+\frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2}+2\,\frac{\varepsilon_0 E_1 E_2}{2}$$

est plus grande que la somme des énergies relative à E_1 et E_2 de chaque onde séparément. Il semblerait que la loi de conservation de l'énergie soit violée, étant donné qu'il y a plus d'énergie dans un vo-

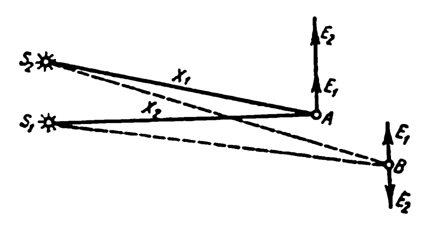


Fig. IV. 12.

lume autour du point A que la somme des énergies envoyées par les deux sources de lumière S_1 et S_2. Mais nous n'avons pas pris en considération qu'aux points voisins du milieu (par exemple au point B) recevant des ondes lumineuses de S_1 et S_2, et où les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ sont opposés, l'énergie calculée d'après la résultante $E=\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2$ est plus petite que la somme des énergies $\frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}+\frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2}$ envoyées par les sources de lumière S_1 et S_2. Cela signifie que, par suite de la composition des champs électriques (et magnétiques) des ondes lumineuses, il y a distribution de l'énergie de ces ondes dans l'éspace. En certains endroits de l'espace, deux ondes lumineuses peuvent en s'ajoutant donner du noir ; en ces endroits, les énergies $\frac{\varepsilon_0 E_1^2}{2}$ et $\frac{\varepsilon_0 E_2^2}{2}$ (qui sont apportées par chaque onde lumineuse en l'absence de l'autre) se trouvent décalées dans les régions voisines lorsque ces ondes existent simultanément. Notamment, aux endroits où, par suite de la composition des champs de plusieurs ondes lumineuses, le champ résultant est nul, on n'observe pas d'énergie lumineuse.

On appelle *interférence de la lumière la composition de plusieurs ondes lumineuses.* On observe alors la formation de zones alternativement claires et sombres, c'est-à-dire qu'il y a distribution de l'énergie de ces ondes dans l'espace (le long du front d'onde). Considérons

le cas le plus simple de l'interférence des ondes lumineuses monochromatiques de deux sources identiques, et supposons que ces sources émettent simultanément, les phases des vecteurs, $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$, déterminant leurs valeurs conformément à l'équation de l'onde (1.2), dépendant seulement des distances x_1 et x_2 (fig. IV. 12). Alors

$$\left.\begin{aligned} &E_1 = E_0 \sin\omega\left(t-\frac{x_1}{c}\right); \quad E_2 = E_0 \sin\omega\left(t-\frac{x_2}{c}\right);\\ &E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\omega\,\frac{x_2-x_1}{2c}\sin\omega\left(t-\frac{x_1-x_2}{2c}\right). \end{aligned}\right\} \qquad (1.16)$$

Aux points où la quantité sous le cosinus est égale à un nombre impair de $\frac{\pi}{2}$, $\cos\omega\,\frac{x_2-x_1}{2c}=0$, et on n'a pas d'oscillations lumineuses. Substituant $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\,\frac{c}{\lambda}$, on peut écrire la condition d'extinction réciproque de deux ondes lumineuses monochromatiques (de même amplitude E_0) sous la forme :

$$2\pi\frac{c}{\lambda}\,\frac{x_2-x_1}{2c}=(2k+1)\,\frac{\pi}{2}; \qquad x_2-x_1=\frac{\lambda}{2}\,(2k+1), \qquad (1.17)$$

où $k=0, 1, 2, \ldots$. Lorsque les points sont tels que leurs distances aux sources S_1 et S_2 satisfont à (1.17), on n'a pas de lumière tant que ces sources émettent en synchronisme, c'est-à-dire s'allument et s'éteignent en même temps. Plus exactement, pour qu'il y ait constamment extinction mutuelle de deux ondes en un point quelconque de l'espace, il faut que la différence de phase de ces ondes au point donné satisfasse à (1.17) et ne varie pas dans le temps.

Des ondes lumineuses de même fréquence arrivant en un point donné avec une différence de phase constante (ne variant pas avec le temps) sont dites *cohérentes*. Des ondes cohérentes donnent une figure d'interférence (distribution de l'intensité de la lumière dans l'espace ou sur un écran) qui est invariable dans le temps ; on peut l'observer visuellement, la photographier, mesurer la distance entre les maxima et les minima de lumière, etc. Des rayons non cohérents ne donnent pas une figure d'interférence stable (invariable) ; par suite de la variation continuelle des phases des oscillations que se composent en chaque point de l'espace, la figure est floue, et on ne peut s'en servir pour des mesures.

L'excitation des sources élémentaires de lumière (dans les atomes et les molécules de la matière) est tout à fait chaotique en raison de leur participation à l'agitation thermique ; les phases des ondes lumineuses émises varient aussi chaotiquement avec le temps. Aussi obtient-on la cohérence d'ondes en interférant artificiellement. On y arrive en divisant chaque onde émise par chaque source élémentaire en deux ondes, en un point, et en les faisant converger (pour obtenir l'interférence) en un autre point ; du lieu de séparation au lieu de rencontre ces ondes parcourent des distances différentes. Pour assurer

la cohérence, les propriétés du milieu sur les parcours des rayons ne doivent pas varier avec le temps. Ce procédé est réalisé par les méthodes énumérées ci-dessous :

1) avec des miroirs on fait interférer deux parties d'une seule et même onde (provenant d'une source de lumière, notamment de chaque atome). Ce procédé est montré sur la fig. IV. 13.

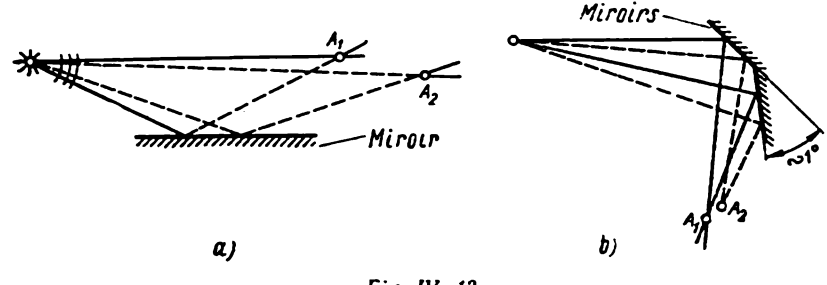


Fig. IV. 13.

Les résultats d'interférence aux points A_1, A_2, ... , sont déterminés par la différence de phase entre les parties des ondes qui ont parcouru différents trajets de la source jusqu'à ces points ;

2) on utilise une fine couche d'argent translucide (portée sur une lame de verre) qui divise l'onde lumineuse en deux parties : une partie

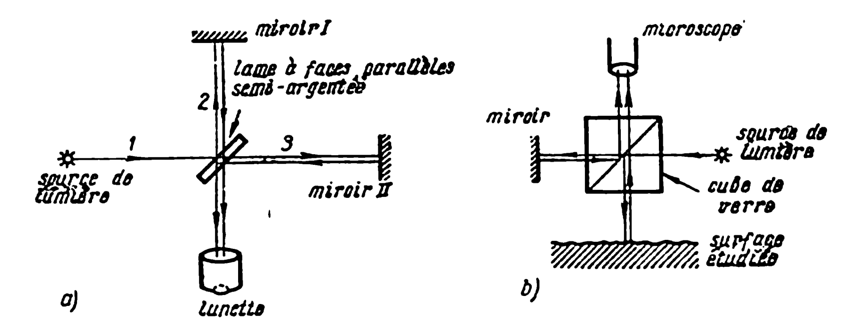


Fig. IV. 14.

est réfléchie et l'autre traverse la couche ; les ondes cohérentes ainsi obtenues sont envoyées au moyen de miroirs à un appareil permettant d'observer l'interférence. Ce procédé est utilisé dans les interféromètres de Michelson et de Linnik, dont on a donné les schémas sur la fig. IV. 14.

Dans l'interféromètre de Michelson, le rayon *1* venant de la source de lumière est divisé par une lame à faces planes parallèles partiellement argentées en deux rayons *2* et *3*. Le premier, après réflexion sur le miroir *I*, traverse partiellement la lame et pénètre dans une lunette.

Le rayon *3*, après réflexion sur le miroir *II*, tombe à nouveau sur la surface semi-argentée et est partiellement réfléchi dans la lunette. Ainsi, on peut observer dans la lunette l'interférence de rayons dont la différence de marche est déterminée par la disposition des miroirs par rapport à la lame et par l'épaisseur de cette lame.

Dans l'interféromètre de Linnik on a, en fait, le même processus de division de l'onde lumineuse d'une source en deux ondes cohérentes ; le rôle d'un des miroirs est joué par la surface étudiée, et la surface semi-argentée est le plan diagonal d'un petit cube (constitué de deux parties);

3) on utilise des lames minces (transparentes) ou des pellicules à la surface desquelles interfèrent les ondes réfléchie et réfractée. Ce procédé est montré sur la fig. IV. 15. Soit une onde plane atteignant une lame transparente d'épaisseur h et d'indice de réfraction n, le front arrivant à un certain instant en AD. Alors que le rayon extrême *1* parcourt dans la lame $\left(\text{avec la vitesse } c=\frac{c_0}{n}\right)$ le chemin $AB+BC=\frac{2h}{\cos\gamma}$ pendant le temps

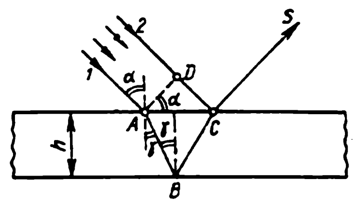


Fig. IV. 15.

$$\Delta t=\frac{2h}{c\cdot\cos\gamma}=\frac{2h}{c_0\cdot\cos\gamma}\cdot n,$$

l'autre rayon extrême *2* parcourt le chemin $DC+CE$ (avec la vitesse c_0), et il est évident que $DC+CE=c_0\Delta t$. Trouvons l'avance CE du second rayon sur le premier. Comme

$$DC=AC\sin\alpha;\quad AC=2h\,\mathrm{tg}\,\gamma,$$

alors $CE=c_0\Delta t-DC=\frac{2h}{\cos\gamma}n-2h\sin\alpha\,\mathrm{tg}\,\gamma=$

$$=\frac{2h}{\cos\gamma}n-2h\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}\frac{\sin^2\gamma}{\cos\gamma}=2hn\frac{1-\sin^2\gamma}{\cos\gamma}=2hn\cos\gamma,$$

ou, substituant

$$n=\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma},\quad \cos\gamma=\sqrt{1-\sin^2\gamma},$$

on peut obtenir

$$\Delta=2hn\cos\gamma=2h\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}.$$

Il faut avoir en vue que lors de la réfraction de la lumière dans un milieu d'indice de réfraction supérieur à celui du premier milieu il y a perte d'une demi-onde. Si la lame considérée a un indice de réfraction supérieur à celui du milieu d'où vient la lumière, le rayon *2* perd $\frac{\lambda}{2}$ au point C. En définitive, le retard du rayon *1* sur le rayon

2 ou, comme on dit, la différence de marche de ces rayons, est égale à

$$\Delta = 2hn \cos\gamma - \frac{\lambda}{2} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2}. \qquad (1.18)$$

Si $\Delta = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$, où $k = 1, 2, 3\ldots$, alors

les rayons *1* et *2* s'éteignent mutuellement et on n'observe pas de lumière réfléchie dans la direction CE ; lorsque $\Delta = k\lambda$ ou k est un entier, les rayons interférents donnent dans la direction du rayon réfléchi le maximum d'énergie. Le nombre k est l'ordre du maximum ou du minimum.

Toutefois, il résulte de la formule (1.18) que pour h, n et α constants la différence de phase des rayons *1* et *2* est la même en tous les points de la surface ; si, par exemple, les rayons *1* et *2* interférant

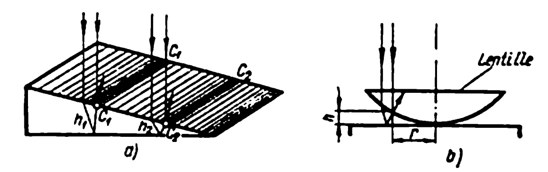


Fig. IV. 16.

au point C s'éteignent, alors ces rayons s'éteindront aussi mutuellement en n'importe quel point de la lame (cela signifie que l'énergie lumineuse du rayon incident pénètre entièrement dans la lame et n'est pas réfléchie par sa surface).

Par conséquent, si une lame homogène (n =cte) à faces parallèles (h =cte) est atteinte par une onde lumineuse sous un angle d'incidence constant (α =cte), toute la surface de cette lame est également éclairée (selon la valeur de la différence de marche Δ). Mais si l'épaisseur ou l'indice de réfraction diffère en divers points de la lame, il se forme sur sa surface des franges d'interférence alternativement sombres et claires.

On distingue :

1) les franges d'interférence d'égale épaisseur ; admettons que l'épaisseur de la lame ne soit pas constante, mais que l'indice de réfraction et l'angle d'incidence des rayons soient partout les mêmes. On observe alors aux endroits de la lame où l'épaisseur h, et donc la différence de marche Δ, sont identiques le même résultat d'interférence. Cela signifie que le long d'une frange quelconque sombre ou claire formée à la surface de la lame l'épaisseur de la lame est constante.

On obtient des franges d'égale épaisseur à la surface d'un coin, tels sont les anneaux de Newton (fig. IV. 16), etc. ;

2) les franges d'interférence d'égale inclinaison ; envisageons deux ondes lumineuses atteignant

une lame à faces parallèles (h=Cte, n=Cte) sous les angles d'incidence α_1 et α_2. Deux ondes réfléchies partent alors de chaque point de la surface de la lame (fig. IV. 17) ; l'une provient de l'onde a, l'autre de l'onde b. La différence de marche des rayons interférant au point C est, conformément à (1.18), égale à Δ_1 pour l'onde a, et à Δ_2 pour l'onde b ; supposons ces différences de marche telles qu'au point C deux parties de l'onde a se renforcent et celles de b s'affaiblissent (notamment elles peuvent s'éteindre). Il est évident que, par suite de la constance de l'épaisseur de la lame et des angles d'incidence α_1 et α_2, chaque point C_1, C_2, C_3 ... de la surface de la lame émet le même rayonnement, et il n'y a donc aucune frange d'interférence sur

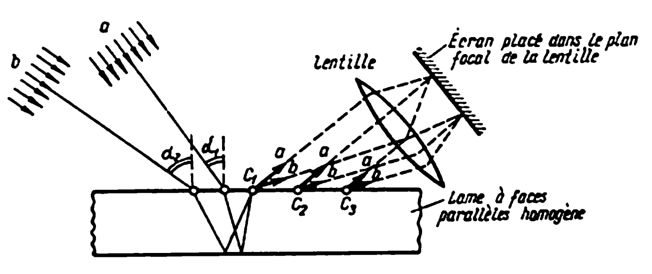


Fig. IV. 17.

cette surface. Si l'on utilise une lentille faisant converger tous les rayons parallèles en un point, on pourra obtenir sur un écran placé dans le plan focal de cette lentille un point lumineux provenant de l'onde a et un point sombre provenant de l'onde b. Supposons que des ondes lumineuses de directions quelconques tombent sur une lame à faces parallèles ; on obtient alors sur un écran des franges, chacune correspondant à un angle d'incidence déterminé α ; ces franges d'interférence sont appelées franges d'égale inclinaison. On peut, par exemple, observer des franges d'égale inclinaison dans l'interféromètre de Michelson si la source de lumière donne un faisceau de rayons divergents, c'est-à-dire une onde sphérique, et si les plans des miroirs sont perpendiculaires.

On a indiqué plus haut que si la différence de marche Δ contient un nombre entier de longueurs d'onde λ, c'est-à-dire si le rapport $\Delta/\frac{\lambda}{2}$ est un nombre pair, on obtient par interférence des rayons un maximum de lumière, et un minimum si le rapport $\Delta/\frac{\lambda}{2}$ est impair (il peut y avoir extinction totale des rayons interférents s'il y a égalité des amplitudes). Il s'ensuit que les maxima et minima de lumière pour différentes longueurs d'onde λ ont lieu en différents endroits. Si, par exemple, une lumière complexe constituée d'un certain ensemble d'ondes monochromatiques tombe sur un coin, on obtient sur la surface du coin une figure d'interférence complexe colorée; chaque frange correspond non seulement à une épaisseur déterminée, mais aussi à une longueur d'onde définie. Il se peut que le maximum pour une onde ait lieu là où une autre donne un minimum de lumière.

Par suite, pour observer une figure d'interférence sur les lames (pellicules), leur épaisseur ne doit pas être très grande. En effet, supposons que sur la lame tombe une onde lumineuse à spectre continu entre λ_1 et λ_2. Evidemment, si sur l'écran ou la surface de la lame le k-ième maximum d'une extrémité du spectre (λ_1) coïncide avec le ($k+1$)-ième maximum de l'autre extrémité du spectre λ_2, il n'y aura pas de figure d'interférence nette. Par conséquent, on observe l'interférence si

$$k\lambda_1 = (k+1)\lambda_2; \quad \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda_2}{k}; \quad \Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 < \frac{\lambda_2}{k}; \quad k < \frac{\lambda_2}{\Delta\lambda}.$$

L'ordre du maximum k dépend de l'épaisseur de la lame ; en vertu de (1.18), pour le k-ième maximum on a la condition :

$$2hn\cos\gamma - \frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Donc, pour des h grands, les ordres k des maxima s'expriment par de grands nombres, et la figure d'interférence n'est observée que pour un intervalle $\Delta\lambda$ très étroit du spectre continu. Par exemple, s'il tombe sur la lame une lumière monochromatique de $\lambda_1 = 0{,}55\ \mu$ à $\lambda_2 = 0{,}56\ \mu$, $k=56$ et l'épaisseur minimum de la lame de verre ($n=1{,}5$) pour des rayons normaux ($\cos\gamma = 1$) ne doit pas excéder $8\ \mu$.

On a indiqué plus haut que si une onde tombe sous un angle déterminé sur une lame homogène d'épaisseur constante, la face antérieure de la lame (sur laquelle tombe la lumière) a partout le même éclairement, qui dépend de la différence de marche Δ des rayons réfléchis par les deux faces de la lame. En particulier, on peut choisir Δ tel que la face antérieure de la lame soit sombre, c'est-à-dire qu'elle ne réfléchisse virtuellement pas de lumière. Ceci est utilisé pour l'éclaircissement des pièces d'optique, c'est-à-dire pour réduire le facteur de réflexion de la lumière par leurs surfaces. A l'aide d'un traitement spécial, on recouvre les surfaces de verre des pièces d'optique (lentilles, prismes) d'une mince pellicule (solide) transparente, dont l'épaisseur et l'indice de réfraction sont choisis tels que, sur la surface extérieure de la pellicule soit réalisée la condition d'extinction $\Delta = \frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, $5\frac{\lambda}{2}$, ... Grâce à cela, la réflexion du flux lumineux par les surfaces des pièces est minimum, et la lumière traversant le système optique est utilisée rationnellement. L'éclaircissement des systèmes optiques est particulièrement important lorsqu'ils contiennent un grand nombre de pièces (de surfaces réfléchissantes). Puisque la longueur d'onde entre dans la condition d'extinction, on ne peut obtenir un éclaircissement total que pour une bande très étroite du spectre, la plus importante pour le système optique donné.

L'interférence de la lumière explique aussi la différence entre les facteurs de réflexion (régulière, obéissant à la loi $\alpha=\beta$, voir fig. IV.10) des ondes grandes et courtes. Supposons que la surface ait des rugosités en forme de ressauts rectangulaires de hauteur h. La partie du flux lumineux réfléchie par les creux sera en retard sur l'autre partie réfléchie par les sommets de $\Delta = 2h\cos\alpha$, où α est l'angle d'incidence des rayons. Si la hauteur h des ressauts est grande et l'angle d'incidence α petit, dans la direction de réflexion régulière peut être observée la condition d'extinction $\Delta = \frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, $5\frac{\lambda}{2}$, ... et le flux lumineux réfléchi est faible. Evidemment, la surface sera assimilable à un miroir si la hauteur des ressauts $h \ll \frac{\lambda}{2}$, la condition d'extinction n'étant pas satisfaite pour tous les angles d'incidence possibles. Cette condition dépend de la longueur d'onde ; un miroir lisse pour des grandes ondes sera rugueux pour des ondes courtes. Notons que la différence de marche des rayons Δ dépend aussi de l'angle d'incidence α, donc pour de grands angles on peut avoir $\Delta \ll \frac{\lambda}{2}$; on explique ainsi la réflexion quasi plane de la lumière par des surfaces très rugueuses (papier, route asphaltée, etc.) lorsque les angles d'incidence des rayons sont très grands.

Enumérons les applications les plus importantes de l'interférence :

1) mesure des longueurs avec une très grande précision ; cela a permis de donner une définition suffisamment précise et facilement reproductible de l'unité de longueur — le mètre — en fonction de la longueur d'onde de la raie orange du krypton. Les comparateurs interférentiels permettent de définir les grandeurs jusqu'à 1 mètre avec une précision de 0,05μ ; des dimensions plus petites peuvent être mesurées avec une plus grande précision ;

2) étude et contrôle du poli des surfaces avec une précision de quelques centièmes de longueur d'onde ;

3) étude et contrôle de l'homogénéité de la matière (servant, par exemple, à la fabrication de pièces optiques) ;

4) détermination d'une série de constantes fondamentales de la matière : coefficient de dilatation (dilatomètres), indice de réfraction des gaz, des liquides et des solides (réfractomètres), etc. ;

5) étude de la structure des spectres de différentes substances.

§ 5. Diffraction de la lumière ; spectre de diffraction

Si l'on a sur le trajet d'une onde lumineuse des corps opaques ou des écrans avec des ouvertures, des observations grossières montrent qu'il se forme derrière ces corps une zone d'ombre. Cette zone

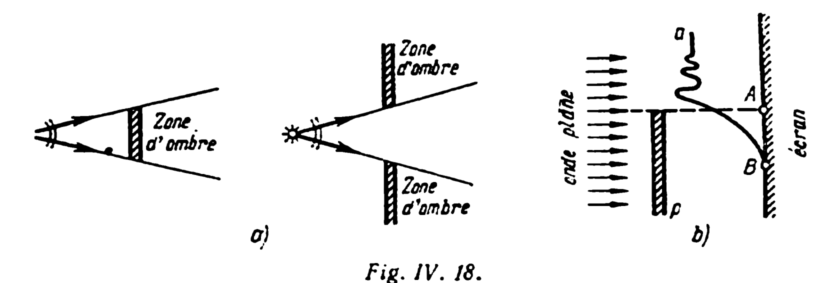


Fig. IV. 18.

peut être délimitée géométriquement (fig. IV. 18, *a*) en supposant que la lumière se propage en ligne droite, c'est-à-dire que les rayons lumineux sont des lignes droites. Des observations plus poussées montrent que l'onde lumineuse pénètre dans la région de l'ombre géométrique, et qu'il y a dans la sone de passage entre la région éclairée et l'ombre des maxima et des minima de lumière, ce qui témoigne d'une certaine redistribution de l'énergie lumineuse dans cette zone. Ce contournement des corps opaques par l'onde lumineuse avec redistribution interférentielle de l'énergie dans différentes directions est appelé *diffraction* de l'onde.

Sur la fig. IV.18, *b* la courbe *ab* montre la distribution sur un écran de l'intensité de la lumière diffractée par le bord de la lame *p*. On peut expliquer les phénomènes de diffraction en utilisant le principe de

Huyghens. En vertu de ce principe, chaque point du front de l'onde lumineuse peut être, à un instant donné, considéré comme une source indépendante d'une onde élémentaire (sphérique dans un milieu homogène et isotrope). L'enveloppe de ces ondes élémentaires pénètre dans la région de l'ombre géométrique et donne le front d'onde cherché aux instants suivants. Cependant, la question de la distribution de l'énergie le long du front d'onde reste ouverte. Si cette distribution est initialement donnée, il faut la trouver aux instants suivants. On peut résoudre ce problème en utilisant l'indication supplémentaire, apportée par Fresnel, au principe de Huyghens : *il faut trouver le résultat de l'interférence des ondes élémentaires en chaque point de l'espace.*

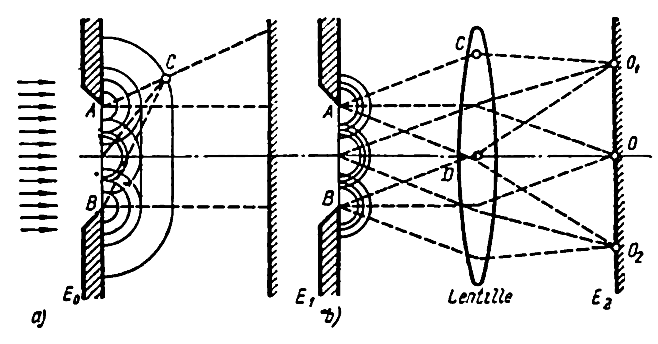


Fig. IV. 19.

Considérons un exemple simple ; supposons qu'une onde lumineuse monochromatique plane passe d'une manière continue dans une ouverture pratiquée dans un écran opaque E_1, son énergie étant uniformément distribuée le long du front d'onde. Chaque point du front d'onde dans la section $A — B$ peut être considéré, d'après le principe de Huyghens, comme la source indépendante d'une onde sphérique élémentaire. Si l'on construit les enveloppes de ces ondes élémentaires à différents instants, on trouve que le front d'onde pénètre dans la région d'ombre géométrique (fig. IV. 19,*a*). Il faut maintenant établir quelle partie de l'énergie de l'onde $A — B$ pénètre dans la zone d'ombre. A cet effet, selon Fresnel, il faut trouver le résultat de l'interférence des ondes élémentaires en chaque point C considéré (ce point peut être situé, notamment, sur un écran placé derrière l'ouverture). Toutefois, habituellement, on place derrière l'ouverture une lentille sélectionnant les rayons lumineux en directions : la partie de l'onde lumineuse traversant l'ouverture en ligne droite va converger après avoir traversé la lentille au point O. La lentille fait converger les autres parties de l'onde lumineuse progressant, par exemple, dans les directions AC ou AD aux points O_1, O_2 ... du plan focal où est situé l'écran E_2. Par consé-

quent, la distribution de l'éclairement de l'écran situé dans le plan focal de la lentille montre la distribution de l'énergie dans les diverses directions de l'onde lumineuse ayant traversé l'ouverture.

Lorsqu'on détermine les résultats de l'interférence (superposition) des ondes élémentaires en chaque point de l'espace qui nous intéresse (par exemple en chaque point de l'écran), il faut tenir compte de la phase, de l'amplitude et de la direction des vecteurs de chaque onde. Ce problème est très complexe, aussi nous bornerons-nous à l'étude de quelques cas simples, où peuvent opérer des raisonnements et des calculs élémentraires.

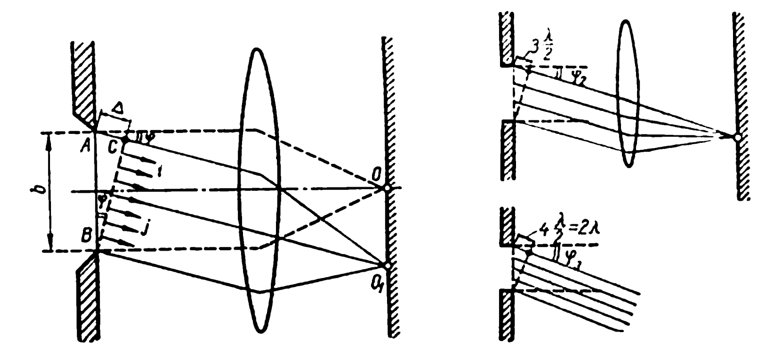


Fig. IV. 20.

1. Diffraction d'une onde plane par une fente étroite rectangulaire. La lumière tombant perpendiculairement sur le plan de la fente, tous les points du front d'onde $A - B$ oscillent en phase. Ceci étant, les rayons que la lentille fait converger au point O (fig. IV. 20) se renforcent en interférant et on a en ce point un maximum de lumière. En un autre point O_1, où convergent des rayons issus de divers points de la fente sous l'angle φ_1 avec la direction fondamentale $O - O$, le résultat d'interférence est autre. [On notera que la lentille n'apporte pas de différence de marche supplémentaire entre les rayons. Cette affirmation doit être ainsi comprise : des rayons parallèles convergeant en un point quelconque après avoir traversé la lentille, par exemple en O ou O_1 (fig. IV. 20), présentent le même déphasage que dans n'importe quel plan antérieur à la lentille perpendiculaire à ces rayons. Si donc dans le plan AB tous les points du front d'onde oscillent en phase, les rayons qui en sont issus et qui convergent au point O ont également la même phase. Les rayons traversant la fente sous l'angle φ ont au point O_1 les mêmes phases qu'ils avaient dans le plan BC perpendiculaire à ces rayons].

Désignons la différence de marche entre les rayons extrêmes du faisceau convergeant au point O_1 par Δ. Il est évident que

$$\Delta = b \sin \varphi, \qquad (1.19)$$

b étant la largeur de la fente. Supposons que $\Delta = 2\frac{\lambda}{2}$. On peut alors diviser le faisceau de rayons se propageant sous l'angle φ_1 (fig. IV. 20) en deux zones (zones de Fresnel) ; chaque rayon de la zone supérieure i retardant de $\frac{\lambda}{2}$ sur le rayon correspondant de la zone inférieure j, ces rayons s'éteignent au point O_1. Par conséquent, sous l'angle φ_1 satisfaisant à la condition $\Delta_1 = b \sin \varphi_1 = \lambda$ les rayons passés par la fente s'éteignent mutuellement.

Considérons maintenant la progression sous un angle φ_2 tel que $\Delta_2 = b \sin \varphi_2 = 3\frac{\lambda}{2}$. Dans cette direction le faisceau de lumière peut être séparé en trois zones (fig. IV. 20), dont deux (la première et la deuxième, ou la deuxième et la troisième) s'éteignent mutuellement, la troisième n'étant pas altérée et donnant au point correspondant de l'écran O_2 un certain éclairement. Il est évident que le point O_2 est bien moins éclairé que le point O, étant donné que seul un tiers du faisceau issu de la fente sous l'angle φ_2 arrive au point O_2.

En raisonnant d'une manière identique, on peut montrer que, dans les directions où $b \sin \varphi$ est nul ou égal à un multiple impair de $\frac{\lambda}{2}$, le faisceau étant constitué d'un nombre impair de zones de Fresnel (1, 3, 5, etc.), on obtient sur l'écran des points lumineux (plus exactement des franges parallèles à la fente), et dans les directions où $b \sin \varphi$ est égal à un multiple pair de $\frac{\lambda}{2}$, le faisceau de lumière étant divisé en un nombre pair de zones s'éteignant mutuellement, on obtient sur l'écran des points sombres (des franges). Dans les directions intermédiaires, l'éclairement de l'écran doit évidemment varier progressivement de zéro jusqu'aux maxima correspondants (fig. IV. 21). Comme les angles φ sont très petits, on a $\sin \varphi \approx \varphi$, les conditions de maxima sont réalisées sous les angles

$$\varphi \approx (2k+1)\frac{\lambda}{2b},$$

et les conditions de minima sous les angles

$$\varphi \approx 2k\frac{\lambda}{2b} = k\frac{\lambda}{b} \quad (k = 1, 2, \ldots).$$

Plus la fente est étroite, plus les maxima sont distants.

Remarquons que la *disposition des maxima et minima de lumière* (dans le plan focal de la lentille) *dépend de la longueur d'onde*. Si la lumière incidente est complexe, par exemple si elle est constituée de deux rayonnements monochromatiques de longueurs λ_1 et λ_2, sur l'écran les maxima et minima de ces ondes ont lieu en différents endroits.

La distribution de l'éclairement de l'écran (situé dans le plan focal de la lentille) résultant de la diffraction de l'onde lumineuse

est appelée spectre de diffraction. La fig. IV. 21 représente le spectre de diffraction par une seule fente traversée par une onde monochromatique de longueur λ.

2. Diffraction par deux fentes et plus; réseau de diffraction. Pour trouver le spectre de diffraction par deux fentes planes et plus, il faut tenir compte non seulement de l'interférence des rayons issus d'une même fente, mais aussi de l'interférence des rayons de différentes fentes venant au point donné de l'écran.

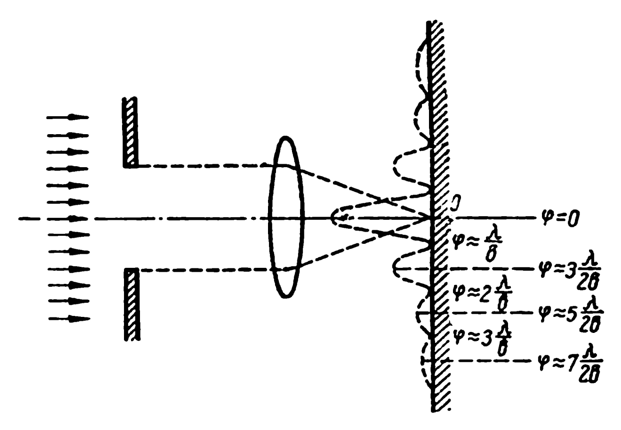


Fig. IV. 21.

Conformément aux fig. IV. 19, 20, 21, chaque fente envoie sur l'écran tel ou tel éclairement dans toutes les directions, à part celles satisfaisant à la condition

$$b \sin \varphi = \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda,\ \ldots\ ;\quad \varphi \approx k\frac{\lambda}{b}. \qquad (1.20)$$

Dans ces directions la condition d'extinction (nombre pair de zones) a lieu séparément pour chacune des fentes.

Considérons maintenant une certaine direction — sous l'angle ψ — et admettons que la première fente envoie une lumière dont l'intensité au point correspondant de l'écran soit déterminée par le vecteur $\boldsymbol{E}_1$, la seconde fente donnant $\boldsymbol{E}_2$, la troisième $\boldsymbol{E}_3$, etc. Au point M où convergent les rayons envoyés par toutes les fentes (fig. IV. 22), l'éclairement est déterminé par la résultante des vecteurs $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+$ $+\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{E}_3+\ \ldots$. Considérons deux cas simples :

a) En M tous les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{E}_3$, ... sont *de même sens*. Alors la résultante $\boldsymbol{E}$, est maximum. Cela est possible si les phases des ondes envoyées par les diverses fentes se distinguent de 2π ou d'un multiple de 2π, c'est-à-dire si la différence de marche des rayons venus des fentes voisines $\Delta = d \sin \psi$ (voir fig. IV. 22) est égale à λ ou à un multiple de λ. Par conséquent, la condition

$$d \sin \psi = k\lambda \quad (k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots) \qquad (1.21)$$

détermine le lieu des *maxima* de lumière (on les appelle les maxima principaux). Ici d, qui est la distance entre les axes de deux fentes voisines, est appelée la *période du réseau* ;

b) Au point donné de l'écran le champ résultant $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=0$; alors les ondes venues au point donné de l'écran par diverses fentes s'éteignent mutuellement par suite de l'interférence. Cette condition peut être remplie de diverses manières en fonction du nombre de fentes. Pour plus de clarté utilisons le diagramme vectoriel de composition des oscillations et désignons sur la figure par 1, 2, 3, les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{E}_3$, ... des champs des ondes interférentes. Supposons que l'on ait en tout deux fentes créant des vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ de même gran-

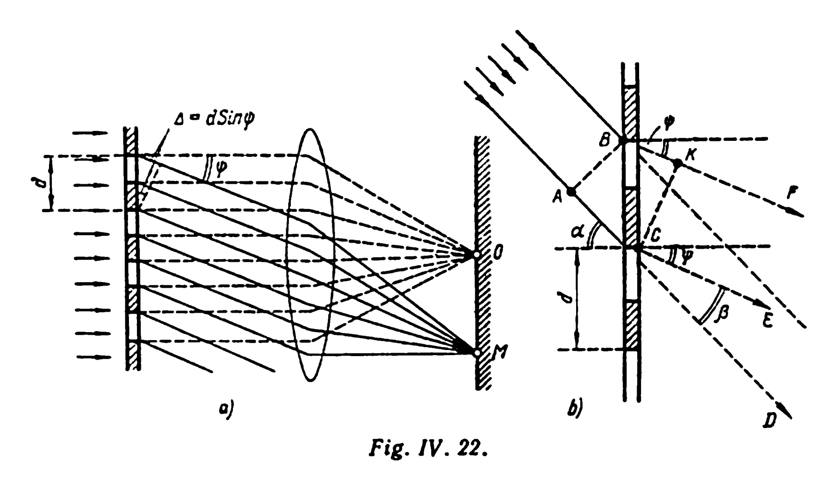


Fig. IV. 22.

deur. On a évidemment $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2=0$ lorsque $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ sont opposés ou se distinguent en phases de π, 3π, 5π, etc., c'est-à-dire si la différence de marche des rayons issus de ces fentes est $d \sin \psi = \frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, $5\frac{\lambda}{2}$, etc. Le diagramme vectoriel a été représenté sur la fig. IV. 23. Remarquons qu'on a entre deux maxima consécutifs un minimum. Dans le cas de trois fentes, les directions des maxima sont définies comme auparavant par la condition (1.21), signifiant que tous les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{E}_3$ sont de même sens et donc s'ajoutent ; pour qu'on ait minimum, notamment pour que $\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{E}_3=0$, il faut que ces vecteurs soient déphasés soit de $\frac{2\pi}{3}\left(120^\circ \text{ ou } \frac{\lambda}{3}\right)$, ou de $2\frac{2\pi}{3}\left(240^\circ \text{ ou } 2\frac{\lambda}{3}\right)$. Le diagramme de la fig. IV. 24 illustre ce qui précède. Dans le cas de 3 fentes, entre deux maxima consécutifs on a deux minima. Dans le cas de 4 fentes, on a les conditions de minimum lorsque le déphasage entre les vecteurs provenant de deux fentes voisines est égal à $\frac{\pi}{2}$, $2\frac{\pi}{2}$, $3\frac{\pi}{2}$ et la différence de marche à $\frac{\lambda}{4}$, $2\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, etc. Nous avons représenté

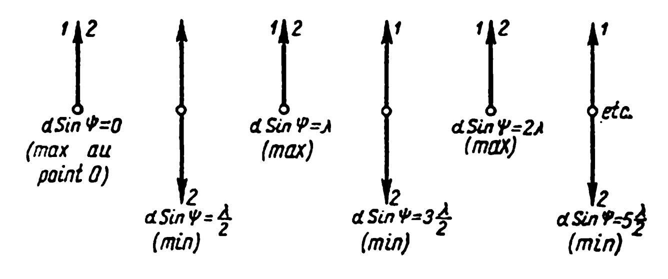


Fig. IV. 23.

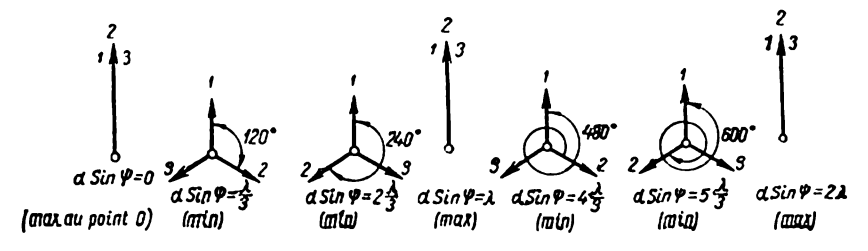


Fig. IV. 24.

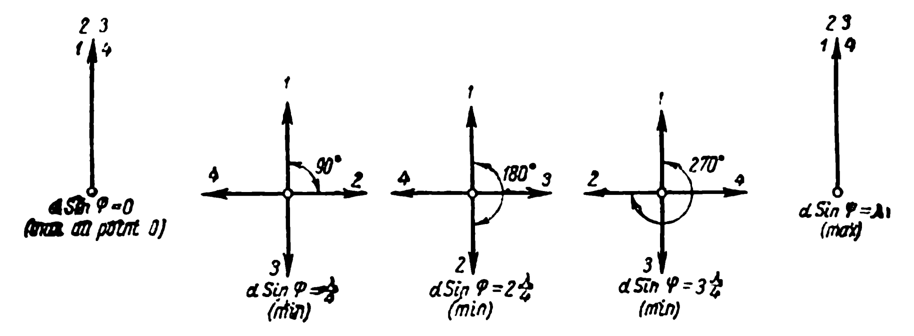


Fig. IV. 25.

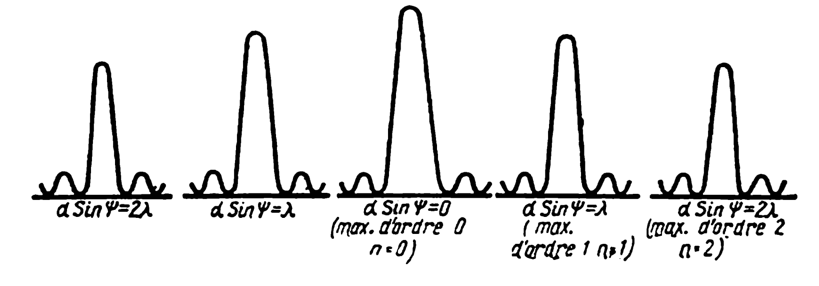


Fig. IV. 26.

le diagramme vectoriel correspondant sur la fig. IV. 25. Dans le cas de 4 fentes, on a entre deux maxima consécutifs 3 minima.

Continuant ce raisonnement pour 5, 6 etc. fentes, on peut établir la règle suivante : dans le cas de N fentes, il se forme entre deux maxima consécutifs $N-1$ minima ; la différence de marche des rayons $d \sin \psi$ provenant de deux fentes voisines est égale pour les maxima à un multiple de λ, et pour les minima on a $\frac{\lambda}{N}$, $2\frac{\lambda}{N}$, $3\frac{\lambda}{N}$, etc. Le spectre de diffraction de N fentes a la forme représentée sur la fig. IV.26. Les maxima complémentaires situés entre deux minima voisins créent sur l'écran un éclairement très faible (fond).

La majeure partie de l'énergie de l'onde lumineuse qui a traversé un réseau de diffraction est distribuée *entre les maxima principaux* formés dans les directions $d \sin \psi = k\lambda$, où $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ est « l'ordre » du maximum.

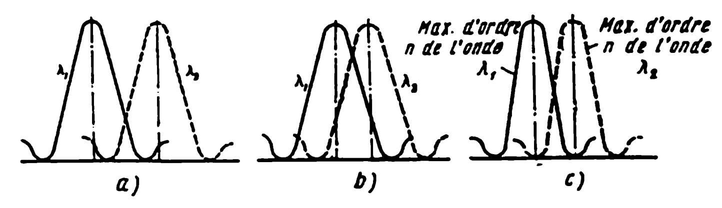


Fig. IV. 27.

Il est évident que plus est grand le nombre de fentes N, plus il passe d'énergie lumineuse à travers le réseau, plus il se ferme de minima entre deux maxima consécutifs voisins, et plus intenses et aigus sont les maxima.

Si la lumière tombant sur un réseau de diffraction est composée de deux rayonnements monochromatiques de longueur d'onde λ_1, et λ_2, leur maxima principaux sont situés en divers points de l'écran. Si λ_1 et λ_2 sont très voisines (rayonnements de même couleur), les maxima sur l'écran peuvent être si voisins qu'ils se confondent en une seule bande claire où on ne peut distinguer (« résoudre ») les deux ondes. La distribution de l'éclarement de l'écran permet d'établir la présence de deux maxima si le sommet du maximum d'une onde coïncide ou se trouve plus loin que le minimum le plus proche de la deuxième onde (fig. IV, 27, *a*, *b*).

Etablissons la condition de résolution de deux ondes ; le k-ième maximum (c'est-à-dire le maximum d'ordre k) de l'onde λ_1 est obtenu conformément à (1.21) sous un angle ψ satisfaisant à la condition $d \sin \psi = k\lambda_1$. La condition limite de résolution exige que l'on obtienne sous ce même angle un minimum de l'onde λ_2 le plus proche du k-ième maximum. En vertu de ce qui a été dit, pour obtenir le minimum voisin il faut ajouter à différence de marche $k\lambda_2$ la quantité $\frac{\lambda_2}{N}$. Par conséquent, la condition de coïncidence du maximum

de $\lambda_1 (d \sin\varphi = k\lambda_1)$ avec le minimum de λ_2 $\left(d \sin\psi = k\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}\right)$ signifie que

$$k\lambda_1 = k\lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}; \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = kN. \qquad (1.22)$$

Si $\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ est plus grand que le produit du nombre de fentes N par l'ordre k du spectre, les maxima de λ_1 et λ_2 ne se résolvent pas. Il est évident que si deux maxima ne se résolvent pas dans le spectre d'ordre k, ils peuvent être résolus dans des spectres d'ordres plus élevés.

Conformément à (1.22), plus le nombre N de faisceaux interférents et leur différence de marche Δ $\left(k = \frac{\Delta}{\lambda}\right)$ sont grands, des ondes plus proches λ_1 et λ_2 peuvent être résolues. Le nombre N (nombre de fentes) d'un réseau de diffraction est grand, mais $k = \frac{d \sin\psi}{\lambda}$ est petit; dans l'interféromètre de Michelson, c'est le contraire : le nombre de faisceaux interférents $N = 2$, mais la différence de marche entre eux, qui dépend de la distance entre les miroirs *I* et *II* (fig. IV. 14) est grande.

La distance angulaire entre deux maxima consécutifs de deux ondes voisines dépend de l'ordre k et de la période d du réseau :

$$\left.\begin{aligned} d \sin\psi_1 = k\lambda_1; \quad \psi_1 \approx k\frac{\lambda_1}{d} \\ d \sin\psi_2 = k\lambda_2; \quad \psi_2 \approx k\frac{\lambda_2}{d} \end{aligned}\right| \quad \psi_1 - \psi_2 = k\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d}. \qquad (1.23)$$

On peut remplacer la période du réseau par le nombre de fentes n_1 par unité de longueur du réseau : $d = \frac{1}{n_1}$.

On a supposé plus haut que les rayons tombaient perpendiculairement sur le plan du réseau. Lorsque les rayons tombent de biais (fig. IV. 22, *b*), le maximum d'ordre *O* est déplacé et s'obtient dans la direction *ACD*. Supposons que le maximum d'ordre k soit obtenu dans la direction *ACE*, c'est-à-dire que la différence de marche des rayons *ACE* et *BF* soit égale à $k\lambda$. Alors $AC - BK = d \sin\alpha - d \sin\psi = k\lambda$. Puisque pour des k petits les angles α et φ sont petits et ont des valeurs proches, on a

$$\sin\alpha - \sin\psi = 2\cos\frac{\alpha+\psi}{2}\sin\frac{\alpha-\psi}{2} \approx 2\cos\alpha\,\frac{\alpha-\psi}{2} = \beta\cos\alpha, \text{ et donc}$$

$$d\cdot\cos\alpha\cdot\beta \approx k\lambda; \quad \beta \approx \frac{k\lambda}{d\cos\alpha}, \qquad (1.24)$$

où $\beta = \alpha - \psi$ est la déviation angulaire du k-ième maximum par rapport au maximum d'ordre *O*. Comparons cette formule avec (1.21), que nous écrirons sous la forme $\psi \approx \frac{k\lambda}{d}$; puisque $\cos\alpha < 1$, la déviation angulaire β lors d'une incidence oblique est plus grande que pour l'incidence normale. Cela revient à *réduire* la période du réseau de

diffraction de cos α fois. Par conséquent, pour de grands angles d'incidence, on peut obtenir des spectres de diffraction de rayonnements d'ondes courtes (par exemple de rayonrs X) et mesurer les longueurs d'ondes.

Si l'onde lumineuse traverse des ouvertures circulaires de petit diamètre D, le spectre de diffraction représente alors un système d'anneaux sombres et clairs alternants (fig. IV. 28). On obtient le premier anneau sombre sous l'angle φ_1 satisfaisant à la condition

$$\varphi_1 \approx \sin \varphi_1 = 1{,}22 \frac{\lambda}{D}. \tag{1.25}$$

Pour lè second anneau sombre $\varphi_2 = 2{,}232 \frac{\lambda}{D}$.

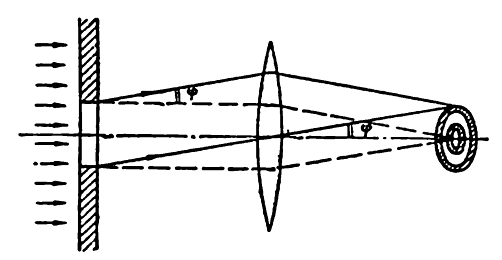


Fig. IV. 28.

§ 6. Propagation de la lumière dans un milieu anisotrope ; obtention et applications de la lumière polarisée

On dit qu'un milieu est anisotrope si ses propriétés optiques (vitesse de propagation de la lumière ou indices de réfraction) sont différentes dans différentes directions. Supposons qu'une onde polarisée plane dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ oscille sous un certain angle avec le plan d'incidence (plan de la fig. IV. 29) tombe sur la face d'un cristal transparent (quartz, spath d'Islande, etc.). Connaissant la vitesse de la lumière dans le premier milieu c_0 et mesurant les angles d'incidence α et de réfraction γ, on peut trouver la vitesse de la lumière dans le second milieu :

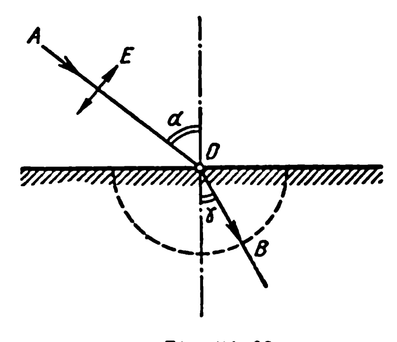


Fig. IV. 29.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{c_0}{c}; \qquad c = c_0 \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}. \tag{1.26}$$

Les mesures montrent que la vitesse de la lumière dans les cristaux dépend non seulement de la direction de la propagation, c'est-à-dire de l'angle γ, mais aussi de l'orientation du vecteur $\boldsymbol{E}$ relativement

au plan d'incidence. Cependant, il existe dans les cristaux une ou plusieurs directions le long desquelles la vitesse de la lumière ne dépend pas de l'orientation du vecteur $\boldsymbol{E}$. On les appelle ***axes optiques*** des cristaux. Spécifions que l'axe optique n'est pas une ligne comparable à l'axe de symétrie d'un cristal, mais une direction déterminée dans le cristal ; toutes les droites parallèles à cette direction et menées par n'importe quels points du cristal sont des axes optiques. Si un cristal possède un seul axe optique, on l'appelle uniaxe, s'il en a deux, il est dit biaxe, etc. Comme le vecteur $\boldsymbol{E}$ est perpendiculaire à son rayon, pendant la progression de la lumière le long de l'axe optique le vecteur $\boldsymbol{E}$ lui est constamment perpendiculaire, quelle que soit son orientation dans l'espace.

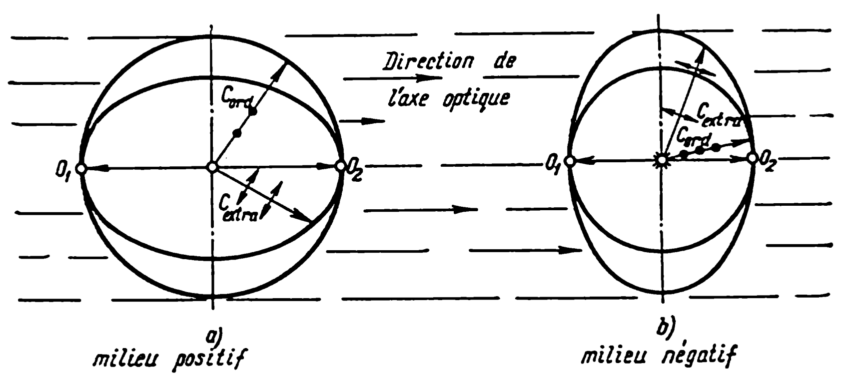


Fig. IV. 30.

Appelons le plan passant par le rayon et l'axe optique du cristal *plan principal*. On distingue dans les cristaux :

1) les *rayons ordinaires*, dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ est orienté perpendiculairement au plan principal (il est donc perpendiculaire à l'axe optique) ;

2) les *rayons extraordinaires*, dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ est contenu dans le plan principal et forme avec l'axe optique tous les angles possibles différents de l'angle droit.

Les rayons ordinaires progressent dans toutes les directions dans un cristal avec la même vitesse, que nous désignerons par c_0. Les rayons extraordinaires progressent avec différentes vitesses, en fonction de l'angle entre le vecteur $\boldsymbol{E}$ et l'axe optique ; désignons-la par c_e. Il est évident que le long de l'axe optique tous les rayons sont ordinaires et dans cette direction il n'existe qu'une vitesse de propagation de la lumière.

Supposons qu'à un certain instant, dans un milieu anisotrope, une source ponctuelle de lumière O commence à émettre une onde lumineuse (fig. IV. 30). Pour chaque direction de propagation de l'onde, décomposons le vécteur $\boldsymbol{E}$ en deux composantes : $\boldsymbol{E}_0$, perpendi-

culaire au plan défini par la direction du rayon et l'axe optique, et E_e, se trouvant dans ce plan. Puisque les composantes ordinaire et extraordinaire du vecteur E se propagent dans le milieu donné avec des vitesses différentes, l'onde émise par la source se divise en deux ondes. L'onde ordinaire se propage dans toutes les directions avec la même vitesse c_0, et son front d'onde (ou surface d'onde) a la forme d'une *sphère*. L'onde extraordinaire se propage le long de l'axe optique avec la même vitesse que l'onde ordinaire, mais dans les autres directions sa vitesse dépend de l'angle entre E_e et l'axe optique. Le front de l'onde extraordinaire a la forme d'un ellipsoïde (pour des cristaux uniaxes, d'un ellipsoïde de révolution). La plus grande

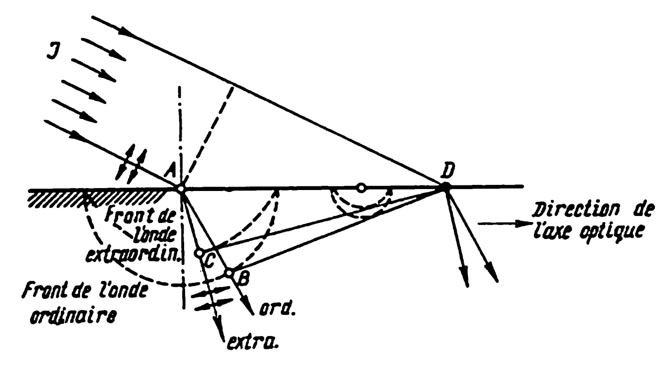


Fig. IV. 31.

divergence entre les ondes ordinaire et extraordinaire a lieu dans la direction perpendiculaire à l'axe optique du milieu. Si tous les c_e sont plus petits que c_0, l'ellipsoïde de l'onde extraordinaire étant intérieur à la sphère de l'onde ordinaire (fig. IV. 30,*a*), le milieu (le cristal) est dit *positif* ; si $c_e > c_0$, le milieu est *négatif*.

Considérons la réfraction d'une onde plane à la frontière d'un milieu positif anisotrope. Pour la simplicité, supposons que la direction de l'axe optique soit parallèle à cette frontière (fig. IV. 31). Appliquant le principe de Huyghens, menons l'enveloppe des fronts sphériques élémentaires de l'onde ordinaire (*BD*) et des fronts d'ondes élémentaires ellipsoïdaux de l'onde extraordinaire (*CD*). Ainsi, lors de la réfraction d'une onde plane à la frontière d'un milieu anisotrope apparaissent deux ondes planes, progressant dans différentes directions et avec différentes vitesses. On peut dire que chaque rayon incident *I* se divise en un rayon ordinaire et un rayon extraordinaire. Le rayon ordinaire progresse dans la direction *AB* et l'on a $AB \perp BD$; le vecteur E de ce rayon oscille dans un plan perpendiculaire au plan du dessin (qui est le plan principal). Le rayon extraordinaire progresse selon *AC*, qui n'est pas perpendiculaire à *CD* (*C* est le point de contact du plan enveloppe et du front de l'onde ellipsoïdale issue

de A) ; le vecteur E du rayon extraordinaire est contenu dans le plan du dessin, et forme donc avec l'axe optique un angle différent d'un droit. Notons que nos raisonnements impliquent la présence dans l'onde incidente d'oscillations du vecteur E aussi bien dans le plan d'incidence que dans le plan perpendiculaire. Ainsi, si l'onde incidente est une onde à polarisation plane et si son vecteur E oscille ou bien dans le plan d'incidence, ou bien perpendiculairement à ce dernier, il apparaît lors de la réfraction une onde unique, extraordinaire ou ordinaire.

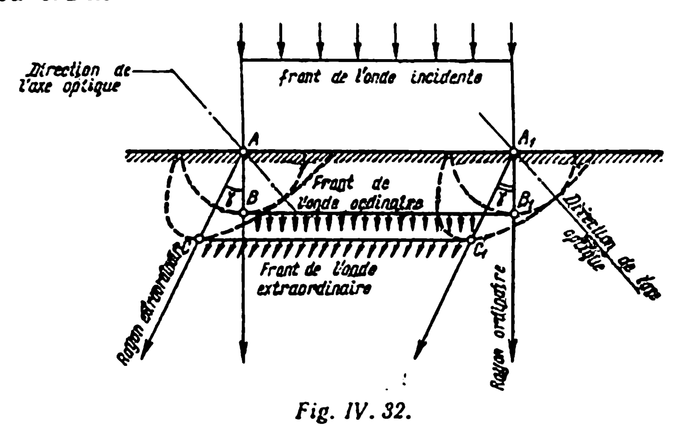


Fig. IV. 32.

Ces deux ondes coexistent si la lumière incidente est naturelle ou si son vecteur E oscille sous un angle avec le plan d'incidence différent de zéro ou 90°.

A l'aide de constructions analogues, on peut déterminer la marche des rayons et des fronts des ondes réfractées à la frontière des cristaux négatifs, ainsi que pour d'autres orientations de l'axe optique par rapport à cette frontière et pour diverces valeurs de l'angle d'incidence. A titre d'exemple, on a montré sur la fig. IV. 32 la formation d'une onde ordinaire et d'une onde extraordinaire lorsque la lumière tombe *perpendiculairement* à la frontière d'un milieu négafif ; on voit par cet exemple que pour une onde extraordinaire les lois habituelles de la réfraction ne sont pas observées. En effet, en vertu de la première loi de la réfraction $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$ = Cte, aussi doit-on avoir $\gamma=0$ lorsque $\alpha=0$. Ceci a lieu pour un rayon ordinaire mais n'a pas lieu pour un rayon extraordinaire. En outre, si l'axe optique n'est pas contenu dans le plan d'incidence (plan du dessin), le rayon extraordinaire sort également du plan d'incidence, donc déroge également à la deuxième loi de la réfraction (qui stipule que le rayon incident, le rayon réfracté et la normale au point d'incidence se trouvent dans un même plan). Notons encore une particularité de la progression de la lumière dans les milieux anisotropes : la direction de

la progression d'une onde extraordinaire n'est pas perpendiculaire à son front.

Considérons les procédés d'obtention de lumière polarisée. La lumière émise par diverses sources, notamment par des corps solides incandescents ou par des gaz lumineux, est habituellement naturelle. Ceci s'explique par le fait que les sources élémentaires de lumière — atomes et molécules—se meuvent d'une manière désordonnée et que les vecteurs E des ondes lumineuses émises oscillent dans toutes les directions possibles. Aussi est-il indispensable de trouver des moyens de séparation de la lumière polarisée à partir de la lumière naturelle. Enumérons les principaux :

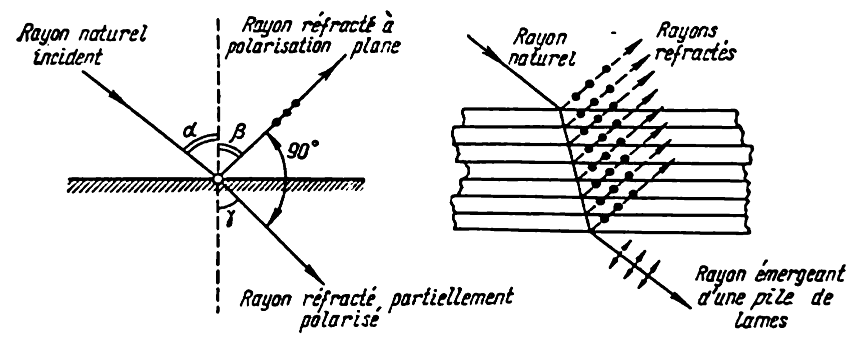


Fig. IV. 33.

1. P o l a r i s a t i o n p a r r é f l e x i o n e t r é f r a c t i o n. Si l'angle d'incidence α d'une lumière naturelle tombant sur une lame réfléchissante diélectrique (verre, mica, etc.) vérifie la condition de Brewster :

$$\operatorname{tg} \alpha = n, \tag{1.27}$$

n étant l'indice de réfraction, l'onde réfléchie est alors à polarisation plane. Lorsque la condition (1.27) est observée, les rayons réfléchi et réfracté sont orthogonaux (fig. IV. 33 ; $\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} n = \operatorname{tg} \alpha$; $\sin \gamma = \cos \alpha$). Le vecteur E de l'onde réfléchie est perpendiculaire au plan d'incidence ; pour cela dans l'onde réfractée (passant dans le second milieu) l'énergie des oscillations dans le plan d'incidence est plus grande que dans le plan perpendiculaire, et l'onde est partiellement polarisée.

Le défaut de la polarisation par réflexion est que les diélectriques réfléchissent peu de lumière (ainsi, une lame de verre réfléchit seulement de 3 à 5% de la lumière incidente). Aussi a-t-on recours à la réflexion itérative par une « pile de lames » ; les rayons réfléchis emportent les oscillations perpendiculaires au plan d'incidence, et le rayon pénétrant, peu à peu filtré de ces oscillations, est presque à polarisation plane (le vecteur E se trouve dans le plan d'incidence).

2. **Polarisation par biréfringence dans les cristaux; prisme de Nicol.** Lorsque la lumière est réfractée à la frontière de milieux optiquement anisotropes, par exemple de cristaux, le rayon naturel se divise en deux rayons (ordinaire et extraordinaire) polarisés dans deux plans orthogonaux (fig. IV. 34, *a*).

Le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire ont dans le cristal différentes vitesses de propagation, par conséquent différents indices

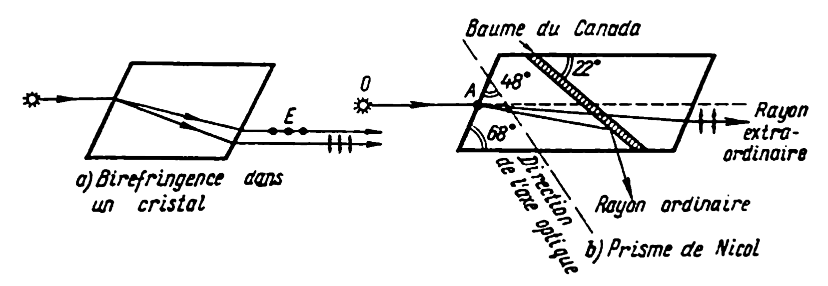


Fig. IV. 34.

de réfraction n_0 et n_0 ce qui explique la biréfringence ; pour une seule et même valeur de l'angle d'incidence on a deux angles de réfraction $\left(\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_0}=n_0;\ \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma_e}=n_e\right)$. Toutefois, les rayons polarisés émergent du cristal en faisant entre eux des angles très petits, et il est difficile de les utiliser séparément. Pour « séparer » ces rayons, on utilise différents prismes polariseurs. Le plus répandu est le prisme de Nicol. On taille dans du spath d'Islande deux prismes (fig. IV. 34, *b*) que l'on colle ensuite avec du baume de Canada. L'indice de réfraction de cette colle ($n=1{,}550$) est compris entre les indices de réfraction du spath d'Islande pour les rayons ordinaire ($n_0=1{,}658$) et extraordinaire (n_e, la valeur de n_e dépend de l'angle entre le rayon et l'axe optique du cristal ; sa valeur minimum est 1,486). Les angles dans le prisme sont choisis de telle manière que le rayon ordinaire subisse une réflexion interne totale par la surface du baume de Canada. Au moyen de ce prisme on sépare l'onde lumineuse naturelle incidente en deux ondes à polarisation plane contenant chacune près de 50% de l'énergie incidente (les pertes dans le prisme sont négligeables). Supposons que le prisme soit atteint par une onde à polarisation plane ; le vecteur $\boldsymbol{E}$ de cette onde doit être décomposé en deux composantes $\boldsymbol{E}_0$ et $\boldsymbol{E}_e$ (fig. IV. 35 ; vue selon *OA*, fig. IV. 34, *b*). Le vecteur $\boldsymbol{E}_0$ est perpendiculaire à l'axe optique et le rayon qui lui correspond est ordinaire ; le vec-

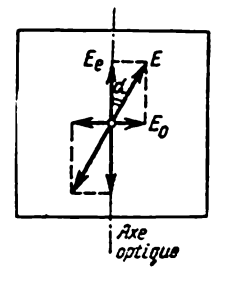


Fig. IV. 35.

teur E_e est contenu dans le plan principal et appartient au rayon extraordinaire. Il est évident que si $\alpha=0$, on a $E_e=E$, $E_0=0$ et le rayon incident est extraordinaire pour le prisme ; il traverse le prisme sans double réfraction. Lorsque $\alpha=90°$ le rayon incident est un rayon ordinaire pour le prisme, il est réfléchi par la frontière enduite de baume de Canada ; dans ce cas, il ne passe pas de lumière à travers le prisme dans le sens direct. Ainsi, à travers le polariseur passe seulement la composante $E_e=E\cos\alpha$. Puisque l'énergie de l'onde électromagnétique W est proportionnelle au carré du vecteur E, l'énergie du rayon extraordinaire traversant le polariseur est

$$\frac{W_e}{W}=\frac{E_e^2}{E^2}=\cos^2\alpha\,; \quad W_e=W\cos^2\alpha, \tag{1.28}$$

où W est l'énergie de l'onde pénétrant dans le polariseur. Ainsi : si l'on fait passer une lumière à polarisation plane dans un polariseur, après la traversée son énergie est proportionnelle au carré du cosinus de l'angle entre le vecteur E du rayonnement incident et l'axe optique du polariseur (loi de Malus).

Dans certains cas on utilise deux nicols placés l'un derrière l'autre. Le premier nicol est un polariseur (il sépare la lumière à polarisation plane de la lumière naturelle) ; l'axe optique du second nicol fait un angle α avec l'axe optique du premier. Faisant varier cet angle de 0 à 90°, on peut observer la variation de l'intensité de la lumière émergeant du second nicol selon la loi $\cos^2\alpha$.

3. Polarisation au passage de la lumière dans des substances anisotropes; polaroïdes.

Certaines substances cristallines (tourmaline, hérapatite, c'est-à-dire l'acide sulfuré de l'iode-quinine, et autres), absorbent différemment les rayons dont le vecteur E est différemment orienté relativement aux axes de ces cristaux. Ainsi, une lame de tourmaline d'environ 1 *mm* d'épaisseur ou une lamelle de hérapatite d'environ 0,1 *mm* d'épaisseur absorbent presque intégralement les rayons ordinaires (pour lesquels, comme on l'a indiqué ci-dessus, le vecteur E_0 est perpendiculaire à l'axe optique) ; quant aux rayons extraordinaires, ils sont partiellement absorbés et émergent partiellement de la lame ; si c'est une lumière naturelle qui tombe sur une telle lame, seuls les rayons extraordinaires à polarisation plane émergent de lames. De la même façon agissent les *polaroïdes* — pellicules de celluloïdes contenant des petits cristaux de hérapatite orientés d'une manière déterminée. Il faut avoir en vue que ces matières sont douées d'absorption sélective envers les diverses longueurs d'ondes, c'est-à-dire que leur facteur d'absorption dépend de la longueur d'onde. Aussi, un polaroïde étant traversé non pas par une lumière monochromatique mais par une lumière blanche la lumière émergente est-elle colorée, cette coloration étant différente dans différentes directions (dichroïsme).

L'interférence des rayons polarisés présente certaines particularités par rapport à l'interférence des rayons naturels. Ainsi, pour l'extinction mutuelle de deux ondes cohérentes et monochromatiques à polarisation plane il faut non seulement l'égalité des amplitudes de leurs vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$, mais aussi que la différence de phase soit π, 3π, 5π, etc. Une autre condition obligatoire de l'extinction est que les vecteurs des oscillations des rayons interférents soient de même direction ; dans le cas contraire, si on ajoutait les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$, leur résultante $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$ ne serait pas nulle.

Considérons quelques cas particuliers d'interférence d'ondes à polarisation plane. Pour obtenir une figure d'interférence stable, il faut que la cohérence des rayons soit observée dans tous les cas. En outre, nous supposerons les rayons monochromatiques.

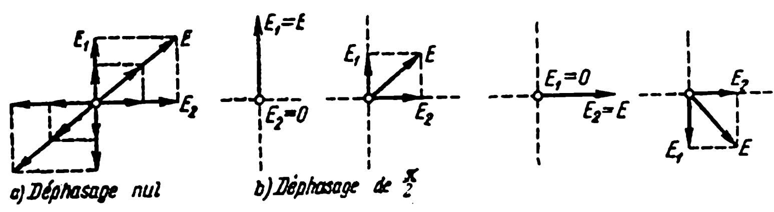


Fig. IV. 36.

Si les vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ oscillent dans un même plan, alors tous les raisonnements exposés au § 5 pour la lumière naturelle subsistent. Aussi faut-il examiner l'interférence de rayons dont les vecteurs $\boldsymbol{E}$ oscillent dans différents plans, notamment, orthogonaux. Supposons que les ondes progressent dans une seule et même direction. Bornons-nous à deux cas particuliers :

a) en tous les points du rayon les phases des vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ sont identiques (le déphasage est nul), c'est-à-dire que ces vecteurs s'annulent et prennent leurs valeurs extrêmes en même temps (fig. IV. 36). On obtient alors par interférence de telles ondes une onde à polarisation plane, mais dont le vecteur résultant $\boldsymbol{E}$ oscille dans un plan différemment orienté ;

b) les phases des vecteurs $\boldsymbol{E}_1$ et $\boldsymbol{E}_2$ des ondes interférentes se distinguent de l'angle φ, ces vecteurs passant par leurs valeurs nulles et extrêmes à différents instants. On a indiqué sur la fig. IV. 36, *b* les orientations et les valeurs de la résultante $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$ à différents instants pour $\varphi=\frac{\pi}{2}$. Dans ce cas la résultante tourne autour du rayon en conservant sa valeur lorsque $E_1=E_2$, ou cette valeur changeant si $E_1\neq E_2$. Par conséquent, pendant l'interférence de deux rayons plans parallèles, dont les plans d'oscillation sont perpendiculaires et les oscillations déphasées d'un nombre impair de fois $\pi/2$ (quadrature de phase) le rayon résultant est polarisé circulairement lorsque $E_1=E_2$, ou elliptiquement lorsque $E_1\neq E_2$.

Une telle interférence peut être obtenue en faisant passer une onde à polarisation plane à travers une lame cristalline d'épaisseur adéquate taillée parallèlement à l'axe optique (fig. IV. 37). En effet, comme on l'a indiqué plus haut, le vecteur E de cette onde se décompose dans le cristal en ses composantes ordinaire E_0 et extraordinaire E_e, qui progressent dans le cristal avec différentes vitesses c_0 et c_e. S'il nous faut obtenir un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre les vecteurs E_0 et E_e à la sortie de la lame, on devra choisir l'épaisseur de cette lame de telle sorte qu'un rayon émerge plus tôt (ou plus tard) que l'autre rayon d'un quart de période T, c'est-à-dire

$$\frac{d}{c_0}-\frac{d}{c_e}=\frac{T}{4}.$$

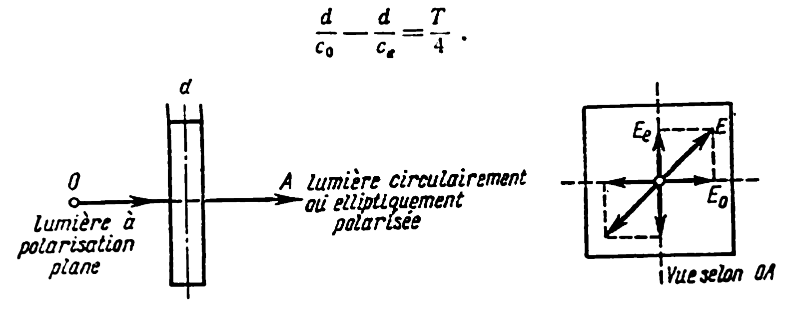


Fig. IV. 37.

Multiplions cette égalité par la vitesse de la lumière dans l'air c et posons $\frac{c}{c_0}=n_0$; $\frac{c}{c_e}=n_e$; $Tc=\lambda$. On peut alors calculer l'épaisseur requise de la lame par la formule

$$d(n_0-n_e)=\frac{\lambda}{4}; \quad d=\frac{\lambda}{4(n_0-n_e)}. \qquad (1.29)$$

Une lame cristalline obéissant à cette condition est appelée *lame quart d'onde*. Elle transforme une onde à polarisation plane en une onde circulairement polarisée (si $\alpha=45°$ et, par conséquent, $E_0=E_e$) ou elliptiquement polarisée ($\alpha\neq45°$, $E_1\neq E_2$). Il est facile de montrer que, réciproquement, une telle lame transforme un rayon circulairement ou elliptiquement polarisé en un rayon à polarisation plane. Il est évident qu'à l'aide d'une telle lame on peut établir si le rayonnement est polarisé circulairement (ou elliptiquement) ou s'il est naturel.

Il a été question ci-dessus de milieux anisotropes *naturels* — de cristaux, dans lesquels la lumière progresse dans différentes directions avec différentes vitesses en fonction de l'angle entre les vecteurs E et l'axe optique du cristal. Cependant, on peut transformer des corps optiquement *isotropes* (verre, liquides) en corps anisotropes en les soumettant à une déformation unilatérale ou en les plaçant dans un champ électrique. Fig. IV.38 montre le schéma de l'installation

à étudier l'anisotropie artificielle dûe au champ électrique On observe l'anisotropie des liquides en les plaçant, par exemple, dans un champ électrique (effet Kerr). Les molécules du liquide, qui possèdent des moments électriques (ou qui les acquièrent sous l'effet d'extension du champ extérieur) s'orientent le long du champ, les propriétés électriques et donc optiques du liquide sont différentes parallèlement ou perpendiculairement au champ. Le liquide peut être assimilé à un milieu optique anisotrope uniaxe.

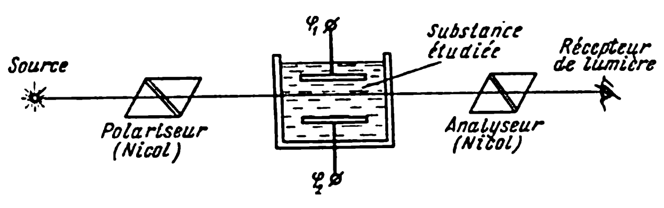


Fig. IV. 38.

Si l'on fait disparaître le champ extérieur, l'agitation thermique altère la disposition ordonnée des axes électriques des molécules, le liquide redevient isotrope. Cette disparition de l'anisotropie s'effectuant environ en 10^{-10} s, le liquide réagit virtuellement sans inertie à toutes les variations du champ extérieur.

Le degré d'anisotropie due à la déformation ou au champ électrique peut être évalué en fonction de la différence des indices de réfraction de la matière pour les rayons ordinaires n_0 et pour les rayons extraordinaires n_e (on prend n_e pour un rayon dont le vecteur $\boldsymbol{E}$ oscille parallèlement à la direction de la déformation ou du champ extérieur, cette direction jouant le rôle d'axe optique). Les mesures montrent que pour les corps solides et liquides on a

$$n_0 - n_e = k_1 p; \quad n_0 - n_e = k_2 E_{ext}. \qquad (1.30)$$

ou p est la tension de compression ou de traction, E_{ext}. le champ électrique dans lequel se trouve la matière, k_1 et k_2 étant des constantes caractérisant la matière.

Certaines matières (optiquement actives) ont la propriété de faire tourner le plan d'oscillation du vecteur $\boldsymbol{E}$ le long du rayon. Si une onde lumineuse avec une orientation déterminée du plan d'oscillation (contenant le vecteur $\boldsymbol{E}$ et la direction du rayon) parcourt une distance l dans une telle matière, le plan des oscillations tourne de l'angle

$$\varphi = \alpha l, \qquad (1.31)$$

où α est un coefficient caractérisant la matière. Les observations montrent que α est différent pour différentes longueurs d'ondes, aussi, si la lumière est complexe, les plans d'oscillation des différentes composantes monochromatiques tournent-ils de divers angles (disper-

sion rotatoire). Pour le quartz, pour $\lambda=0,5893\ \mu$, le coefficient $\alpha=21,7°$.

Les corps cristallins ne sont pas les seuls à tourner le plan de polarisation et à posséder une polarisation rotatoire (dans les cristaux cette propriété est observée le long de l'axe optique, lorsque $c_0=c_e$) ; les milieux isotropes possèdent également ces propriétés s (par exemple la térébenthine, le sucre fondu dans l'eau). Pour les solutions, l'angle de rotation est proportionnel à la concentration c :

$$\varphi=[\alpha]cl, \tag{1.32}$$

ou $[\alpha]$ est une constante de rotation (dépendant de λ) caractérisant la matière dissoute ; on se sert de cette formule pour déterminer la concentration de la solution, φ et l étant mesurés.

Il existe des matières faisant tourner le plan des oscillations dans le sens des aiguilles d'une montre (si l'on regarde dans le sens de progression de la lumière) dites lévogyres ou négatives, et des matières faisant tourner le plan des oscillations dans le sens contraire des aiguiles d'une montre dites dextogyres ou positives. Ainsi, il existe deux espèces de quartz ; lévogyre et dextogyre.

On observe aussi la rotation du plan d'oscillation de l'onde dans des matières placées dans un champ magnétique (phénomène de Faraday), le rayon à polarisation plane étant dirigé suivant le champ. L'angle de rotation φ est proportionnel à la distance l parcourue dans la matière et au champ magnétique :

$$\varphi=\rho l H,$$

ρ étant une grandeur caractérisant la matière et dépendant de la longueur d'onde de la lumière ; pour diverses matières ρ est égal à quelques millièmes de minute angulaire par ampère. La rotation du plan d'oscillation de l'onde se produit de même lorsqu'un rayon à polarisation plane est réfléchi par la surface d'un ferromagnétique aimanté.

Enumérons les principales applications de la lumière polarisée :

1) étude des tensions mécaniques dans des pièces de machines de forme complexe. Des modèles transparents de ces pièces sont placés entre deux polariseurs et soumis à la déformation ; la répartition de l'anisotropie optique observée dans le volume de la pièce montre la distribution de la déformation mécanique ;

2) étude de différentes propriétés physiques de la matière (en particulier des polymères), de la composition et de la structure des molécules, de la structure des réseaux cristallins ; étude des minéraux ; analyse quantitative des matières et ainsi de suite. On à fabriqué à cet effet une série d'instruments polarisants spéciaux, notamment le microscope polarisant, des saccharimètres (pour définir la concentration des solutions sucrées), des photomètres, etc. ;

3) étude de processus qui s'écoulent rapidement (vitesse de propagation de la lumière, vitesse de réaction ; enregistrement et reproduction du son ; photographies à pose très courte, de l'ordre de 10^{-8}s,

etc. Dans ce but, on utilise la cellule de Kerr (fig. IV. 38) récipient avec deux électrodes entre lesquelles se trouve une substance dont le degré d'anisotropie varie sous l'action du champ électrique appliqué. Lorsque les axes optiques du polariseur et de l'analyseur sont perpendiculaires, cette cellule est un obturateur optique à action rapide dans lequel l'intensité de la lumière pénétrante suit presque sans retard les variations de la tension électrique appliquée aux lames.

§ 7. Lentilles minces ; leur puissance. Aberration. Diaphragmes. Pouvoir séparateur des appareils optiques

On appelle lentilles (sphériques) des corps transparents pour un rayonnement donné délimités par deux surfaces sphériques, comme on l'a indiqué sur la fig. IV. 39. L'une des surfaces délimitant la lentille peut être une sphère de rayon infiniment grand, c'est-à-dire un plan.

L'axe passant à travers les centres des surfaces formant la lentille est appelé *axe optique* ; pour une lentille plane-convexe ou plane-concave l'axe est mené par le centre de la sphère perpendiculairement au plan.

Une lentille est dite *mince* si son épaisseur est beaucoup plus petite que les rayons de courbure des surfaces génératrices. Dans une lentille mince on peut négliger la déviation a des rayons traversant la partie centrale (fig. IV. 40). Une lentille est *convergente* si elle réfracte les rayons qui la traversent vers son axe optique, et *divergente* si elle les écarte de l'axe optique.

Considérons d'abord la réfraction des rayons par une surface sphérique de la lentille. Désignons par O le point d'intersection de la surface sphérique et de l'axe optique, par O_1 l'intersection du rayon issu de l'objet et de l'axe optique et par O_2 l'intersection du rayon réfracté et de l'axe optique ; désignons par O_3 le centre de la surface sphérique (fig. IV. 41) ; posons $OO_1=d$, $OO_2=f$; $OO_3=R$ étant le rayon de courbure de la surface. En fonction de l'angle d'incidence des rayons sur la surface sphérique, on peut avoir différentes dispositions des points O_1, O_2, et O_3 relativement à O. On a représenté sur la fig. IV. 41 la marche des rayons tombant sur une surface convexe sous différents angles α avec la condition $n_1<n_2$, où n_1 est l'indice de réfraction du milieu d'où vient le rayon et n_2 celui du milieu où il pénètre. Supposons que le rayon incident soit *paraxial*, c'est-à-dire qu'il forme avec l'axe optique un angle très petit φ ; alors les angles α, γ, φ, et θ seront également petits et on peut poser

$$O_1A \approx O_1O = d\,; \quad O_2A \approx O_2O = f\,; \tag{1.33}$$

$$\varphi \approx \frac{h}{d}\,; \ \psi \approx \frac{h}{f}\,; \ \theta \approx \frac{h}{R}.$$

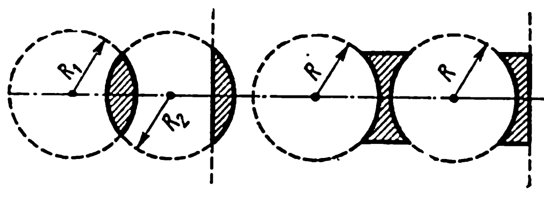


Fig. IV. 39.

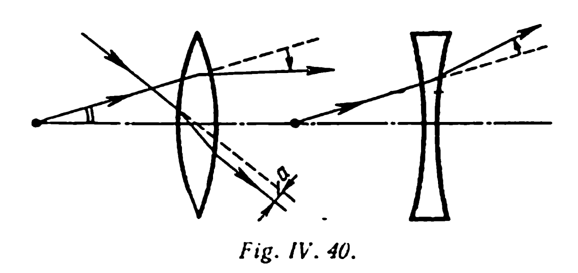


Fig. IV. 40.

Fig. IV. 41.

En vertu de la loi de la réfraction, on a pour les petits angles α et γ :

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=\frac{n_2}{n_1}; \quad \sin\alpha\approx\alpha; \quad \sin\gamma\approx\gamma; \quad n_1\alpha\approx n_2\gamma. \qquad (1.34)$$

Il résulte de la figure (*a*) :

$$\alpha=\theta+\varphi=\frac{h}{R}+\frac{h}{d}; \quad \gamma=\theta-\psi=\frac{h}{R}-\frac{h}{f}.$$

Substituant cette expression dans (1.34), on obtient, après simplification par h, la formule d'une surface sphérique réfringente :

$$\text{a)}\ \frac{n_2-n_1}{R}=\frac{n_1}{d}+\frac{n_2}{f}. \qquad (1.35)$$

Connaissant la distance d de « l'objet » O_1 à la surface réfringente, cette formule permet de calculer la distance f de la surface à « l'image » O_2. Notons que lors de la déduction de la formule (1.35) la quantité h a été éliminée ; cela signifie que tous les rayons paraxiaux issus de O_1 convergent au point O_2, quel que soit l'angle φ formé avec l'axe optique.

Effectuant des calculs analogues pour les figures (*b*) et (*c*), on obtient respectivement :

$$\text{b)}\ \frac{n_2-n_1}{R}=\frac{n_1}{d}+\frac{n_2}{-f}; \quad \text{c)}\ \frac{n_2-n_1}{-R}=\frac{n_1}{d}+\frac{n_2}{-f}. \qquad (1.36)$$

On en déduit la règle des signes (en considérant la distance d toujours positive) : si les points O_2 ou O_3 se trouvent du même côté de la surface réfringente que le point O_1, on affectera les distances f et R du signe moins ; si les points O_2 et O_3 se trouvent de l'autre côté de la surface par rapport au point O_1, on affectera les distances f et R du signe plus. On obtient cette même loi des signes si l'on considère la réfraction à travers une surface sphérique concave. On pourra utiliser à cet effet les dessins de la fig. IV. 41, pourvu que l'on inverse le sens des rayons et que l'on intervertisse les indices de réfraction.

Pour déduire la formule d'une lentille biconvexe, utilisons la marche directe des rayons (*a*) et la marche inverse des rayons (*b*) ; écrivons pour ces rayons les formules (1.35), en supposant les rayons de courbure différents :

$$\frac{n_2-n_1}{R_1}=\frac{n_1}{d_1}+\frac{n_2}{f_1}; \quad \frac{n_1-n_2}{R_2}=\frac{n_2}{d_2}+\frac{n_1}{-f_2}. \qquad (1.37)$$

Dans la seconde formule on a tenu compte de ce que dans le cas (*b*) le rayon inverse passe non pas du milieu n_1 dans le milieu n_2, mais inversement. Comme « l'image » O_2 donnée par la première surface est « l'objet » O_1 pour la deuxième surface, on a $f_1=d_2$. On déduit alors de (1.37) (omettant les indices de d et f) :

$$(n_2-n_1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=n_1\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{f}\right).$$

Il résulte de cette relation que $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ est une grandeur constante, c'est-à-dire que d et f sont en corrélation. Posons $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$, où $\frac{1}{F}$ est la distance focale de la lentille (on appelle $\frac{1}{F}$ puissance optique de la lentille). On a :

$$\frac{1}{F}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right). \tag{1.38}$$

Le calcul pour une lentille biconcave donne

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{-f}=\frac{1}{-F}; \qquad \frac{1}{F}=\left(\frac{n_2}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{-R_1}+\frac{1}{-R_2}\right). \tag{1.39}$$

Comparant les résultats, on arrive à cette conclusion que pour calculer la puissance d'une lentille de n'importe quelle forme il faut utiliser la même formule (1.38) en observant la règle des signes : les rayons de courbure des surfaces convexes doivent être pris avec le signe plus et ceux des surfaces concaves avec le signe moins. Lorsque la puissance optique est négative, et donc la distance focale aussi, la distance f est affectée du signe moins, c'est-à-dire que « l'image » se trouve du même côté que « l'objet ». Alors l'image est *virtuelle*. Les lentilles de puissance $1/F$ positive sont convergentes et donnent des images réelles tant que $d>F$; lorsque $d<F$, la distance f devient négative et l'image est virtuelle. Les lentilles de puissance $1/F$ négative sont divergentes et donnent toujours une image virtuelle, étant donné que $\frac{1}{f}=-\frac{1}{F}-\frac{1}{d}$ et l'on ne peut obtenir une distance positive f quelle que soit d.

La formule (1.38) a été établie en supposant qu'on avait de part et d'autre de la lentille un seul et même milieu. Si les indices de réfraction des milieux de part et d'autre de la lentille n_1 et n_1' sont différents, par exemple dans le cas du cristallin de l'œil, les distances focales à droite F et à gauche F' de la lentille ne sont plus égales et on a

$$\frac{F}{F'}=\frac{n_1'}{n_1}; \quad \frac{F}{d}+\frac{F'}{f}=1, \tag{1.40}$$

où F est la distance focale du côté de l'objet.

Notons que, conformément à la formule (1.38), la puissance d'une lentille est déterminée non seulement par sa forme, mais encore par le rapport entre les indices de réfraction de la lentille et du milieu ambiant. Ainsi, une lentille biconvexe dans un milieu d'indice de réfraction plus grand ($n_1>n_2$) a une puissance négative, c'est-à-dire qu'elle est divergente.

Au contraire, une lentille biconcave dans un tel milieu a une puissance positive, c'est-à-dire que c'est une *lentille convergente*.

Considérons un système de deux lentilles (fig. IV. 42,*a*) ; soit un objet ponctuel au foyer de la première lentille. Un rayon émergeant

de la première lentille sera parallèle à l'axe optique, et passera donc par le foyer de la deuxième lentille. Assimilant ce système à une lentille mince, on peut écrire $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$. Comme $d=F$, $f=F_2$, on a

$$\frac{1}{F_{sys}}=\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}. \tag{1.41}$$

Ce résultat est vrai pour un système plus complexe de lentilles minces (pourvu qu'on puisse considérer le système comme « mince ») : la puissance d'un système de lentilles minces $\left(D_{sys}=\frac{1}{F_{sys}}\right)$ est égale à la somme des puissances des parties constituantes $\left(D_i=\frac{1}{F_i}\right)$:

$$D_{sys}=D_1+D_2+D_3+\ldots$$

(la puissance des lentilles divergentes est négative. Ainsi, une lame à faces parallèles constituée de deux lentilles (fig. IV. 42) peut être convergente (si $n_1>n_2$) ou divergente ($n_1<n_2$). Lorsque les lentilles sont épaisses, la formule (1.41) doit être remplacée par une formule plus compliquée ; notamment pour deux lentilles distantes de a (fig. IV.43),

$$\frac{1}{F_{sys}}=\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}-\frac{a}{F_1F_2}. \tag{1.42}$$

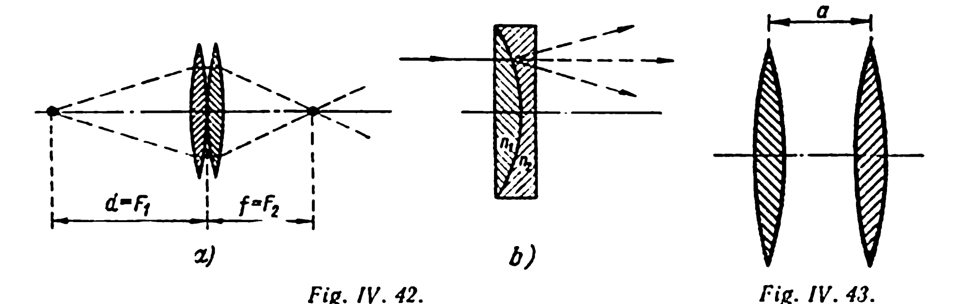


Fig. IV. 42.

Fig. IV. 43.

Le grandissement donné par une lentille mince dépend de la disposition de l'objet et de la puissance de la lentille ou de sa distance focale F. Si l'objet se trouve derrière le foyer, l'image est réelle et agrandie de $y=\frac{d}{f}$ fois. Utilisant la relation $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$, on peut mettre le grandissement de la lentille sous la forme

$$y=\frac{f}{d}=\frac{f-F}{F}=\frac{F}{d-F}. \tag{1.43}$$

Il résulte de cette formule que le grandissement de la lentille croît lorsque l'objet se rapproche du foyer.

Si l'objet se trouve entre le foyer et la lentille (fig. IV. 44, *b*), l'image est virtuelle et le grandissement est encore $y=\frac{f}{d}$. Il résulte du trian-

gle O_2AF_2 que le grandissement $y=\frac{AO_2}{BO}$ est égal à

$$y=\frac{f+F}{F}=\frac{D}{F}. \qquad (1.44)$$

Il est évident que le grandissement lorsque l'image est virtuelle est d'autant plus grand que l'objet est proche du foyer (F_2). Si l'œil se trouve au foyer F_2, $D=f+F$ est la distance optima de vision, qui est de 25 *cm* pour l'œil normal.

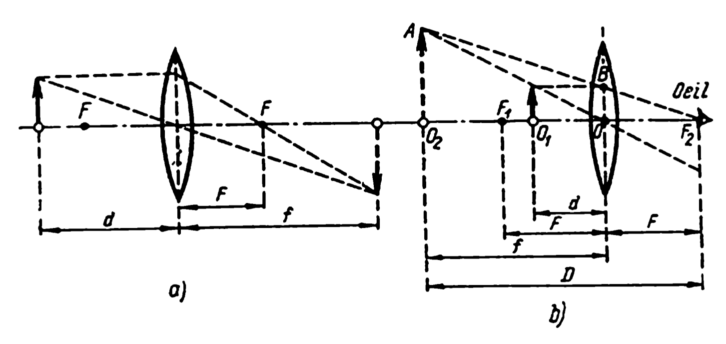


Fig. IV. 44.

Le microscope le plus simple est constitué d'un objectif, donnant une image réelle et agrandie, et d'un oculaire, donnant une image virtuelle encore une fois agrandie. Si l'image doit être photographiée, on obtient, avec une deuxième lentille, une image réelle. Pour obtenir le grandissement maximum on place l'objet au voisinage du foyer « extérieur » de l'objectif (un peu plus loin que ce foyer), et l'image formée par l'objectif est située à proximité du foyer intérieur de l'oculaire (plus près de l'oculaire). Le grandissement total du microscope est égal au produit des grandissements de l'objectif y_{ob} (1.43) et de l'oculaire y_{oc} (1.44) :

$$y=y_{ob}y_{oc}=\frac{f_{ob}-F_{ob}}{F_{ob}}\frac{D}{F_{oc}}=\frac{D\Delta}{F_{ob}F_{oc}}. \qquad (1.45)$$

Etant donné que l'image donnée par l'objectif se trouve au voisinage du foyer de l'oculaire, la différence $f_{ob}-F_{ob}=\Delta$ est égale à la distance entre les foyers intérieurs de l'objectif et de l'oculaire.

Pour construire les images dans les lentilles minces il suffit de connaître la disposition de leurs foyers. Pour des lentilles épaisses et pour des systèmes complexes de lentilles cela est insuffisant. Considérons les *systèmes optiques centrés*, c'est-à-dire des systèmes de lentilles tels que les centres de courbure de toutes les surfaces réfringentes se trouvent sur une même droite — l'axe optique. La construction des images dans de tels appareils est facilitée par la connaissance des

deux foyers principaux (fig. IV. 45) : du foyer avant F_1 et du foyer arrière F_2, des deux nœuds K_1 et K_2 et des deux plans principaux *I* et *II* perpendiculaires à l'axe optique du système. Les points d'intersection H_1 et H_2 des plans *I* et *II* et de l'axe optique sont appelés points principaux. Le rayon *1* passant par l'objet et le foyer, soit F_1, et coupant le plan principal *I* à la distance h de l'axe optique traverse le plan principal *II* à la même distance h de l'axe optique, c'est-à-dire parallèlement à ce dernier. Le rayon *2* allant de l'objet à un nœud sort de l'autre nœud parallèlement à sa direction avant le système. Le rayon *3*, mené de l'objet parallèlement à l'axe optique, reste parallèle jusqu'au deuxième plan principal, puis passe par le foyer.

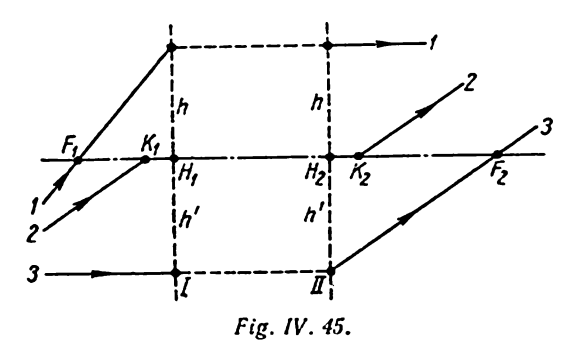


Fig. IV. 45.

Utilisant ces rayons, on peut construire l'image de n'importe quel point de l'objet, puis déterminer le grandissement. Si l'on a de part et d'autre du système un seul et même milieu, les nœuds sont confondus avec les points principaux. On a montré sur la fig. IV. 46 la disposition des plans principaux de quelques lentilles épaisses ; pour les lentilles minces ces plans se confondent en un seul plan passant par le centre de la lentille, et pour les lentilles épaisses ils peuvent même passer en dehors de la lentille.

Désignons par d la distance de l'objet au premier plan principal et par f la distance de l'image au second plan principal.

Désignons les distances entre les plans principaux et les foyers H_1F_1 et H_2F_2 par F_1 et F_2. On trouve que

$$\frac{F_1}{d}+\frac{F_2}{f}=1. \qquad (1.46)$$

On peut calculer f par cette formule connaissant d. Si l'objet et l'image se trouvent dans un même milieu, c'est-à-dire si l'on a un seul et même milieu de part et d'autre du système (par exemple de l'air), alors, $F_1=F_2=F$ et la formule (1.46) s'écrit

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}. \qquad (1.47)$$

Les lentilles ne peuvent donner *une image nette* d'un objet que si les rayons issus d'un point de l'objet dans diverses directions vont converger en un seul point après la traversée de la lentille. Les images sont dites *stigmates* s'il correspond à chaque point de l'objet un seul point de l'image. Le *stigmatisme* est observé si, primo, tous les rayons sont *paraxiaux*, c'est-à-dire forment des angles faibles avec l'axe optique et, secundo, si tous les rayons sont réfractés de la même manière dans la lentille, c'est-à-dire s'il n'y a pas dispersion.

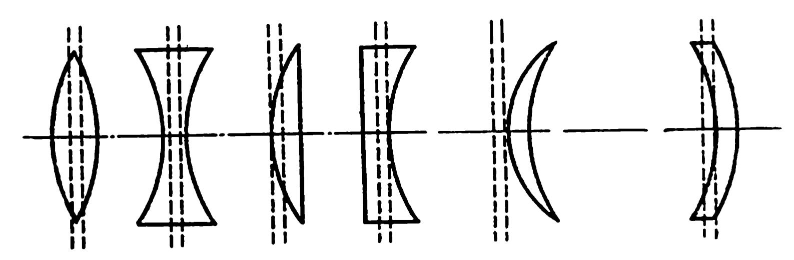


Fig. IV. 46.

Enumérons les défauts éventuels des lentilles (aberration) :

1. Aberration sphérique. Si l'image est formée non seulement par des rayons paraxiaux (*n* sur la fig. IV. 47), mais aussi

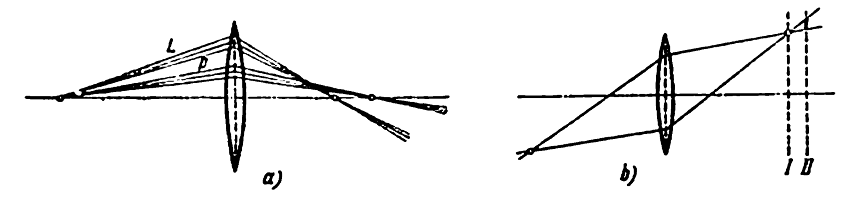


Fig. IV. 47.

par des rayons latéraux (*k*), le stigmatisme est violé : les rayons issus d'un même point de l'objet ne se recoupent pas en un même point. On distingue : a) l'aberration longitudinale, l'image d'un point étant allongé le long de l'axe optique, et b) l'aberration transversale, l'image étant déformée perpendiculairement à l'axe optique. Dans le cas d'une lentille convergente l'image par un faisceau de rayons paraxiaux est plus éloignée que celle par un faisceau de rayons non paraxiaux, et c'est le contraire qui a lieu dans le cas d'une lentille divergente. Grâce à cela, combinant des lentilles convexes et concaves, on arrive à atténuer l'aberration sphérique. Les lentilles à différents rayons de courbure (par exemple une lentille plane-convexe) possèdent une aberration sphérique relativement petite, ces lentilles devant être tournées vers les rayons incidents par leurs faces à convexité plus accentuée.

2. C o m a. Les rayons issus des points des objets et progressant vers la lentille en faisceaux larges et non confondus avec l'axe optique de la lentille ne vont pas converger après réfraction en un même point, mais donnent une image floue en forme de courte virgule. On élimine la coma par les mêmes procédés que pour l'aberration sphérique, ou bien encore en utilisant des diaphragmes.

3. A b e r r a t i o n c h r o m a t i q u e. Comme la matière de la lentille (et le milieu ambiant, si ce n'est pas l'air) présente de la dispersion (c'est-à-dire que l'indice de réfraction est fonction de la longueur d'onde de la lumière donnant l'image) les rayons de différentes couleurs se réfractent sous différents angles γ et, par conséquent, se coupent en divers points. Si la lumière issue de l'objet est composée, par exemple, de deux couleurs, la lentille donne deux images colorées situées en différents endroits. Les diverses parties de la lentille se comportent comme des prismes, c'est pourquoi dans les lentilles convergentes les rayons violets dévient après réfraction vers l'axe optique (« vers la base du prisme ») plus fortement que les rayons rouges, c'est le contraire qui a lieu dans les lentilles divergentes, les rayons violets s'écartant plus de l'axe optique après la réfraction que les rayons rouges. En outre, les différentes matières dont sont faites les lentilles (différentes sortes de verre, quartz, fluorites, sels gemmes) possèdent diverses dispersions. On met cette circonstance à profit pour éliminer l'aberration chromatique ne serait-ce que pour deux ou trois couleurs. Formant des lentilles complexes par assemblage (collage) au moyen de lentilles convexes et concaves à différentes dispersions, on réussit à obtenir des *images* d'un objet, formées, par exemple, par des rayons bleus et jaunes dans un même plan et avec un même grandissement (les autres rayons ne donnent pas d'image nette dans ce plan). On appelle de telles lentilles complexes (système de lentilles, objectifs) des achromats.

Notons que le grandissement d'une lentille dépend de la distance focale F, par conséquent, en vertu de (1.38), de l'indice de réfraction de la lentille pour la couleur donnée. Ainsi, les rayons de diverses couleurs donnent des images de différentes dimensions.

4. A s t i g m a t i s m e. C'est la violation du stigmatisme, l'image de chaque point étant un petit trait, qui, si l'écran est situé dans le plan I, est perpendiculaire au dessin (fig. IV. 47,*b*) ; mais si l'écran est situé dans le plan II, le trait se trouve dans le même plan perpendiculairement à l'axe optique. Les lentilles possédant par rapport à l'axe optique des surfaces réfringentes non symétriques, par exemple les lentilles cylindriques, sont douées d'astigmatisme.

Pour éliminer l'astigmatisme on fabrique des lentilles composées (anastigmats), en choisissant convenablement les courbures des surfaces réfringentes et les indices de réfraction.

5. D i s t o r s i o n. C'est un défaut des lentilles qui a pour effet de donner d'un segment de droite pris sur l'objet une image courbe. Une telle déformation s'explique par le grandissement différent des

diverses parties de l'objet. Le plus souvent, le grandissement croît ou décroît d'une manière monotone avec la distance à l'axe optique. La distorsion est particulièrement nuisible aux photographies aériennes, à l'établissement de cartes. On l'élimine en combinant les lentilles donnant des courbures dans des directions opposées.

Les objectifs de haute qualité doivent être le plus possible exempts de ces défauts. En outre, ils doivent encore satisfaire à d'autres exigences selon leurs applications. Ainsi, lorsqu'on photographie, l'image d'un objet à trois dimensions doit être contenue dans un plan, qui est celui de la plaque ou du film. En outre, pour que l'image soit la copie exacte (non déformée) de l'objet, il faut que toutes ses parties soient agrandies dans le même rapport, c'est-à-dire que le grandissement doit être le même en tous les points de l'image et dans toutes les directions. En particulier, si l'objectif est un achromat et réunit des images de deux couleurs, les grandissements relatifs aux rayons de chaque couleur doivent être identiques, c'est-à-dire que les images résultant de chaque couleur séparément doivent être obtenues en un même lieu et avoir les mêmes dimensions.

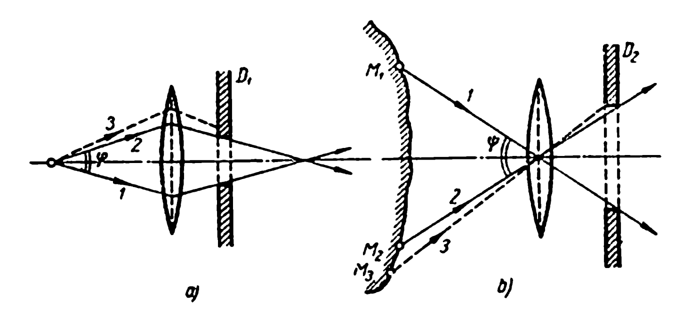


Fig. IV. 48.

Pour que les lentilles et les systèmes optiques donnent des images nettes, on utilise des diaphragmes éliminant les rayons progressant dans le système optique sous de grands angles avec l'axe ou bien encore en limitant la largeur des faisceaux des rayons envoyés par chaque point de l'objet dans le système optique. L'angle (fig. IV. 48, *a*) délimité par les rayons *extrêmes* (*1*, *2*) issus d'un même point de l'objet et convergeant à l'image s'appelle ouverture. Les rayons se trouvant en dehors de cet angle peuvent traverser la lentille, mais ils sont coupés par le diaphragme et ne tombent pas au point correspondant de l'image. Le diaphragme D délimitant l'angle d'ouverture est appelé *diaphragme d'ouverture*. Le rôle de ce diaphragme peut être joué par la monture de la lentille d'entrée (ou par une lentille intérieure quelconque).

Nous appellerons angle du champ visuel l'angle ψ (fig. IV. 48, *b*) délimité par les rayons (*1*, *2*) issus des points extrêmes de l'objet et

donnant encore une image satisfaisante. Les points de l'image M dont les rayons se trouvent en dehors de cet angle peuvent traverser la lentille d'entrée, mais ils sont coupés par le diaphragme D appelé diaphragme de champ. La monture d'une lentille quelconque peut servir de diaphragme de champ ; il se peut que le diaphragme d'ouverture soit en même temps le diaphragme de champ.

Les diaphragmes ainsi que les montures des lentilles sont des ouvertures découpant des parties déterminées du front des ondes sphériques issues de chaque point de l'objet. La diffraction de ces ondes par les bords des diaphragmes introduit une nouvelle aberration de l'image (il y a étalement du flux lumineux). Dans certains instru-

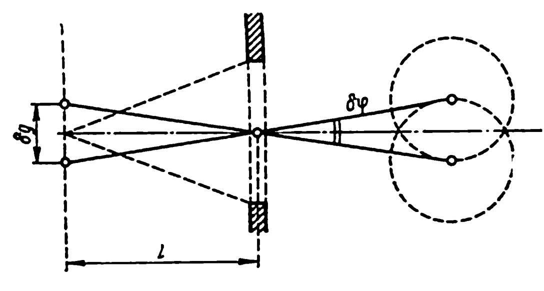


Fig. IV. 49.

ments optiques très importants (télescope, microscope), cette diffraction limite le pouvoir de résolution, c'est-à-dire qu'on ne peut plus dire si la lumière entrant dans l'instrument provient d'un ou de deux points de l'objet.

Supposons que l'appareil reçoive deux ondes de deux points de l'objet *1* et *2*. Les spectres de diffraction des images de ces points se superposent sur le plan de ces images. Conformément à la condition de résolution (§ 5), on peut se convaincre qu'on a deux maxima seulement dans le cas où le maximum principal d'une des ondes coïncide avec le premier minimum de l'autre. Dans le cas d'une ouverture circulaire (§ 5, formule 1.25) la valeur de l'angle $\delta\varphi$ vérifiant cette condition (fig. IV. 49) est égale à $\delta\varphi = 1{,}22\ \frac{\lambda}{D}$, où λ est la longueur d'onde, D le diamètre de l'ouverture. La distance minimum entre les points « résolubles » est alors égale à $\delta y = l \cdot \delta\varphi$, où l est la distance de ces points à l'ouverture. On peut introduire au lieu du diamètre du diaphragme l'angle d'ouverture u $\left(\sin u = \frac{D}{2l}\right)$ et on a

$$\delta y = 0{,}61\ \frac{\lambda}{\sin u}. \qquad (1.48)$$

Dans les microscopes on place les objets examinés dans un milieu d'indice de réfraction n, ce qui augmente le pouvoir de résolution du microscope de n fois environ $\left(\delta y = 0{,}61\ \frac{\lambda}{n \sin u}\right)$.

Les systèmes optiques (binocles, lunettes, microscopes, épidiascopes, télescopes, etc.) sont composés principalement de lentilles, prismes et miroirs. Dans ces systèmes les pertes de flux lumineux traversant les pièces ou réfléchi par leurs surfaces ainsi que les différentes aberrations doivent être réduites au minimum. Cela impose de sévères exigences à la qualité du matériau des pièces, à la précision du calcul et à l'usinage de leurs surfaces, etc.

Pour les grands systèmes, par exemple les télescopes, des exigences supplémentaires apparaissent : le diamètre de la lentille-objectif (dans les réfracteurs) ou du miroir (dans les réflecteurs,. fig. IV. 50, *a*) doit

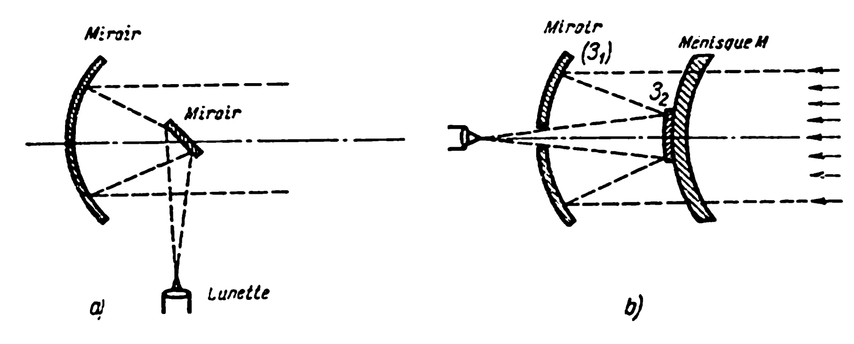


Fig. IV. 50.

être le plus grand possible ; cependant les difficultés techniques d'usinage limitent ces dimensions : les lentilles dont le diamètre atteint 100 *cm* doivent être fabriquées dans du verre parfaitement homogène ; les miroirs de 3 à 5 mètres de diamètre doivent avoir non pas une forme sphérique mais parabolique ; la fabrication de tels miroirs présente de grandes difficultés. D. Maksutov a proposé un télescope possédant de très hautes qualités (fig. IV. 50, *b*) : la lumière traverse un ménisque de verre M délimité par des surfaces sphériques et se réfléchit ensuite dans deux miroirs M_1 et M_2. Un choix convenable des grandeurs du ménisque et des rayons des miroirs permet d'éliminer considérablement toutes les aberrations de ce système en comparaison des autres. De plus, les dimensions, le poids et le coût de fabrication de ce télescope sont de beaucoup inférieurs à ceux des télescopes des autres systèmes de mêmes paramètres optiques. Les systèmes à ménisques de D. Maksutov sont employés aussi dans les appareils de géodésie, de cinéma, etc.

§ 8. Diffusion de la lumière

Lorsqu'une onde lumineuse pénètre dans la matière, les charges électriques de ses atomes et molécules exécutent sous l'action du vecteur lumineux sinusoïdal $\boldsymbol{E}$ des oscillations forcées de même fréquence. Alors, les particules du milieu deviennent elles-mêmes des émet-

teurs secondaires d'ondes électromagnétiques qui se propagent dans différentes directions. Ainsi, une partie de l'énergie de l'onde traversant la matière est absorbée et de nouveau rayonnée par les particules et diffusée dans toutes les directions. La diffusion de la lumière peut avoir lieu aussi lors des réflexions et réfractions de la lumière par les frontières de particules infimes (grains de poussière, gouttelettes, bulles) qui se trouvent dans le milieu donné.

Les milieux transparents (verres optiques, liquides et gaz transparents très purs) ne diffusent presque pas la lumière ; l'explication est la suivante : les ondes secondaires rayonnées par les particules du milieu s'éteignent mutuellement par interférence dans toutes les directions, excepté la direction de la propagation de la lumière. Dès lors, comme l'a montré L. Mandelstam, l'homogénéité du milieu est importante puisque l'extinction totale exige non seulement la cohérence, mais aussi l'égalité des intensités des ondes interférentes.

En présence d'hétérogénéités, les intensités des ondes secondaires ont différentes valeurs en différents endroits et directions, on n'obtient pas leur extinction totale. Particulièrement forte est la diffusion de la lumière dans les milieux troubles (verre opalin, brouillards, fumée, lait, suspensions et émulsions, etc.).

Les observations et calculs ont montré que :

1) l'intensité de la lumière diffusée est proportionnelle à la quatrième puissance de la fréquence ou inversement proportionnelle à la quatrième puissance de la longueur d'onde :

$$I = \text{const}_1 \cdot \nu^4 = \frac{\text{const}_2}{\lambda^4} \qquad (1.49)$$

(loi de Rayleigh). Ceci étant, à son passage (loi de Rayleigh) dans un milieu diffusant la lumière blanche prend une nuance bleuâtre, et à sa sortie une nuance rougeâtre. Pratiquement, la diffusion de la lumière conformément à la loi de Rayleigh (1.49) a lieu pour $\lambda \gg a$, a étant un paramètre caractérisant les dimensions linéaires des particules diffusantes du milieu ;

2) l'intensité de la lumière diffusée est différente dans différentes directions et peut être calculée d'après la formule

$$I_\alpha = \frac{1}{2} I_{max} (1 + \cos^2 \alpha), \qquad (1.50)$$

où I_α est l'intensité de la lumière diffusée dans la direction formant un angle α avec la direction de la lumière passante, I_{max} l'intensité maximum du rayonnement secondaire (diffusé) (ceci a lieu dans la direction de la lumière passante) ;

3) la lumière diffusée sous l'angle $\alpha = \frac{\pi}{2}$ avec la direction du rayonnement est à polarisation plane.

Il peut y avoir diffusion de la lumière dans les milieux homogènes, puisque dans un volume donné de ce milieu, en raison du mouve-

ment chaotique (thermique) des molécules, la densité en divers points peut accidentellement s'écarter de sa valeur moyenne dans tout le volume considéré ; il y a en certains points accumulation momentanée de molécules et augmentation de densité, en d'autres, diminution de la densité. Ces fluctuations de la densité du milieu engendrent l'hétérogénéité optique, puisque l'indice de réfraction dépend de la densité de la matière. La diffusion de la lumière par ces hétérogénéités est dite moléculaire ; son intensité n'est pas grande ; par exemple, dans les conditions normales, l'air diffuse environ la $3\cdot10^{-7}$-ième partie de l'énergie qui pénètre dans son volume, l'eau la $5\cdot10^{-5}$-ième partie, etc. La diffusion moléculaire explique le bleu du ciel.

Les fluctuations de la densité sont particulièrement intenses à l'état critique de la matière ; elles y produisent un trouble notable lorsque la matière traverse cet état.

Chapitre II

FONDEMENTS DE L'OPTIQUE QUANTIQUE

§ 9. Rayonnement thermique. Loi de Kirchhoff

Le rayonnement thermique est un rayonnement électromagnétique engendré par l'énergie du mouvement thermique des atomes et molécules. Si le corps rayonnant ne reçoit pas de chaleur de l'extérieur, il se refroidit et son énergie interne diminue. Le rayonnement thermique est spécifique pour tous les corps d'une température au-dessus du zéro absolu.

Si l'on place un corps chauffé dans une cavité délimitée par une enveloppe parfaitement réfléchissante ne laissant pas passer le rayonnement, il s'y établit avec le temps un équilibre statique : le corps reçoit dans l'unité de temps, par le rayonnement absorbé, autant d'énergie qu'il en rayonne lui-même. Alors la distribution de l'énergie entre le corps et le rayonnement (c'est-à-dire les ondes électromagnétiques) ne varie pas avec le temps. On a un rayonnement thermique d'équilibre. Tout autre rayonnement, obtenu autrement que par échauffement, ne conduit pas à un état d'équilibre. Si, par exemple, à l'intérieur de la cavité mentionnée ci-dessus on introduit un corps luminescent parce qu'ayant été préalablement soumis aux rayons ultraviolets, la luminescence de ce corps s'affaiblit progressivement et disparaît. Il en est ainsi parce que les rayons réfléchis par les parois et réabsorbés par le corps ne peuvent ranimer la luminescence de celui-ci. Ainsi, un rayonnement non thermique n'est jamais d'équilibre. On appelle parfois un rayonnement thermique rayonnement de température.

Lorsqu'un flux d'énergie rayonnante Φ tombe sur la surface d'un corps quelconque on observe les phénomènes suivants :

a) une partie du flux est réfléchie dans l'espace environnant. Il y a alors réflexion géométrique ou bien encore diffusion du flux selon l'état de la surface du corps ;

b) une partie du flux traverse le corps ;

c) le reste du flux est absorbé par le corps et son énergie passe à d'autres formes.

La quantité ρ égale au quotient du flux d'énergie rayonnante Φ_ρ réfléchi par le corps par le flux d'énergie rayonnante Φ incident

est appelé *facteur de réflexion* :

$$\rho = \frac{\Phi_\rho}{\Phi}. \qquad (2.1, a)$$

La quantité τ égale au quotient du flux d'énergie rayonnante qui traverse le corps (le milieu) donné par le flux d'énergie rayonnante incident (le milieu) est appelé *facteur de transmission*

$$\tau = \frac{\Phi_\tau}{\Phi}. \qquad (2.1, b)$$

Le facteur de transmission caractérise la transparence du corps (du milieu) pour le rayonnement incident. La quantité α égale au quotient du flux d'énergie rayonnante $\Phi\tau$ absorbé par le corps par le flux d'énergie rayonnante incident est appelé *facteur d'absorption* du corps :

$$\alpha = \frac{\Phi_\alpha}{\Phi}. \qquad (2.1, c)$$

Conformément à la loi de conservation de l'énergie, il est évident que

$$\Phi_\rho + \Phi_\tau + \Phi_a = \Phi, \text{ d'où } \rho + \tau + \alpha = 1.$$

L'expérience montre que les facteurs d'absorption, de transmission et de réflexion d'un corps dépendent de la longueur d'onde du rayonnement incident et de la température du corps, c'est-à-dire :

$$\alpha = f(\lambda, T), \quad \tau = \varphi(\lambda, T) \text{ et } \rho = F(\lambda, T).$$

Si ces facteurs sont définis pour un rayonnement monochromatique, ils sont appelés *facteurs spectraux* d'absorption, de transmission et de réflexion et sont désignés (pour la température donnée du corps) par α_λ, ρ_λ, τ_λ, où λ correspond à la longueur d'onde pour laquelle sont mesurés α_λ, ρ_λ et τ_λ.

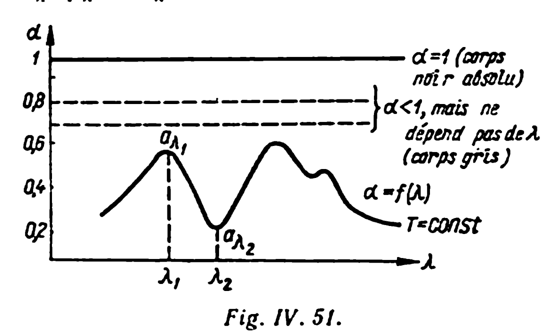


Fig. IV. 51.

La figure IV. 51 représente graphiquement la dépendance du facteur spectral d'absorption d'un certain corps en fonction de la longueur d'onde pour une température donnée T. Lorsque la température varie l'allure de la courbe $\alpha = f(\lambda, T)$ peut changer ; les rayons

auparavant absorbés peuvent maintenant traverser le corps et réciproquement.

On a donné dans le tableau 1 les facteurs d'absorption pour quelques matières à des températures différentes.

Tableau 1

Matière	$t°$ C	Facteur d'absorption
Fer oxydé	100	0,736
Or poli	255—635	0,018—0,035
Cuivre poli	80—115	0,018—0,023
Cuivre fondu	1075—1275	0,16—0,13
Nickel poli	225—375	0,07—0,087
Platine poli	225—625	0,054—0,104
Carton d'asbeste	24	0,96
Eau	0—100	0,95—0,963
Brique	20	0,93
Suie	95—270	0,952
Velours noir	20	0,996

La dépendance des facteurs α, ρ et τ de la longueur d'onde est souvent la cause physique de la coloration des corps ne rayonnant pas de lumière propre. Si un corps éclairé par de la lumière blanche a une couleur rouge, son facteur d'absorption α pour la bande d'onde courte (pour le vert-violet) du spectre visible est voisin de l'unité, et pour les grandes ondes voisin de zéro ; le facteur de réflexion correspondant ρ de ce corps pour les rayons rouges est voisin de l'unité, et pour les rayons verts et violets de zéro.

La couleur d'un corps dépend essentiellement de la composition spectrale de la lumière incidente. Lorsque le corps mentionné est éclairé par de la lumière bleue, il semble presque noir, puisqu'il absorbe presque totalement les rayons bleus. De même la couleur des corps transparents est déterminée par la dépendance du facteur de transmission τ de λ. Une matière qui absorbe considérablement tous les rayons, sauf les bleus, jouera le rôle de filtre séparant seulement les rayons bleus de la lumière blanche et vue par transparence paraîtra bleue.

On peut choisir différentes matières, les unes ne laissant passer que les rayons rouges (0,8 à 0,9), les autres les rayons bleus ($\tau \approx 0,8$, à 0,9), absorbant alors tous les autres rayons, c'est-à-dire pour ces derniers $\alpha \approx 1$. On utilise de telles matières dans la fabrication des filtres. Elles sont introduites soit directement dans la composition du verre, soit dans une couche de gélatine (ou de matière plastique transparente) placée entre deux lames de verre incolore. L'emploi de tels filtres jaunes ou jaune-vert en photographie est bien connu.

Un corps absorbant totalement les rayons de n'importe quelle longueur d'onde à n'importe quelle température est appelé corps *noir absolu* (ou plus exactement corps absolument absorbant). Son facteur d'absorption, quelles que soient la longueur d'onde et la température, est égal à l'unité ($\alpha = 1$).

Il n'y a pas de corps noir absolu dans la nature, mais on peut créer un corps ne se distingant pratiquement pas par ses propriétés du corps noir absolu ; une sphère creuse percée d'un petit trou (fig. IV. 52). Un rayon entrant dans une telle cavité ne peut en sortir qu'après un grand nombre de réflexions. La paroi de la cavité absorbe à chaque fois une partie de l'énergie du rayon et seule une partie infime de l'énergie du rayon sort de la cavité.

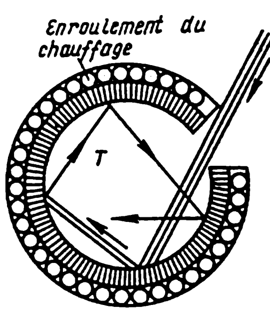


Fig. IV. 52.

Par conséquent, le facteur d'absorption du trou dans la cavité est très voisin de l'unité. Cet orifice dans la cavité constitue pratiquement un corps noir absolu. On peut chauffer un tel « modèle » de corps noir absolu à une haute température ; alors l'orifice commence à émettre un rayonnement intense, il devient lumineux tout en restant absolument absorbant et son rayonnement est dit « noir ». Les foyers avec regard dans les fours à métaux et les fours à coke, les fours à moufles avec ouverture, la pupille de l'œil sont des exemples de corps pratiquement absolument noirs.

Il existe des corps dont le facteur d'absorption ne dépend pas de la longueur d'onde, mais est plus petit que l'unité. De tels corps sont dits « gris ». Pour ces derniers α est représenté par une droite d'ordonnée plus petite que l'unité (fig. IV. 51).

Considérons maintenant le rayonnement de divers corps. Les corps chauffés rayonnent de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques de diverses longueurs (ondes infrarouges), visibles, ultraviolettes, etc.

La grandeur R définie par la quantité d'énergie rayonnée par m^2 de surface d'un corps, pendant une seconde, dans toutes les longueurs d'ondes, est appelée densité intégrale de rayonnement.

L'expérience montre que l'énergie de rayonnement est distribuée non uniformément entre les diverses longueurs d'ondes émises par un corps chauffé. Décomposons en spectre le rayonnement du corps chauffé et trouvons les énergies dR relatives à des bandes étroites égales du spectre de largeur $d\lambda$. On peut pour cela, par exemple, introduire successivement dans chaque intervalle $d\lambda$ une bande de platine noircie qui absorbe l'énergie de rayonnement de cet intervalle et s'échauffe en fonction de la quantité d'énergie absorbée. L'élévation de la température peut être trouvée d'après la variation de la résistance de la bande. Un tel appareil est appelé *bolomètre*. On peut

se servir également d'un thermocouple permettant de mesurer l'énergie de rayonnement en fonction de la force électromotrice produite.

Portant en ordonnées la quantité $r_{\lambda,T}=\frac{dR}{d\lambda}$, on obtient la distribution de l'énergie dans les diverses longueurs d'ondes du corps chauffé sous forme d'une courbe continue (fig. IV. 53). La grandeur de l'aire hachurée, égale au produit $r_{\lambda,T}\,d\lambda$, est l'énergie de rayonnement dR par m^2 de surface du corps, pendant une seconde, dans l'intervalle compris entre λ et $\lambda+d\lambda$:

$$dR=r_{\lambda,T}d\lambda. \qquad (2.2)$$

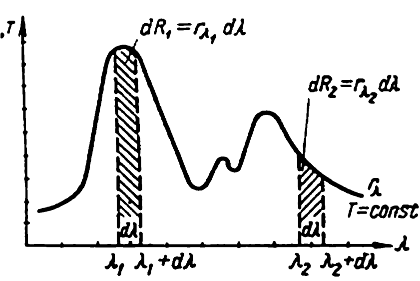


Fig. IV. 53.

La grandeur $r_{\lambda,T}=\frac{dR}{d\lambda}$ est appelée *densité spectrale de rayonnement du corps ou fonction de distribution de l'énergie dans le spectre.* Elle exprime la *puissance du rayonnement par m^2 de surface du corps et par unité de longueur d'onde du spectre au voisinage de la longueur d'onde λ considérée.*

Les mesures montrent que la densité spectrale de rayonnement pour un corps donné dépend de la longueur d'onde λ au voisinage de laquelle on a pris l'intervalle $d\lambda$ et de la température du corps T.

Il est évident que la densité intégrale de rayonnement R est liée à la densité spectrale de rayonnement par la relation :

$$R(T)=\int_0^\infty r_{\lambda,T}\,d\lambda \qquad (2.3)$$

et est représentée graphiquement par l'aire comprise entre la courbe $r_{\lambda,T}$ et l'axe des abscisses.

Il résulte d'observations que les pouvoirs d'émission et d'absorption des corps sont proportionnels. Ainsi, la suie ou la nielle de platine ont un grand facteur d'absorption et une grande densité d'émission. Par contre, l'argent poli a un faible facteur d'absorption et une faible densité d'émission.

On peut s'en assurer en introduisant dans une cavité chauffée, d'un four à moufle par exemple, un tesson de porcelaine dont une partie a été noircie d'encre de Chine. Quand le tesson s'échauffe et atteint la température de la cavité, nous ne pouvons distinguer visuellement les parties noires du tesson des parties blanches. Cela provient de ce que les parties noires absorbent plus, mais rayonnent plus aussi, tandis que les parties blanches rayonnent moins mais réfléchissent davantage. En retirant le tesson du four, nous remarquons une vive luminescence des parties noires, puisque maintenant elles rayonnent

plus que les parties blanches ; celles-ci ne réfléchissent pas parce qu'elles ne reçoivent aucun rayonnement.

L'émission de lumière de la flamme d'une bougie repose sur le même principe. Elle contient des particules de suie possédant une grande absorption et donnant une vive lumière. Si l'on débarrasse la flamme de ces particules de suie (la flamme d'un bec à gaz par exemple) elle cesse de luire.

Au milieu du siècle dernier, le physicien allemand Kirchhoff, qui s'était basé sur plusieurs expériences et des raisonnements thermodynamiques, établit la loi suivante :

pour tous les corps, quelle que soit leur nature, le rapport de la densité spectrale d'émission et du facteur spectral d'absorption pour la même température et pour les mêmes longueurs d'onde est une fonction universelle de la longueur d'onde et de la température.

Ainsi, la loi de Kirchhoff peut être exprimée par les égalités

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_1=\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_2=\ldots=\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}\right)_n=f(\lambda,T), \qquad (2.4)$$

où les indices 1, 2, ..., n sont relatifs au premier corps, au deuxième, etc. Supposons que l'un d'eux soit absolument noir. Désignons sa densité spectrale d'émission par $u_{\lambda,T}$. Tenant compte de ce que le coefficient d'absorption d'un corps absolument noir est égal à l'unité, on peut écrire la loi de Kirchhoff sous la forme

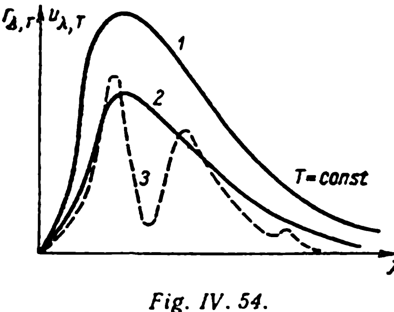


Fig. IV. 54.

$$\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}}=\frac{u_{\lambda,T}}{1}=f(\lambda,T). \qquad (2.5)$$

Par conséquent, la fonction universelle de Kirchhoff $f(\lambda, T)$ est la densité spectrale d'émission du corps noir absolu, c'est-à-dire $f(\lambda, T)=u_{\lambda,T}$.

En vertu de (2.5), on peut énoncer ainsi la loi de Kirchhoff : *pour tous les corps, indépendamment de leur nature, le rapport de la densité spectrale d'émission au facteur spectral d'absorption est égal à la densité spectrale d'émission du corps noir absolu pour la même longueur d'onde et la même température.*

Il résulte de (2.5) que, $r_{\lambda,T}=\alpha_{\lambda,T}\,u_{\lambda,T}$, et puisque $\alpha_{\lambda,T}<1$, on a $r_{\lambda,T}<u_{\lambda,T}$. Par conséquent, le *rayonnement thermique de n'importe quel corps est toujours plus faible que le rayonnement du corps noir absolu pour* λ *et* T *donnés.* On a représenté sur la fig. IV. 54, les courbes expérimentales de la distribution d'énergie dans le spectre du corps noir absolu *1*, du corps « gris » *2*, et d'un corps quelconque *3*. La courbe de distribution spectrale d'émission du corps gris peut être déduite de la courbe de distribution du corps noir absolu en multipliant

l'ordonnée de celle-ci par un facteur constant plus petit que l'unité et égal au facteur d'absorption du corps gris. Tel est approximativement le rayonnement du filament de tungstène dans les ampoules électriques. Le rayonnement des autres corps est *sélectif*. La courbe d'émission *3* de tels corps a quelques maxima et minima, mais elle se trouve tout entière *en dessous* de la courbe d'émission du corps noir absolu, comme il résulte de la loi de Kirchhoff.

Outre la forme différentielle de la loi de Kirchhoff (2.5), elle possède encore une forme intégrale : le rapport de la densité intégrale de rayonnement des corps gris à leur facteur d'absorption est une fonction universelle de la température (la même pour tous les corps gris)

$$\frac{R}{\alpha} = f\,(T), \qquad (2.6)$$

où R et α sont relatifs à tout le spectre d'émission à la température donnée.

Pour le corps noir absolu $\alpha = 1$ pour toutes les températures, et $f\,(T)$ est sa densité intégrale de rayonnement à la température T.

Puisque pour tous les corps $\alpha < 1$, leur rayonnement intégral est plus faible que celui du corps noir absolu. Cela se voit sur la fig. IV. 54, où l'aire délimitée par la courbe de rayonnement du corps noir absolu est plus grande que celle de l'aire limitée par la courbe de rayonnement du corps gris et de tout autre corps.

§ 10. Lois du rayonnement du corps noir absolu

La densité spectrale de rayonnement du corps noir absolu est une fonction universelle de la longueur d'onde et de la température. Cela signifie que la composition spectrale et l'énergie de rayonnement du corps noir absolu ne dépendent pas de la nature du corps.

Les formules (2.5) et (2.6) montrent que, connaissant les densités spectrale et intégrale du rayonnement d'un corps noir absolu, on peut les calculer pour n'importe quel corps non noir, si l'on connaît son facteur d'absorption, que l'on peut déterminer expérimentalement.

C'est ainsi qu'on explique le rôle particulier du corps noir absolu parmi les autres corps et l'attention spéciale qui lui est accordée par de nombreux savants.

Les recherches ont conduit aux lois suivantes du rayonnement du corps noir absolu :

1. Loi de Stéfan-Boltzmann. Cette loi a été obtenue après analyse des données expérimentales par Stéfan et déduite théoriquement (d'après des considérations thermodynamiques) par Boltzmann.

Elle s'énonce ainsi :

La *densité intégrale de rayonnement du corps noir absolu est proportionnelle à la quatrième puissance de sa température absolue* :

$$R = \sigma T^4. \tag{2.7}$$

Ici, R est la densité intégrale du rayonnement du corps noir absolu. La constante σ, appelée constante de Stéfan-Boltzmann, est égale à

$$\sigma = 5{,}6687 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot s^{-1} \cdot degré^{-4}.$$

La loi de Stéfan-Boltzmann montre la croissance extrêmement rapide de la puissance du rayonnement avec l'accroissement de la température. Ainsi, lorsque la température croît de 800° K à 2400° K (c'est-à-dire de 527°C à 2127°C) le rayonnement du corps noir absolu est multiplié par 8.

Si un corps absolument noir se trouve dans un milieu de température T_0, il absorbe de l'énergie rayonnée par le milieu lui-même. Dans ce cas, on peut calculer approximativement la différence entre la puissance émise et la puissance absorbée par la formule :

$$U = \sigma (T^4 - T_0^4). \tag{2.8}$$

La loi de Stéfan-Boltzmann ne peut être rigoureusement appliquée aux autres corps non absolument noirs ; en effet, les observations montrent que, pour de tels corps, avec la variation de la température varient également le facteur σ ainsi que l'exposant de T.

2. Loi de déplacement de Wien-Golitsyne : la *longueur d'onde* λ_0 *correspondant au maximum de la densité spectrale de rayonnement du corps noir absolu est inversement proportionnelle à la température absolue du corps* :

$$\lambda_0 = \frac{B}{T} \text{ ou } \lambda_0 \cdot T = B. \tag{2.9}$$

La valeur numérique de la constante B de la loi de Wien est égale à $B = 0{,}2898$ *cm·degrés*, si λ_0 est exprimée en *cm*.

Par conséquent, lorsque la température croît, il y a non seulement accroissement du rayonnement total, mais encore variation de la distribution de l'énergie dans le spectre. Ainsi, aux petites températures les corps rayonnent essentiellement des rayons infrarouges, et au fur et à mesure que la température s'élève, le rayonnement devient rouge, orange et, enfin, blanc. On a représenté sur la fig. IV. 55 les courbes empiriques de la distribution de l'énergie de rayonnement du corps noir absolu dans les longueurs d'ondes pour différentes températures : on voit que le maximum de la densité spectrale du rayonnement se déplace vers les ondes courtes lorsque la température augmente.

3. Loi de Planck. La loi de Stéfan-Boltzmann permet de définir la densité intégrale de rayonnement du corps noir absolu d'après sa température. La loi de déplacement de Wien donne le lien entre la température du corps et la longueur d'onde pour la-

quelle la densité spectrale du rayonnement est maximum. Mais ni l'une ni l'autre de ces lois ne résolvent le problème fondamental de la grandeur de la densité spectrale de rayonnement correspondant à chaque longueur d'onde dans le spectre du corps noir absolu à la température T..Il faut pour cela établir l'expression de u en fonction de λ et T.

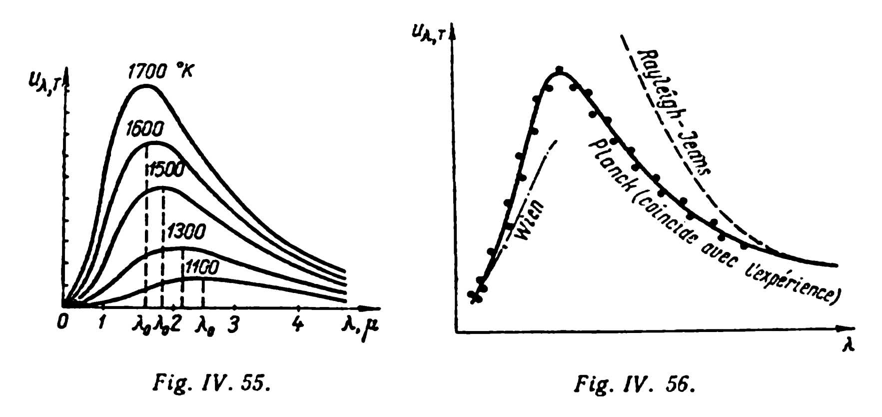


Fig. IV. 55. Fig. IV. 56.

En partant du caractère continu de l'émission des ondes électromagnétiques et de la loi de distribution uniforme de l'énergie suivant les degrés de liberté, deux formules furent déduites pour la densité spectrale du rayonnement du corps noir absolu :

1) la formule de Wien :

$$u_{\lambda,\,T} = a\lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}},$$

a et b étant des constantes ;

2) la formule de Rayleigh-Jeans

$$u_{\lambda,\,T} = 8\pi k T \lambda^{-4},$$

k étant la constante de Boltzmann.

La vérification expérimentale a montré que, pour une température donnée, la formule de Wien est vraie pour les ondes courtes, quand $\lambda T \to 0$ et donne des divergences brusques avec l'expérience dans le domaine des grandes ondes. La formule de Rayleigh-Jeans est vraie pour les grandes ondes et absolument inapplicable aux ondes courtes (fig. IV. 56).

Il résulte de cette formule que, pour une température donnée T, la densité spectrale de rayonnement $u\lambda$ croît indéfiniment quand la longueur d'onde diminue. Toute l'énergie de rayonnement se déplace dans la région ultraviolette du spectre. Ainsi, nous déduisons de la formule qu'à 15°C le corps doit rayonner une lumière visible intense, ce qui contredit manifestement l'expérience. Celle-ci montre que $u\lambda$ passe par un maximum et tend vers zéro pour les ondes très

courtes. Une telle divergence entre la formule de Rayleigh-Jeans et l'expérience porta un coup sérieux à la physique classique et fut dénommée « catastrophe ultraviolette ».

Ainsi, la physique classique n'a pas été en mesure d'expliquer la loi de distribution de l'énergie dans le spectre de rayonnement du corps noir absolu.

Pour déterminer la forme de la fonction $u\lambda$, il fallait que prennent naissance des idées tout à fait nouvelles sur le mécanisme de l'émission de la lumière. En 1900, Planck émit l'hypothèse que l'absorption et l'émission de l'énergie du rayonnement électromagnétique par les atomes et molécules ne sont possibles que par portions discrètes, appelées *quanta d'énergie*. La grandeur d'un quantum d'énergie ε est proportionnelle à la fréquence d'émission ν (inversement proportionnelle à la longueur d'onde λ) :

$$\varepsilon = h\nu ; \quad \varepsilon = \frac{hc}{\lambda} . \qquad (2.10)$$

Le coefficient de proportionnalité $h=6{,}62\cdot 10^{-34}$ $J\cdot s$ est appelé *constante de Planck*.

A partir de cette hypothèse, Planck a obtenu la formule suivante pour $u_{\lambda T}$:

$$u_{\lambda,\, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}}-1} = \frac{C_1}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}}-1} . \qquad (2.11)$$

où $C_1 = 2\pi hc^2$, $C_2 = \frac{hc}{k}$; c est la vitesse de la lumière dans le vide, k la constante de Boltzmann.

Connaissant la constante de Planck h et la fréquence ou la longueur d'onde de la lumière, on peut calculer la grandeur du quantum d'énergie pour chaque région du spectre.

Ainsi, dans la région visible du spectre lorsque $\lambda=0{,}5$ μ (lumière jaune), le quantum d'énergie est égal à

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{0{,}5\cdot 10^{-6}} = 3{,}97\cdot 10^{-19} J = 2{,}4\, eV .$$

La loi de Planck (2.11) comprend comme cas particuliers la loi de Stéfan-Boltzmann et la loi de déplacement de Wien-Golytsine. En effet, on peut écrire pour la densité intégrale de rayonnement

$$R = \int_0^\infty u_{\lambda,\, T}\, d\lambda = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{\frac{hc}{k\lambda T}}-1}\, d\lambda = 1{,}08\,\frac{12h\pi}{c^2}\left(\frac{k}{h}\right)^4 T^4 = \sigma T^4,$$

avec

$$\sigma = 1{,}08\,\frac{12h\pi}{c^2}\left(\frac{k}{h}\right)^4 .$$

Le calcul d'après cette formule donne un résultat coïncidant avec la valeur empirique de la constante de Stéfan-Boltzmann.

La loi de déplacement de Wien et sa constante peuvent être déduites de la formule de Planck en trouvant le maximum de la fonction $u_{\lambda,T}$ (en annulant la dérivée de $u_{\lambda,T}$ par rapport à λ).

On obtient :

$$\lambda_0 T = \frac{ch}{k \cdot 4{,}96} = b.$$

Le calcul de b d'après cette formule est aussi conforme à la valeur empirique de la constante de Wien.

Considérons quelques applications des lois du rayonnement thermique.

S o u r c e s   t h e r m i q u e s   d e   l u m i è r e. Les applications techniques des lois du rayonnement concernent principalement le calcul des sources thermiques de lumière et la pyrométrie optique. La plupart des sources de lumière artificielle sont des radiateurs thermiques : telles sont les lampes à incandescence, les lampes à arcs, etc. Toutefois, ces sources de lumière ne sont pas suffisamment économiques.

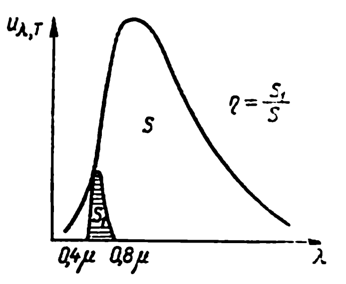


Fig. IV. 57.

Il a été dit au § 2 que l'œil n'est sensible qu'à une bande très étroite du spectre, comprise approximativement entre 380 $m\mu$ et 770 $m\mu$, avec sensibilité maximum pour la longueur d'onde $\lambda = 555$ $m\mu$ (fig. IV. 57). Toutes les autres longueurs d'ondes ne produisent pas de sensation visuelle. Partant de cette propriété de l'œil, on exige d'une source de lumière une distribution d'énergie dans le spectre telle que la densité spectrale maximum se situe vers $\lambda = 555$ $m\mu$. Si l'on prend en qualité de cette source un corps noir absolu, il n'est pas difficile de calculer d'après la loi de déplacement de Wien sa température absolue :

$$T = \frac{0{,}002898\, m \cdot degré}{0{,}555 \cdot 10^{-6}\, m} \approx 5200°\text{K}.$$

Par conséquent, la source thermique de lumière la plus avantageuse doit avoir une température absolue de 5200°K, ce qui correspond à la température de la surface solaire. Une telle coïncidence est le fait de l'accomodation biologique de l'œil humain à la distribution de l'énergie dans le spectre de rayonnement solaire. Mais le rendement de cette source de lumière n'est pas grand non plus. Graphiquement, il s'exprime par le rapport des aires S_1 et S (fig. IV. 57). Ici l'aire S_1 exprime l'énergie de rayonnement de la région visible du spectre, S toute l'énergie du rayonnement.

Le calcul montre qu'entre environ 5000° et 6000° K le rendement lumineux est seulement de 14 à 15% (pour un corps noir absolu).

A la température de service des sources artificielles de lumière, qui est de 3000°K environ, le rendement n'est que de 1 à 3%.

Ce caractère si peu économique du radiateur thermique de lumière s'explique par le fait que la source d'énergie de cette forme de rayonnement est l'agitation thermique chaotique des atomes et des molécules. Il y a alors non seulement excitation d'ondes lumineuses (visibles) mais encore d'autres ondes électromagnétiques non perceptibles à l'œil. Lorsqu'il y a rayonnement thermique, en raison de sa nature même, il est impossible d'obliger un corps à ne rayonner sélectivement que les ondes ayant une action sur l'œil ; il y a forcément rayonnement d'ondes invisibles.

Parmi les sources actuelles de lumière, les plus importantes sont les lampes à filament de tungstène.

La température de fusion du tungstène est égale à 3655°K. Toutefois, l'échauffement du filament à des températures supérieures à 2500°K est dangereuse, parce qu'à cette température le tungstène se pulvérise très vite et le filament se désagrège.

Pour réduire la pulvérisation du filament, on a proposé de remplir les lampes de gaz inertes (argon, xénon, azote) sous une pression d'environ 0,5 *atm*. Cela a permis d'élever la température du filament jusqu'à 3000—3200°K.

Au voisinage de 3000°K, le maximum de la densité spectrale de rayonnement du filament de tungstène se situe dans la région des ondes infrarouges (près de 1,1 μ) ; ceci étant, toutes les lampes à incandescence actuelles ont un rendement légèrement supérieur à 1%.

P y r o m é t r i e o p t i q u e. Les lois de rayonnement du corps noir exposées ci-dessus permettent de déterminer la température de ce corps si l'on connaît la longueur d'onde λ_0 d'énergie maximum $U_{\lambda, T}$ (loi de Wien), ou si l'on connaît la grandeur de la densité intégrale de rayonnement (loi de Stéfan-Boltzmann). Ces méthodes de détermination de la température d'un corps en fonction de son rayonnement thermique sont appelées *pyrométrie optique* ; elles sont particulièrement commodes pour la détermination des hautes températures.

Il est essentiel d'avoir en vue que les lois mentionnées sont applicables aux corps noirs absolus. Dès lors la pyrométrie optique, basée sur ces lois, ne donne de bons résultats que pour la mesure de la température de corps dont les propriétés sont voisines de celles du corps noir absolu. Tels sont pratiquement les fours dans les usines, les fours à moufles de laboratoire, les foyers de chaudières, etc. Considérons trois procédés de détermination de la température de radiateurs thermiques :

a) m é t h o d e b a s é e s u r l a l o i d e d é p l a c e m e n t d e W i e n. Si l'on connaît la longueur d'onde relative à la densité spectrale maximum du rayonnement, la température du corps peut être calculée d'après la formule (2.9). On détermine par ce procédé la température de la surface du Soleil, des étoiles, etc.

Pour les corps non noirs, ce procédé ne donne pas la vraie température du corps ; s'il y a dans le spectre de rayonnement un maximum et si l'on calcule T selon la formule (2.9) , le calcul nous donne la température du corps noir absolu ayant la même distribution d'énergie dans le spectre que le corps étudié. Par suite, la couleur du rayonnement du corps noir absolu sera alors la même que celle du rayonnement étudié. Une telle température du corps est appelée *température de couleur*.

La température de couleur du filament d'une lampe à incandescence, qui est de 2700 à 3000°K, est très voisine de sa température vraie ;

b) méthode de radiation. Cette méthode repose sur la mesure de la densité intégrale du corps R. Si l'on mesure R, utilisant la loi de Stéfan-Boltzmann, on peut déterminer la température du corps. On emploie alors des pyromètres à radiation.

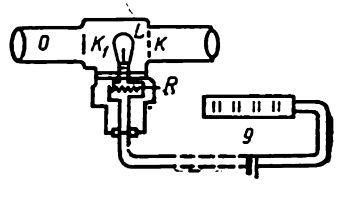


Fig. IV. 58.

Il est naturel que si le corps rayonnant n'est pas absolument noir, le pyromètre à radiation ne donne pas la vraie température du corps, mais la température du corps noir absolu pour laquelle sa densité intégrale de rayonnement est égale à la densité intégrale de rayonnement du corps étudié. Une telle température du corps est appelée *température de radiation* ou *énergétique*.

Parmi les défauts du pyromètre à radiation, indiquons qu'il ne convient pas à la détermination de la température de petits objets ; en outre, il est influencé par le milieu le séparant de l'objet, qui absorbe une partie du rayonnement ;

c) détermination de la température d'un corps par son éclat. Cette méthode repose sur la comparaison visuelle de l'éclat du filament de la lampe du pyromètre avec l'éclat de l'image du corps incandescent étudié.

Le schéma de l'appareil est représenté sur la fig. IV. 58. Il représente une lunette contenant une lampe électrique alimentée par un accumulateur : O est l'objectif, L la lampe, K un filtre laissant passer une bande étroite au voisinage de 0,665 μ, R un rhéostat, g une échelle.

L'égalité des éclats visibles, observée à travers le filtre monochromatique, est déterminée par la disparition de l'image du filament sur le fond de l'image du corps incandescent. Le chauffage du fil est réglé par le rhéostat et la température est déterminée par l'échelle d'un ampèremètre graduée directement en degrés.

Si la température du corps est très élevée, on intercale un filtre fumé K_1 sur le trajet des rayons.

§ 11. Phénomènes photo-électriques

L'absorption du rayonnement optique par la matière (solide, liquide ou gazeuse) est souvent accompagnée de phénomènes électriques dits *effet photo-électrique*.

On distingue : 1) l'effet photo-électrique externe, l'absorption de la lumière conduisant à la libération d'électrons hors des limites du corps irradié ; 2) l'effet photo-électrique interne, qui augmente seulement le nombre des électrons libres dans la matière, sans qu'ils s'échappent à l'extérieur. L'augmentation du nombre des électrons libres entraîne la brusque diminution de la résistance du corps ; 3) l'effet photogalvanique : une force électromotrice apparaît sous l'action de la lumière à la surface de séparation d'un semi-conducteur et d'un métal ou de deux semi-conducteurs ; 4) l'effet photo-électrique dans un milieu gazeux, qui est la photo-ionisation de divers atomes ou molécules. Il a été étudié dans le chapitre concernant les décharges dans les gaz en « Electricité ». Considérons chaque effet séparément.

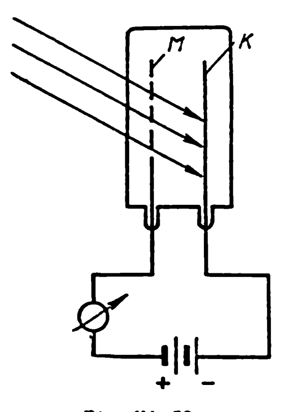


Fig. IV. 59.

E f f e t p h o t o - é l e c t r i q u e e x t e r n e. On découvre ce phénomène le plus simplement lorsqu'on éclaire une plaque de zinc reliée à un électroscope chargé négativement. Les feuilles de l'électroscope tombant rapidement, la plaque de zinc perd sa charge négative sous l'action de la lumière. Si l'on charge la plaque positivement, les feuilles de l'électroscope ne tombant pas, c'est-à-dire que la perte de charge dans le premier cas ne saurait être expliquée par l'ionisation de l'air. L'expérience avec un électroscope très sensible montre que lors de l'éclairement de la plaque de zinc non chargée elle se charge positivement (elle perd des charges négatives).

Le phénomène de photo-électricité externe a été découvert par Hertz, puis étudié en détail par Stolétov, qui a, le premier, étudié ce phénomène pour de basses tensions et proposé un schéma commode pour la mesure de courants photo-électriques de faible intensité, utilisé jusqu'à présent. Le schéma des expériences de Stolétov est représenté sur la fig. IV. 59. Une plaque métallique polie *K* appelée photocathode est reliée au pôle négatif d'une batterie. Le pôle positif est relié à travers un galvanomètre à une grille métallique *M* située devant la plaque. L'appareil tout entier est placé dans un récipient de verre où l'on fait le vide. Lorsqu'on éclaire la plaque *K*, il apparaît dans le circuit un courant photo-électrique continu mesuré au galvanomètre, c'est ce qu'on

appelle parfois un *photocourant*, et les électrons arrachés à la cathode par la lumière, des *photo-électrons*.

Nous avons donné sur la fig. IV. 60, *a* les caractéristiques courant-tension du courant photo-électrique, c'est-à-dire la courbe de l'intensité du courant i en fonction de la différence de potentiel U entre les électrodes pour un flux lumineux invariable. On voit sur le graphique pour une certaine petite valeur de $U>0$ l'intensité du cou-

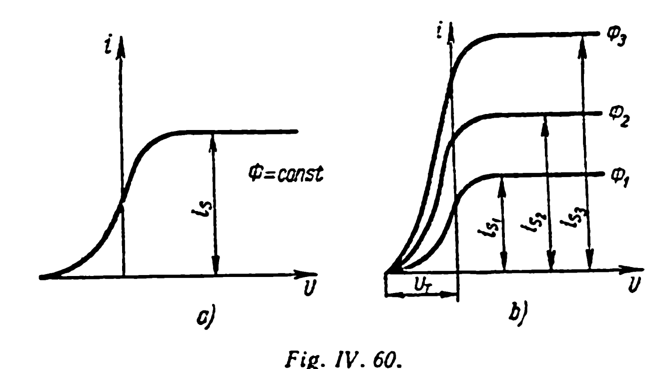


Fig. IV. 60.

rant atteint sa valeur maximum et demeure par la suite constante pour n'importe quelles U. Cela signifie que tous les électrons libérés de la photocathode par la lumière atteignent l'anode. Ce courant est appelé courant de saturation ; c'est une caractéristique de l'action photo-électrique du flux d'énergie donné. Si l'on fait varier la valeur du flux d'énergie p, on obtient une famille de courbes pour la photocathode donnée (fig. IV. 60, *b*).

Le savant russe Stolétov a établi la loi portant son nom : *le courant photo-électrique de saturation* (*c'est-à-dire le nombre d'électrons libérés par la lumière en une seconde*) *est en raison directe du flux d'énergie.*

$$i_S = \gamma P. \qquad (2.12)$$

Fig. IV. 61.

Il convient de remarquer que lorsque P varie dans la formule (2.12), la composition spectrale du flux d'énergie ne doit pas varier.

Si le flux d'énergie incident n'est pas monochromatique, γ est mesuré en A/lm ou en A/W, et est appelé *sensibilité intégrale* de la photocathode. Pour une lumière monochromatique γ est appelé *sensibilité spectrale* de la photocathode. La loi de Stolétov est représentée graphiquement sur la fig. IV. 61. La sensibilité des photocathodes modernes atteint 50 à 150$\mu A/lm$ (cathode à l'anti-

moine et au césium). Stolétov a établi que l'effet photo-électrique est dénué pratiquement d'inertie. L'intervalle de temps entre le début de l'éclairement et celui du courant ne dépasse pas 10^{-9}s.

La caractéristique tension-courant (fig. IV. 60) montre qu'en l'absence de tension entre les électrodes l'intensité du photocourant n'est pas nulle. Par suite, les électrons arrachés à la cathode par la lumière ont une certaine vitesse initiale v, et donc de l'énergie cinétique W_{cin} et peuvent atteindre l'anode sans l'aide d'un champ extérieur, donnant ainsi un courant initial. Pour affaiblir ou annuler tout à fait ce courant, il faut appliquer aux électrodes un champ s'opposant au mouvement des photo-électrons. Pour cela, il faut que $U<0$, c'est-à-dire que le potentiel de la cathode doit être supérieur à celui de l'anode. Les photo-électrons seront freinés par un tel champ et avec l'augmentation de celui-ci l'intensité du photocourant faiblira peu à peu. Cette chute graduelle du courant témoigne de la grande diversité des vitesses des photo-électrons.

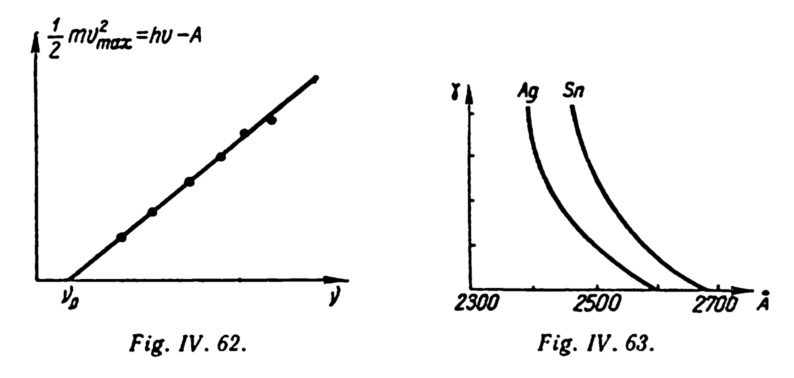


Fig. IV. 62.

Fig. IV. 63.

En faisant varier la fréquence (la longueur d'onde) du rayonnement atteignant la cathode, on peut trouver le lien entre l'énergie maximum des photo-électrons et la fréquence du rayonnement incident.

Si l'on choisit une différence de potentiel U_f annulant le photocourant, on peut affirmer que tous les électrons, même les plus rapides, sont retenus par le champ de freinage.

Par conséquent, on peut écrire : $1/2\ mv^2_{max}=eU_f$. D'où l'on peut définir la valeur v_{max}, ainsi que l'énergie cinétique maximum des photo-électrons : $W_{max}=1/2\ mv^2_{max}$. (Les électrons sont libérés non seulement des couches superficielles, mais aussi des couches plus profondes de la cathode). On a obtenu la relation linéaire représentée sur la fig. IV. 62 :

l'énergie cinétique maximum des photo-électrons croît linéairement en fonction de la fréquence de la lumière incidente et ne dépend pas de son intensité.

On voit sur la fig. IV. 62 qu'il existe pour chaque métal une fréquence limite (longueur d'onde de la lumière) pour laquelle l'énergie

du photo-électron est nulle ; par conséquent, au-dessous de cette fréquence, la lumière, quelle que soit son intensité, ne peut produire d'effet photo-électrique. Cette fréquence (longueur d'onde) est appelée « limite rouge » de *l'effet photo-électrique*.

Considérons encore la *caractéristique spectrale* de la photocathode, c'est-à-dire la relation entre la sensibilité spectrale et la longueur de l'onde lumineuse. On a représenté sur la fig. IV. 63 les caractéristiques spectrales expérimentales de quelques métaux purs.

On voit sur la figure qu'à partir de la « limite rouge » la sensibilité de la photocathode augmente quand λ diminue.

Dans certains cas, on remarque sur les caractéristiques spectrales un brusque maximum de courant dans une certaine région du spectre, tombant brusquement des deux côtés (fig. IV. 64). Un tel effet photo-électrique est dit sélectif. Il n'est explicité que pour les métaux du groupe alcalin et leurs alliages, ainsi que pour les photocathodes composées, antimoine-césium et oxygène-césium par exemple.

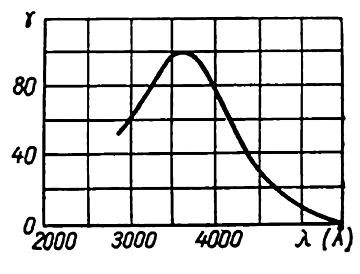


Fig. IV. 64.

Théorie quantique de l'effet photo-électrique. Les lois de l'effet photo-électrique ne peuvent être interprétées en partant de la théorie ondulatoire de la lumière.

En effet, de ce point de vue, l'effet photo-électrique devrait être observé pour n'importe quelle fréquence (longueur d'onde) de la lumière, étant donné que l'énergie reçue par un électron lorsqu'il est mis en mouvement oscillatoire par l'onde électromagnétique dépend de l'amplitude et du temps d'action du vecteur $\boldsymbol{E}$ de l'onde. Par conséquent, pour n'importe quelle longueur d'onde, pourvu que la lumière soit suffisamment intense, on doit s'attendre à ce que des électrons s'échappent du métal et il ne doit pas y avoir de limite rouge à l'effet photo-électrique. En outre, du point de vue ondulatoire, l'énergie cinétique du photo-électron devrait dépendre de l'intensité de la lumière, étant donné qu'avec l'augmentation de cette intensité l'électron recevrait plus d'énergie.

Par ailleurs on peut montrer que le temps au cours duquel les électrons excités par le champ électrique de l'onde lumineuse accumulent une énergie supérieure au travail de sortie s'évalue à plusieurs minutes. Par conséquent, l'effet photo-électrique n'est pas dénué d'inertie. Ainsi, ni l'existence de la limite rouge, ni l'indépendance de la vitesse de l'électron et de l'intensité du flux lumineux, ni l'absence d'inertie de l'effet photo-électrique ne peuvent être expliquées par la théorie ondulatoire de la lumière.

Einstein a proposé en 1905, en s'appuyant sur l'hypothèse des quanta de Planck, une nouvelle explication des phénomènes photoélectriques. Il a supposé qu'une lumière de fréquence ν est non seulement rayonnée, mais aussi se propage et est absorbée sous forme de photons véhiculant respectivement l'énergie $h\nu$, où h est la constante de Planck.

De ce point de vue, l'intensité de la lumière est déterminée par le nombre de photons tombant dans l'unité de temps sur l'unité de surface. En ce qui concerne l'énergie de chaque photon, elle est déterminée seulement par la fréquence de la lumière.

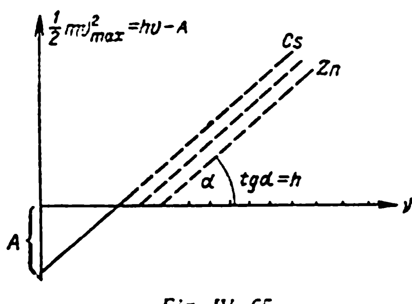


Fig. IV. 65.

Lorsqu'un faisceau de photons tombe sur la surface d'un métal, on admet qu'un photon frappe un électron, lui cédant toute son énergie $h\nu$. Un tel électron excité peut dépenser une partie A_1 de son énergie en chocs inélastiques à l'intérieur du métal ; lorsqu'il s'échappe du métal, il dépense encore une énergie A en travail d'extraction. En vertu de la loi de conservation de l'énergie, l'énergie cinétique de l'électron qui lui reste à la sortie du métal est égale à

$$\frac{mv^2}{2}=h\nu-(A+A_1). \qquad (2.13)$$

Si, cheminant vers la surface du métal l'électron ne subit pas de chocs inélastiques, ou si un photon interagit avec un électron superficiel, l'électron possède à la sortie le maximum d'énergie cinétique :

$$\frac{mv^2_{max}}{2}=h\nu-A. \qquad (2.14)$$

L'équation (2.13) exprime la loi d'Einstein pour l'effet photoélectrique extérieur et porte son nom. Elle a subi de nombreuses vérifications expérimentales. La vérification la plus minutieuse a été faite par Loukirski et Priléjaev. Les résultats de leurs études sont représentés sur la fig. IV.65, où l'on a porté en ordonnées les valeurs de $\frac{1}{2}mv^2_{max}$ et en abscisses la fréquence de la lumière. Pour différents métaux, on obtient des droites parallèles dont la pente est égale à la constante h de Planck.

Il résulte de (2.14) que pour la fréquence de la lumière $\nu=\nu_0$ pour laquelle l'énergie du photon $h\nu$ est égale au travail d'extraction A, l'énergie cinétique de l'électron est nulle et on n'observe pas d'effet photo-électrique.

La fréquence ν_0 ou la longueur d'onde correspondante $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ est précisément la limite rouge de l'effet photo-électrique pour la matière donnée. Pour la calculer, il faut poser dans (2.14) $\frac{mv^2}{2} = 0$. Alors :

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \text{ et } \lambda_0 = \frac{hc}{A}.$$

On a donné dans le tableau 2 les valeurs de γ_0 pour plusieurs métaux purs et cathodes composées.

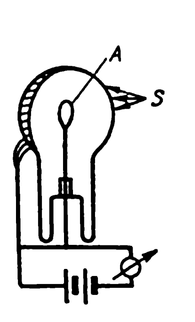
Tableau 2

Cathode	λÅ	Cathode	λÅ
Césium	6200	Argent	2600
Potassium	5500	Platine	2300
Sodium	5500	Cathode oxygène-césium . .	1400
Zinc	2900	Cathode antimoine-césium	6700
Cuivre	2700		

La théorie quantique de l'effet photo-électrique permet aussi de comprendre facilement la loi de Stolétov : la grandeur du flux d'énergie est déterminée par le nombre de photons atteignant la surface du métal en l'unité de temps. Les processus d'absorption de divers photons étant tout à fait indépendants les uns des autres, il est évident que plus ce nombre est grand, plus il y aura d'électrons arrachés au métal dans l'unité de temps, donc plus intense sera le courant photo-électrique. Il va de soi que parmi tous les photons incidents seuls certains (pas plus de 1%) arrachent des électrons, les autres cédant leur énergie aux atomes du métal et le chauffant. L'absence pratique d'inertie de l'effet photo-électrique s'explique par le fait que lors du choc d'un photon avec un électron ce dernier reçoit immédiatement *toute* l'énergie du photon et s'échappe du métal.

Les applications techniques de l'effet photo-électrique externe sont basées sur l'utilisation de cellules photo-électriques, dans lesquelles, sous l'action de la lumière, les électrons s'échappent de la surface de la cathode dans le vide ou dans un gaz raréfié. Les cellules photo-électriques à effet externe sont constituées d'une photocathode K émettant des électrons et d'une anode A captant ces électrons. La disposition de la cathode et de l'anode dans les cellules est indiquée sur la fig. IV.66. Dans la plupart des cellules photo-électriques actuelles on utilise des cathodes complexes au césium (oxygène-césium, antimoine-césium), qui sont les plus sensibles : 20 à 80μ *A/lumen* pour les cellules à l'oxygène-césium et 50 à 150 μ *A/lumen* pour celles à l'antimoine-césium.

Ces dernières années, on emploie largement pour l'amplification du courant dans les cellules le phénomène d'émission électronique



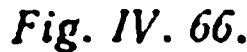


Fig. IV. 66.

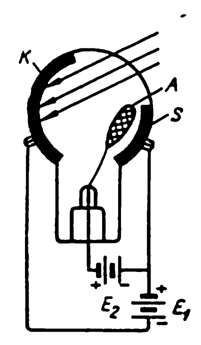


Fig. IV. 67.

secondaire. Les appareils de ce genre sont appelés des photomultiplicateurs. On a donné sur la fig. IV.67 le schéma d'un photomultiplicateur à un étage élaboré par P. V. Timoféev.

Les électrons arrachés par la lumière à la cathode K sont dirigés au moyen d'un champ électrostatique créé par la batterie E_1 sur l'électrode S. Heurtant la surface de l'électrode, ces électrons primaires libèrent des électrons secondaires, qui vont converger à l'anode A sous l'action de la batterie E_2. L'anode a la forme d'un anneau réticulé. Les photomultiplicateurs de ce genre amplifient de 10 à 20 fois le courant et leur sensibilité va de 500 à 1000 $\mu A/lumen$. Ils sont pratiquement sans inertie et de fonctionnement stable. A part les photomultiplicateurs à un étage, il existe encore plusieurs types de photomultiplicateurs à plusieurs étages.

Effet photo-électrique interne. Lorsque certains semi-conducteurs ou diélectriques sont soumis à un rayonnement, les électrons libérés ne s'échappent pas à l'extérieur mais, passant dans la zone de conduction à l'intérieur de ce corps, augmentent leur conductivité électrique. C'est ce qu'on appelle l'effet photo-électrique interne. Un exemple typique d'effet interne est la variation de la résistance du sélénium lorsqu'il est éclairé. On a représenté sur la fig. IV. 68 le schéma d'observation de ce phénomène. Lorsqu'on éclaire le semi-conducteur étudié relié par des électrodes métalliques M à un galvanomètre G et à une source d'énergie, on détecte un courant. Dès qu'on cesse d'éclairer, le courant tombe à une valeur insignifiante, dite courant d'*obscurité*. Dans les métaux on n'observe pas d'effet photo-électrique interne,

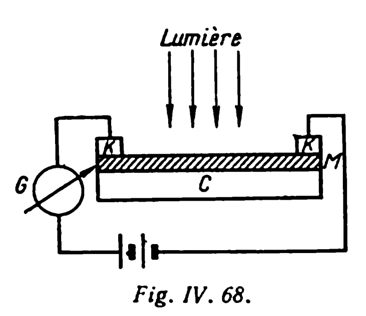


Fig. IV. 68.

étant donné que la concentration des électrons libres est déjà grande par elle-même ; aussi l'apport d'un petit nombre d'électrons par effet photo-électrique interne ne donne rien.

Les cellules photo-électriques à effet interne sont appelées cellules photoconductives. Actuellement, on les fabrique principalement avec du sulfure de zinc, du sulfure de bismuth et du sulfure de cadmium.

Ordinairement, une cellule photoconductive consiste en une plaque de verre recouverte d'une fine couche d'un matériau semi-conducteur, dont on a fixé sur la surface des électrodes conductrices. Le tout est recouvert d'un vernis transparent.

Contrairement à la cellule photo-électrique à effet externe, une cellule photoconductive ne possède pas de courant de saturation. Sa caractéristique tension-courant est représentée sur la fig.IV.69.

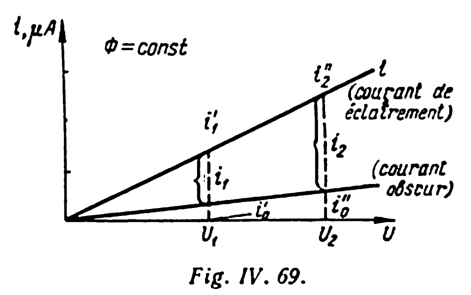


Fig. IV. 69.

On voit sur la figure que la grandeur du photocourant $i=i'-i_0$ est proportionnelle à la tension appliquée. Par conséquent, le photocourant de la cellule photoconductive dépend non seulement du flux lumineux mais encore de la tension appliquée.

Contrairement aux cellules photo-électriques à vide à effet externe, la relation entre le photocourant d'une cellule photoconductive et la grandeur du flux lumineux n'est pas linéaire ; il en est particulièrement ainsi pour des éclairements considérables, tandis que pour un faible éclairement le photocourant est presque proportionnel au flux lumineux. La non-linéarité de la caractéristique lumineuse prouve que l'effet photo-électrique interne est accompagné d'une série de phénomènes secondaires. Les expériences ont établi que le photocourant primaire est strictement proportionnel au flux lumineux incident. Cela est compréhensible, puisque, physiquement, l'effet photo-électrique interne consiste en la libération d'électrons du réseau cristallin du semi-conducteur et leur transformation en électrons de conduction. Il est naturel que le nombre de tels électrons soit proportionnel au nombre de quanta absorbés. Toutefois, ces relations simples se compliquent par des processus secondaires, parmi lesquels la recombinaison, c'est-à-dire le retour des électrons à l'état normal, joue un rôle fondamental.

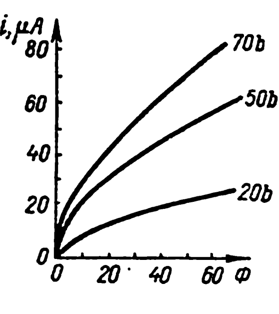
On a représenté sur la fig. IV.70 les caractéristiques lumineuses de cellules photoconductives pour différentes tensions. Dans la plupart des cas la relation entre l'intensité du photocourant et la grandeur du flux d'énergie peut être exprimée par la formule approchée

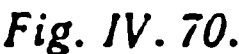
$$i = \gamma_0 P^a, \tag{2.15}$$

a étant toujours plus petit que 1 mais positif.

Il résulte de cette dernière formule que la sensibilité intégrale γ_0 d'une cellule photoconductive varie, décroissant avec l'augmentation du flux lumineux.

Les processus photo-électriques dans les cellules photoconductives possèdent de l'inertie. Cela signifie que le photocourant n'atteint pas d'un coup sa valeur, correspondant au flux lumineux donné, mais seulement après un certain intervalle de temps ; de même lorsqu'on interrompt brusquement l'éclairement, le photocourant s'annule progressivement (fig. IV.71).




Fig. IV. 70.

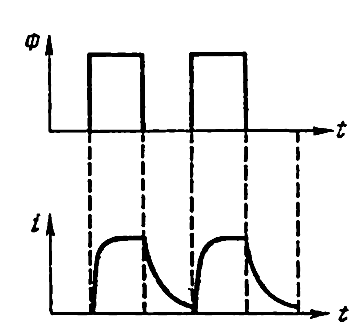


Fig. IV. 71.

L'inertie des cellules photoconductives s'explique ainsi : les électrons libérés par la lumière se trouvent à l'état libre durant un laps de temps défini τ, appelé *temps de vie des photo-électrons*. Pour différents types de cellules photoconductives ce temps a une valeur de 10^{-3} à 10^{-7} s. En moyenne, après le temps τ, chaque photo-électron se recombine et retourne à l'état lié.

Tout d'abord, après le début de l'irradiation, le nombre de photo-électrons formés est supérieur au nombre des électrons qui se recombinent : le photocourant croît. Après le temps τ s'établit un équilibre dynamique entre le nombre de photo-électrons formés et ceux recombinés. Alors l'intensité du photocourant atteint sa valeur maximum pour le flux lumineux donné. Après avoir interrompu la lumière, tous les photo-électrons se recombinent en moyenne dans le temps τ, pendant lequel le photocourant décroît progressivement.

Il s'ensuit que, lorsqu'un flux lumineux intermittent (modulé) de fréquence de modulation f tombe sur la surface d'une cellule photoconductive, l'intensité du photocourant dépendra de cette fréquence, diminuant lorsque f croît. Cette relation varie selon la cellule et est d'ordinaire représentée graphiquement par des courbes appelées *caractéristiques de fréquence* (fig. IV.72. La courbe 1 correspond à une cellule au sélénium).

E f f e t   p h o t o g a l v a n i q u e. C'est l'effet photo-électrique consistant en l'apparition d'une force électromotrice à la frontière entre un métal et un semi-conducteur ou à la frontière de deux semi-conducteurs. Le schéma de l'expérience permettant de découvrir et d'étudier l'effet photogalvanique est représenté par la fig.IV.73. Sur la plaque de cuivre pur *1* s'est formée une fine couche d'oxyde de cuivre *2* (0,1 *mm* d'épaisseur), recouverte d'une fine pellicule de métal *3* laissant passer la lumière (sur la figure l'épaisseur des couches a été exagérée).

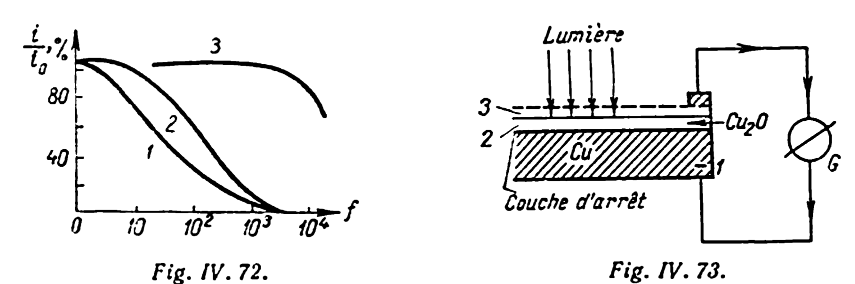


Fig. IV. 72.

Fig. IV. 73.

Lorsqu'on irradie l'oxyde de cuivre, il s'y forme, grâce à l'effet photo-électrique interne, des électrons libres. Il existe à la frontière des couches de Cu_2O et Cu une fine couche (de 10^{-5} à 10^{-6} *cm*) douée de la propriété de redressement : elle laisse passer les électrons seulement de Cu_2O dans Cu, grâce à quoi Cu se charge négativement et l'oxyde de cuivre positivement ; il apparaît une différence de potentiel entre ces couches qui est entretenue par l'action de la lumière, et on a un courant continu dans le circuit extérieur de Cu_2O dans Cu.

Dans les cellules photo-électriques de ce genre, souvent appelées *cellules à soupape* ou *à couche d'arrêt*, il y a transformation directe de l'énergie lumineuse en énergie de courant électrique. Elles n'exigent pas de sources extérieures de f.é.m., la f.é.m. étant engendrée sous l'action de la lumière. La sensibilité des cellules à soupape au germanium atteint 20 à 30 *mA/lumen*, celle des cellules au sulfure d'argent est de 2 *à* 6 *mA/lumen*, à l'oxyde de cuivre de 0,1 *mA/lumen*.

Les cellules au silicium à couche d'arrêt sont utilisées dans la fabrication des piles solaires, dans lesquelles l'énergie du rayonnement solaire est directement transformée en énergie électrique. Le rendement de ces piles atteint 10 à 11%, ce qui constitue environ 100 *W* pour 1 m^2 de surface lorsque le rayonnement solaire tombe normalement. La durée d'exploitation de ces batteries est illimitée. Dans les satellites soviétiques les cellules au silicium ont été utilisées comme source d'énergie pour l'alimentation des appareils.

L'effet photo-électrique sous toutes ses formes a trouvé une large application dans la science et la technique. Les principales sont :

1) l'automation et la télémécanique, où différentes associations de cellules et d'amplificateurs sensibles au flux lumineux exercent

une action sur les systèmes de commande et de régulation de diverses installations énergétiques, industrielles et de transport ;

2) le contrôle photo-électronique, utilisé pour le comptage et la vérification de la qualité de l'usinage d'articles, la mesure de l'intensité de la lumière et de l'éclairement (luxmètres), la mesure de la température (photopyromètres) ;

3) le cinéma sonore, la télévision, la télégraphie optique, la vision nocturne à l'aide de rayons infrarouges et bien d'autres applications encore.

§ 12. Luminescence

Soumises à un rayonnement (visible, ultra-violet, rayons X, rayons gamma), certaines substances ont la propriété d'émettre un rayonnement propre, dont la composition spectrale diffère de celle du rayonnement incident et n'est déterminée que par la composition chimique et la structure moléculaire de la substance. Ce phénomène porte le nom de *rayonnement par luminescence* ou simplement de *luminescence*. Particularités :

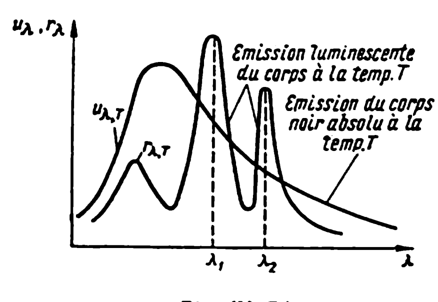


Fig. IV. 74.

1) pour une seule et même température, le rayonnement par luminescence est *plus intense* que le rayonnement thermique (pour le même intervalle spectral). Ainsi, beaucoup de matières luminescentes émettent un rayonnement visible et ultraviolet à la température ambiante, alors que le rayonnement thermique des corps à cette température ne contient pratiquement pas de rayons visibles et ultraviolets.

Donc, si étudiant la densité spectrale de rayonnement d'un corps on trouve qu'il dépasse dans certaines régions du spectre la densité spectrale du rayonnement du corps noir absolu, on peut affirmer que le rayonnement n'est pas de nature thermique dans cette région du spectre, mais luminescent (fig. IV.74) ;

2) la luminescence de la matière *persiste un certain temps* après la disparition de l'agent excitant.

La durée de la luminescence (ou de la « postluminescence ») varie pour différentes matières en fonction des conditions (par exemple de la température) dans de larges limites, entre quelques milliardièmes de seconde et plusieurs heures et jours. Pour les autres types de rayonnement non thermique et non luminescent, par exemple lorsqu'il y a dispersion ou réflexion de la lumière, émission de lumière par les électrons se mouvant dans des liquides et des solides transpa-

rents avec des vitesses supérieures à la vitesse de phase de la lumière dans ces milieux (effet Tchérenkov), la luminescence disparaît immédiatement avec sa cause ;

3) la luminescence est un rayonnement propre des corps ; chaque matière possède un spectre de luminescence qui lui est caractéristique.

Réunissant tous ces indices distinctifs, S. I. Vavilov a donné la définition suivante de la luminescence.

La luminescence est le rayonnement optique d'un corps en excès sur le rayonnement thermique de ce corps dans la région spectrale donnée à la même température ; *elle se prolonge pendant un temps supérieur à 10^{-10} s, c'est-à-dire qu'elle ne cesse pas immédiatement après la disparition de sa cause.*

Selon les moyens d'excitation, on distingue plusieurs espèces de luminescence :

1) la luminescence due à l'action de la lumière visible ou de rayonnement de longueur d'onde plus courte est dite *photoluminescence*. Telle est la luminescence de couleurs spéciales — phosphores ou luminophores, par exemple celle des cadrans de montres — celle du pétrole, de la fluorescéine et d'autres liquides sous l'action des rayons visibles ou ultraviolets, etc. ;

2) la luminescence résultant de décharges électriques est appelée *électroluminescence* : telle est la luminescence des gaz dans les tubes lumineux, celle qu'on obtient en cassant du sucre ou d'autres cristaux, celle qu'on obtient en déroulant un ruban isolant, celle de certaines matières lorsqu'elles sont placées dans un champ électrique variable ;

3) la luminescence provoquée par les chocs d'électrons est appelée *luminescence cathodique* : luminescence de l'écran d'un oscillographe et d'un téléviseur, des minéraux, etc. ;

4) le rayonnement dû à des transmutations chimiques à l'intérieur d'un corps est appelée *luminescence chimique*. Telle est la luminescence du phosphore, du bois pourri, celle d'animaux marins, de lucioles, tels sont les phénomènes lumineux lors de certaines réactions chimiques.

Parmi toutes les luminescences énumérées, arrêtons-nous à la photoluminescence, qui a reçu ces derniers temps une application très large dans différents domaines.

On observe la luminescence de liquides et de corps solides en les illuminant avec de la lumière visible ou ultraviolette. Telles sont la luminescence du pétrole, de l'acide sulfurique, d'une solution de fluorescéine, la luminescence verte des verres contenant des sels d'uranium, la luminescence rouge des verres contenant des sels de manganèse et la luminescence bleue des verres contenant des sels de cérium. Deviennent aussi lumineux certaines peintures et des composés inorganiques particuliers et des minéraux appelés phosphores (luminophores). On connaît des milliers de composés donnant des luminescences de diverses couleurs.

L'étude expérimentale des spectres de photoluminescence montre qu'ils se distinguent des spectres de la radiation excitatrice. Conformément à la *loi de Stokes*, le spectre de luminescence tout entier avec son maximum est toujours décalé vers les grandes ondes par rapport au spectre de la lumière excitatrice (fig. IV. 75).

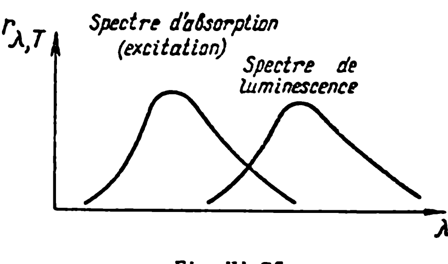


Fig. IV. 75.

On peut expliquer cette règle au moyen de la théorie quantique. L'énergie du photon incident $h\nu_0$ est partiellement dépensée à l'intérieur de la matière par des processus ne donnant pas lieu à un rayonnement, elle sert partiellement à l'excitation d'une molécule ou d'un atome, après quoi il y a émission d'un photon d'énergie $h\nu$. Si l'on désigne une partie de l'énergie du photon incident (ne donnant pas de rayonnement) par A, on doit avoir évidemment, en vertu de la loi de conservation de l'énergie, l'égalité

$$h\nu_0 = h\nu_1 + A,$$

d'où il résulte que $\nu_1 < \nu$ ou $\lambda_1 > \lambda_0$ c'est-à-dire que la lumière restituée par la luminescence a des longueurs d'onde plus grandes que celle absorbée.

Dans le cas limite où $A = 0$, on a $\lambda_1 = \lambda_0$, c'est-à-dire que dans ce cas la lumière émise a la même longueur d'onde que celle absorbée.

Exceptionnellement, le photon étant absorbé par une molécule déjà excitée, il arrive que le photon émis emporte plus d'énergie de la molécule. Alors, la luminescence a une plus grande fréquence (une longueur d'onde plus petite), ce qui est une exception à la loi de Stokes. Toutefois, ces cas sont rares, et lorsqu'on considère un grand nombre d'excitations, la longueur d'onde de la lumière émise est, en moyenne, toujours plus grande que celle de la lumière absorbée. Il en résulte que le maximum de la courbe du spectre de luminescence est décalé vers les grandes ondes en comparaison du maximum de la courbe du spectre d'absorption.

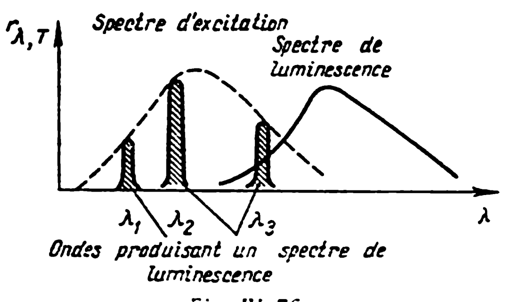


Fig. IV. 76.

Notons encore que dans les liquides et les solides le spectre de luminescence ne dépend pas de la longueur d'onde de la lumière

excitatrice. Ainsi, si l'on fait varier la fréquence de la lumière excitatrice dans les limites du spectre d'absorption, le spectre de luminescence ne change pas. Il caractérise la matière luminescente et il est conditionné par la nature de ses molécules et non pas par l'énergie du photon excitateur (fig. IV. 76).

Rendement d'une luminescence. Loi de Vavilov. Considérons maintenant le rapport entre l'énergie absorbée et l'énergie restituée par la luminescence. L'énergie dépensée pour l'excitation de la matière est convertie en énergie de rayonnement : une partie de l'énergie est diffusée dans la matière sans donner lieu à un rayonnement. Les processus aboutissant à la diffusion d'énergie sont appelés *extinction de la luminescence.*

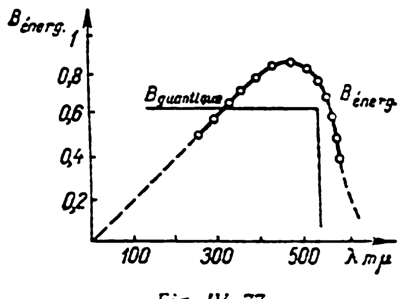


Fig. IV. 77.

L'intégralité de la transformation de l'énergie absorbée en énergie de rayonnement est caractérisée par ce qu'on appelle le *rendement de la luminescence.* Cette notion a été introduite par Vavilov :

1) le *rendement énergétique* $B_{\acute{e}}$ *de la luminescence* est le rapport de l'énergie de luminescence W_l à l'énergie absorbée W_a :

$$B_{\acute{e}} = \frac{W_l}{W_a} ; \tag{2.16}$$

2) le *rendement quantique* B_q est le rapport du nombre de quanta N_l émis par la matière au nombre de quanta N_a absorbés

$$B_q = \frac{N_l}{N_a} . \tag{2.17}$$

Il résulte de mesures que, dans certains cas, le rendement de la luminescence peut être très grand ; ainsi, il est de 0,76 pour la fluorescéine. Cependant, le rendement de la luminescence est habituellement bien inférieur à l'unité. Une seule et même matière luminescente peut émettre dans différentes conditions avec différents rendements, notamment, dans certaines conditions, presque toute l'énergie d'excitation est dépensée en processus d'extinction (par exemple lors du chauffage) c'est-à-dire en processus ne provoquant pas de luminescence.

Vavilov a établi la loi suivante : *la grandeur du rendement énergétique de la luminescence croît d'abord proportionnellement à la longueur d'onde de la lumière excitatrice, puis s'annule rapidement.*

On a représenté sur la fig. IV.77 la courbe de Vavilov du rendement énergétique de la luminescence $B_{\acute{e}}$ en fonction de la longueur d'onde de la lumière excitatrice pour un sel de fluorescéine, qui affirme la

loi mentionnée ci-dessus. On voit sur la figure qu'au début, de $\lambda \approx 254$ $m\mu$ à $\lambda \approx 500$ $m\mu$ le rendement de la luminescence croît proportionnellement à la longueur d'onde. Puis dans le domaine des grandes ondes il se produit une chute rapide de B_ε jusqu'à zéro.

La croissance proportionnelle du rendement énergétique avec la croissance de la longueur d'onde de la lumière excitatrice signifie que dans cet intervalle de longueur d'onde le rendement *quantique* de la luminescence reste constant (fig. IV.77) (il ne dépend pas de la longueur d'onde) ; on a là une autre formulation de la loi de Vavilov.

La loi de Vavilov résulte du caractère quantique de l'effet de photoluminescence.

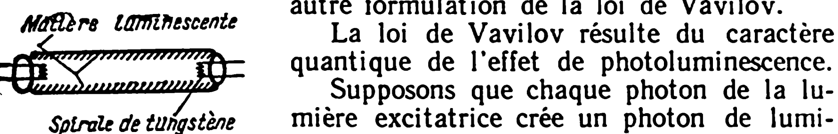


Fig. IV. 78.

Supposons que chaque photon de la lumière excitatrice crée un photon de luminescence, c'est-à-dire que le rendement quantique soit égal à l'unité : $B_q = 1$. Dans ce cas le rendement énergétique est évidemment égal au rapport de l'énergie du photon de luminescence $h\nu_l$ à l'énergie du photon de la lumière excitatrice $h\nu_{exc}$ $B_\varepsilon = \frac{h\nu_l}{h\nu_{exc}}$ ou $B_\varepsilon = \frac{h\nu_l}{hc}\lambda_{exc}$, c'est-à-dire que le rendement énergétique est proportionnel à la longueur d'onde de la lumière excitatrice.

Toutefois, dès que l'énergie du photon incident est insuffisante pour exciter l'atome, la luminescence cesse ; les rendements quantique et énergétique s'annulent, comme le montre la chute rapide des courbes de la fig. IV.77.

Considérons les applications pratiques les plus importantes de la luminescence.

1. Les lampes luminescentes sont constituées d'un tube de verre (fig. IV.78) contenant de la vapeur de mercure et de l'argon. Les parois intérieures des lampes sont enduites d'une fine couche d'un produit luminescent appelé luminophore. Aux extrémités du tube sont soudées des électrodes de tungstène en forme de spirale. Pendant le fonctionnement de la lampe, la température de ses parois est d'environ 50° C, la pression de la vapeur de mercure est d'environ 10^{-2} *mm* et celle de l'argon d'environ 4 *mm* de mercure.

Lorsqu'on applique une tension suffisante aux bornes de la lampe, il se forme une décharge entre les électrodes à travers la vapeur de mercure (l'argon améliore seulement les conditions d'excitation de la vapeur de mercure et ralentit la destruction des électrodes). Outre le rayonnement visible, la vapeur de mercure donne encore un rayonnement ultraviolet de longueur d'onde entre 0,254 μ et 0,185 μ provoquant la luminescence du luminophore des parois. Par conséquent, dans les lampes luminescentes l'énergie électrique est transformée d'abord en énergie de rayonnement ultraviolet, puis en énergie de luminescence.

Faisant varier la composition des luminophores, on peut choisir la composition spectrale des lampes luminescentes conformément aux exigences de leur fonctionnement.

Principaux avantages des lampes luminescentes :

a) grand rendement lumineux — de 40 à 50 *lm/W*, ce qui est 3 ou 4 fois supérieur au rendement lumineux des lampes à incandescence ;

b) éclat superficiel non élevé — environ 1 stilb ;

c) longévité (de 3 à 10 mille heures) — de 3 à 10 fois supérieure à celle d'une lampe à incandescence.

Parmi les défauts des lampes luminescentes, citons la complexité de leur intercalation dans le réseau et le papillotement lorsqu'elles sont alimentées en courant alternatif.

2. Application de la luminescence à l'obtention d'éclairements faibles (lampes de secours, éclairement de camouflage). Les éclairages de ce genre ont pour but de donner une lumière locale imperceptible à distance ou bien encore pour parer à des pannes de lumière. Citons encore la fabrication des cadrans lumineux et des aiguilles des appareils de mesures, etc.

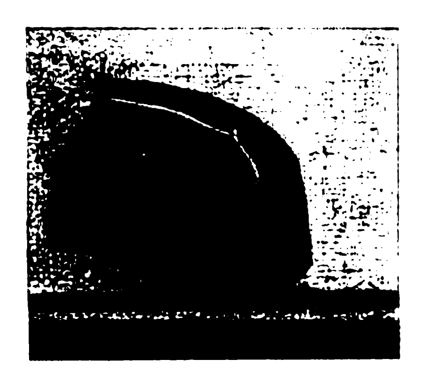


Fig. IV. 79.

3. Analyse par luminescence et défectoscopie. Puisque le rayonnement luminescent a un spectre caractéristique pour chaque substance, on peut déceler et étudier différents objets à l'aide de la luminescence.

Ainsi, on peut étudier la luminescence de diverses bactéries en biologie et microbiologie ; en archéologie, étudier les manuscrits et déchiffrer à la lumière ultraviolette les endroits effacés et abîmés.

La lumière de la luminescence permet de différencier les produits, de détecter les inclusions, les falsifications de documents, le caractère des taches (expertise criminelle).

La détection par luminescence de défauts dans les métaux, invisibles à l'œil nu, a aujourd'hui une grande importance. On enduit la surface des pièces à étudier d'une solution luminescente remplissant toutes les fissures, puis on lave les pièces. Lorsqu'on éclaire les pièces, la matière luminescente restée dans les fissures révèle leur présence. On a représenté sur la fig. IV. 79 une pièce avec une faille formée pendant sa trempe.

L'analyse par luminescence est largement employée pour le tri des verres optiques.

§ 13. Diffusion combinatoire de la lumière

Considérons une substance soumise à un rayonnement monochromatique de fréquence ν_0. On observe dans le rayonnement diffusé, outre la fréquence ν_0, des rayonnements très faibles de fréquences ν_1 et ν_2, qui sont une *combinaison* de ν_0 avec une certaine fréquence ν' : $\nu_{1,2}=\nu_0\pm\nu'$ (la fréquence ν' dépend de la substance diffusante). On dit qu'on a une *diffusion combinatoire*. Mandelstam et Landsberg l'ont découverte dans les corps solides, Raman dans les liquides.

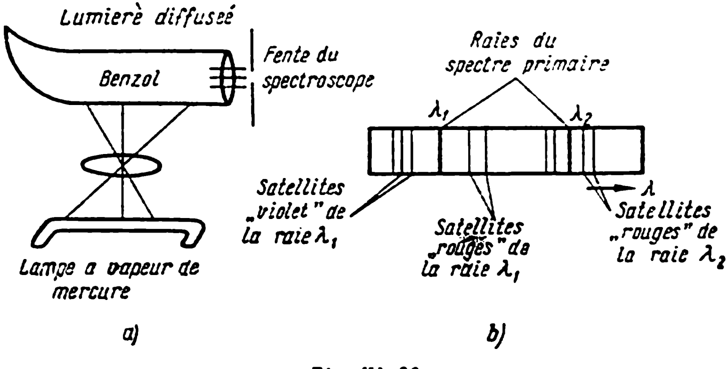


Fig. IV. 80.

Le schéma de l'expérience est représenté sur la fig. IV.80,*a*. Observant dans la fente d'un spectroscope la lumière diffusée d'une lampe à mercure, on peut remarquer, outre les raies du spectre primaire du mercure, de fréquence invariable, des raies supplémentaires (satellites), s'ajoutant à chaque raie du spectre primaire. Ceci a été représenté schématiquement sur la fig. IV.80,*b*.

Les satellites dits « rouges » ont leurs raies disposées plus près de la bande rouge du spectre par rapport à la raie fondamentale ; les « violets », eux, ont leurs raies décalées de l'autre côté (il est évident que si la raie fondamentale se trouve dans la bande des ondes courtes du spectre, la raie du satellite « rouge » ne sera aucunement de couleur rouge) ;

L'étude minutieuse de ce phénomène a conduit aux résultats suivants :

1) les raies satellites sont disposées symétriquement de part et d'autre du spectre primaire. Par conséquent, la diminution de la fréquence de la raie satellite « rouge » par rapport à la raie fondamentale est égale à l'augmentation de la fréquence de la raie satellite « violette » :

$$\left.\begin{aligned} \nu_r &= \nu_0-\nu', \\ \nu_v &= \nu_0+\nu', \\ \nu_0-\nu_r &= \nu_v-\nu_0. \end{aligned}\right\} \tag{2.18}$$

2) l'intensité des satellites rouges est plus grande que celle des satellites violets ;

3) avec l'augmentation de la température du liquide, l'intensité des satellites « violets » croît rapidement ;

4) la disposition des satellites relativement à la raie du spectre fondamental, c'est-à-dire la différence des fréquences $\nu_1—\nu_1'$; $\nu_2—\nu_1'$ ou $\nu_1—\nu_1''$; $\nu_2—\nu_1''$, où ν_1, ν_2 sont les raies du spectre fondamental, tandis que ν_1', ν_1'' — leurs satellites rouges, est caractéristique pour la matière diffusante donnée et ne dépend pas de la fréquence de la lumière excitatrice. Le nombre des différents satellites dépend de la matière diffusante.

Le phénomène de diffusion combinatoire peut être expliqué en le considérant comme le résultat de l'interaction d'un photon lumineux et d'une molécule, la direction du mouvement du photon pouvant changer, ce qui conduit à la diffusion de la lumière. Alors, dans la plupart des cas, il y a collision élastique, et puisque la masse de la molécule est bien plus grande que celle du photon, l'énergie du photon incident ne varie pas, et dans le spectre diffusant on observe les raies de la lumière incidente, que nous appelons fondamentales. Mais il peut exister aussi concurremment une diffusion pendant laquelle l'énergie du photon varie partiellement. Lors de la collision, la molécule peut enlever au photon une partie de son énergie et passer à un état d'énergie accrue (état excité). Il se peut aussi qu'un photon incident enlève à une molécule une partie de son énergie. Il en est ainsi lorsqu'un photon interagit avec une molécule déjà excitée.

Dans le premier cas, la fréquence du photon diffusé est plus petite, il se forme un satellite « rouge» ; dans le second cas, la fréquence est plus grande, il y a formation d'un satellite «violet ».

Il faudra avoir en vue que l'énergie de la molécule ne peut varier que d'une manière discrète.

Supposons que l'excitation d'une molécule exige une dépense d'énergie A ; la molécule restitue cette même quantité d'énergie lorsqu'elle retourne à son état normal. Alors l'énergie du photon diffusé (« rouge »), lorsqu'une partie de l'énergie du photon incident dépensée, pour l'excitation d'une molécule, est donnée par l'égalité

$$h\nu_r = h\nu_0 - A.$$

Si le photon incident emprunte de l'énergie à une molécule déjà excitée, l'énergie du photon diffusé (violet) est déterminée par l'égalité

$$h\nu_v = h\nu_0 + A.$$

Il résulte de ces égalités que les fréquences des lumières diffusées sont respectivement égales à :

$$\nu_r = \nu_0 - \frac{A}{h}, \quad \nu_v = \nu_0 + \frac{A}{h},$$

c'est-à-dire que les satellites sont disposés symétriquement par rapport aux raies du spectre primaire. Comme le nombre des molécules excitées est bien plus petit que le nombre des molécules non excitées, l'intensité des satellites violets est plus petite que celle des satellites rouges.

Lorsqu'on chauffe, le nombre de molécules excitées croît rapidement, ce qui entraîne l'accroissement de l'intensité des satellites violets.

Une molécule pouvant se trouver dans différents états énergétiques, on peut avoir dans la lumière diffusée différents satellites avec des fréquences plus grandes ou plus petites que celle de la lumière incidente.

Ainsi apparaissent différentes fréquences « combinatoires » :

$$\nu_1 = \nu_0 \pm \nu' ; \quad \nu_2 = \nu_0 \pm \nu'', \text{ etc.}$$

(d'où l'appellation diffusion combinatoire).

La diffusion combinatoire est largement utilisée dans la science et la technique :

1) les spectres de diffusion combinatoire caractérisent à tel point la matière diffusante qu'ils permettent de distinguer non seulement des composés organiques homologues, mais aussi des isomères, vis-à-vis desquels la chimie est souvent inopérante ; 2) la diffusion combinatoire est un moyen puissant pour l'étude de la structure des molécules, de leurs oscillations internes et leurs mouvements rotatoires ; 3) la diffusion combinatoire est utilisée pour l'établissement de la composition individuelle des essences, huiles, dérivés du pétrole, etc.

§ 14. Rayons X

Les rayons X, découverts en 1895 par Rœntgen, résultent du choc d'électrons rapides contre des atomes. Ils possèdent toutes les propriétés des rayons lumineux : 1) ils ne dévient pas dans les champs électrique et magnétique et, par conséquent, n'ont pas de charge électrique ; 2) ont une action photographique ; 3) provoquent l'ionisation des gaz ; 4) peuvent provoquer la luminescence ; 5) possèdent toutes les propriétés caractérisant les rayons lumineux : ils peuvent se réfracter, se réfléchir, être polarisés et donnent des phénomènes d'interférence et de réfraction. Les propriétés optiques des rayons X sont faiblement exprimées et difficiles à observer (par exemple, l'indice de réfraction ne diffère de l'unité que de la sixième décimale).

La nature des rayons X est restée inconnue près de 20 ans après leur découverte. Ce n'est qu'après avoir découvert leurs propriétés optiques, notamment la polarisation et la diffraction, qu'on a établi que les rayons X représentent un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde très courte, de 0,06Å à 120 Å. Les rayons X de grandes longueurs d'ondes pénètrent dans le domaine de l'ultraviolet,

tandis que ceux à ondes courtes se confondent avec les rayons γ des matières radioactives.

Les rayons X s'obtiennent actuellement dans des tubes spéciaux. Un tel tube représente une ampoule dans laquelle on a fait un vide très poussé et qui est dotée de deux électrodes métalliques : une cathode, qui est la source d'électrons, et une anode (anticathode) émettant les rayons X à l'impact des électrons.

Pour accélérer les électrons, on applique entre l'anode et la cathode une différence de potentiel de l'ordre de plusieurs dizaines et centaines de kilovolts.

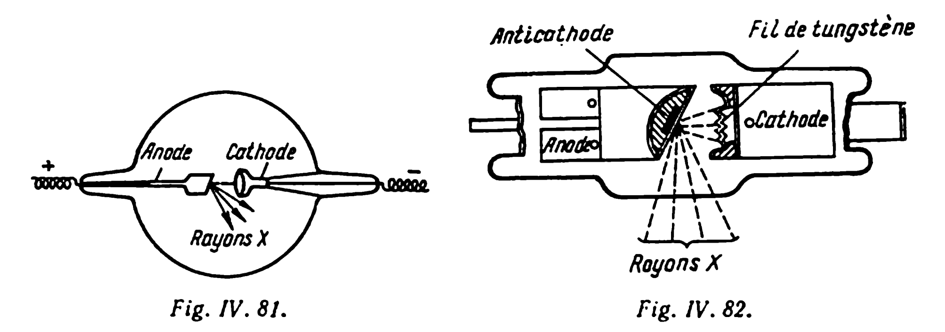


Fig. IV. 81. *Fig. IV. 82.*

Selon le procédé d'émission des électrons par la cathode, les tubes à rayons X se divisent en tubes à gaz ou ioniques ou en tubes à vide ou à chauffage (électroniques).

Dans les tubes ioniques (fig. IV.81) la pression de l'air va de 10^{-2} à 10^{-4} *mm* de mercure. Sous l'effet du champ électrique créé dans un tel tube, les ions positifs se trouvant dans l'air raréfié se meuvent vers la cathode et, la heurtant, lui enlèvent des électrons (émission électronique secondaire). Les électrons expulsés sont captés par le champ électrique et, vivement accélérés, sont lancés sur l'anticathode (anode). A l'impact sur l'anticathode apparaissent les rayons X. Les tubes ioniques à rayons X sont souvent démontables.

Plus courants sont les tubes électroniques. La source d'électrons libres dans ces tubes est un filament de tungstène chauffé par le courant d'une source auxiliaire et servant de cathode (fig. IV.82). La pression de l'air dans ces tubes ne dépasse pas 10^{-6} à 10^{-7} *mm* de mercure. Les électrons libérés de la cathode sont accélérés dans le champ électrique et lancés vers l'anode à des vitesses de l'ordre de cent mille kilomètres par seconde et plus, en fonction de la grandeur de la tension appliquée entre l'anode et la cathode. Atteignant l'anode, les électrons sont brutalement freinés, une partie de l'énergie cinétique des électrons se transforme en énergie de rayonnement électromagnétique, et la plus grande partie en énergie d'agitation thermique moléculaire des particules de l'anode, ce qui provoque

son échauffement intense. Pour réduire l'échauffement de l'anode, on refroidit avec de l'eau courante ou par un autre moyen.

Le rendement des tubes à rayons X n'est pas élevé et dépend de la tension, ainsi que de la matière de l'anode (0,15% pour 20 *kV* et 7,5% pour 1000 *kV*). L'intensité du rayonnement X est définie par la formule empirique :

$$J = kiU^2Z,$$

i étant l'intensité du courant dans le tube, *U* la tension, *Z* le numéro atomique de la matière de l'anticathode.

Les rayons X produits par le freinage des électrons sont dits de « freinage ».

L'apparition du rayonnement de freinage peut être expliquée comme suit. Les électrons mobiles, ainsi qu'un courant électrique quelconque, forment autour d'eux un champ magnétique. La variation brutale de la vitesse des électrons au moment du choc sur l'anticathode est équivalente à l'affaiblissement et la disparition du courant, d'où la variation du champ magnétique et l'apparition d'ondes électromagnétiques.

L'étude du rayonnement X de freinage montre qu'il a un spectre continu, aussi l'appelle-t-on souvent rayonnement « blanc » (par analogie avec le spectre continu de la lumière blanche). L'explication en est que la variation des vitesses des divers électrons est désordonnée, les uns sont brusquement freinés, les autres moins vite, d'où l'étalement des longueurs d'ondes.

Au point de vue de la théorie quantique, le spectre continu du rayonnement de freinage s'explique comme suit : soit $\frac{mv_0^2}{2}$ l'énergie cinétique d'un électron avant son choc contre l'anode ; si une partie *A* de cette énergie se transforme en chauleur pendant le choc, l'énergie du photon du rayonnement a pour expression :

$$h\nu = \frac{mv_0^2}{2} - A. \qquad (2.19)$$

Etant donné que lors de chocs accidentels l'électron peut céder n'importe quelle fraction de son énergie sous forme de rayonnement électromagnétique, le photon peut avoir diverses énergies $h\nu$, on aura dans le rayonnement des photons de diverses fréquences et son spectre sera continu. On a représenté sur la fig. IV.83 les courbes de la distribution de l'énergie dans les spectres d'émission d'un tube à rayons X obtenus expérimentalement pour deux tensions différentes. On voit sur la figure que l'intensité des rayons X croît avec la différence de potentiel. En outre, on voit que pour chaque valeur de la tension le spectre des rayons X s'évanouit brusquement du côté des ondes courtes ; par exemple, pour $U=30$ *kV* le spectre a pour longueur d'onde limite $\lambda=0,4$ Å, et pour $U=50$ *kV* $\lambda=0,24$ Å.

L'existence d'une frontière brusque dans les ondes courtes du spectre des rayons X s'explique comme suit : lorsqu'un électron

vient heurter l'anode, il peut céder dans le cas limite toute son énergie. Il résulte alors de (2.19) que :

$$\frac{mv_0^2}{2} = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}.$$

Ce qui détermine la frontière dans les ondes courtes du spectre du rayonnement X. L'énergie cinétique de l'électron étant égale au travail d'accélération du champ : $\frac{mv_0^2}{2} = eU$, où U est la tension appliquée et e la charge de l'électron, on a :

$$eU = \frac{hc}{\lambda_{min}} \quad \text{ou} \quad \lambda_{min} = \frac{hc}{eU}.$$

Par conséquent, la longueur d'onde minimum du rayonnement de freinage est inversement proportionnelle à la tension du tube. Exprimant U en kV et λ en angstrœms, on a :

$$\lambda_{min} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{8}}{4{,}8 \cdot 10^{-10} \frac{U \cdot 10^{3}}{300}} = \frac{12{,}38}{U} \text{ Å}.$$

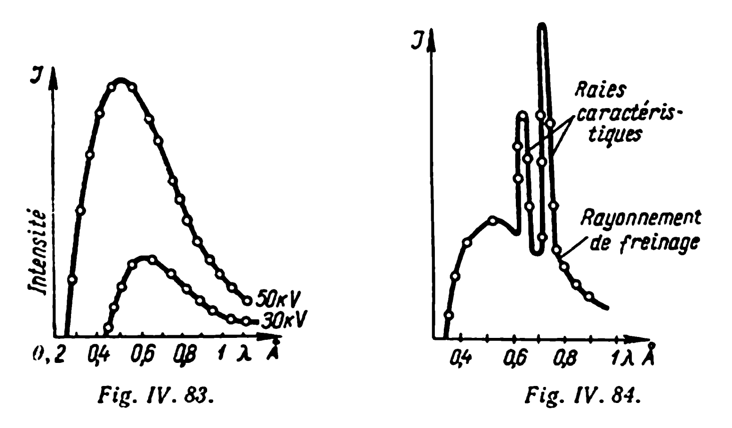


Fig. IV. 83. Fig. IV. 84.

Lorsque les tensions appliquées sont grandes, au spectre continu vient se superposer un spectre réglé (fig. IV.84), représenté par des pics. Ce spectre est dit caractéristique, chaque matière ayant son spectre de rayonnement caractéristique, alors que le spectre continu ne dépend pas de la matière de l'anode et est déterminé seulement par la tension appliquée.

Le mécanisme de génération des rayons caractéristiques est autre que celui du rayonnement de freinage. Ce rayonnement apparaît lorsque, par suite du choc des électrons, les atomes de la matière de l'anode passent à l'état excité. Lorsque les atomes reviennent à leur état énergétique normal, il y a émission de photons de rayonnement caractéristique, doués de l'énergie $h\nu$ égale à la différence des énergies de l'atome à l'état excité et à l'état normal. Etant

donné que les atomes de différentes matières ont divers niveaux énergétiques selon leur structure, les spectres du rayonnement caractéristique dépendent également de la structure des atomes de la matière de l'anode.

D i f f r a c t i o n d e s r a y o n s X. Comme il a été dit plus haut, la nature des rayons X est restée longtemps inconnue.

Sous beaucoup de rapports, ils sont semblables à la lumière (ils progressent en ligne droite, impressionnent les plaques photographiques, provoquent la fluorescence, etc.). Par ailleurs, les miroirs, les prismes et les lentilles déviant la lumière ne se comportent pas de la sorte vis-à-vis des rayons X. Voulant connaître la nature de ces rayons, on les a dirigés sur un réseau de diffraction ; cependant, on

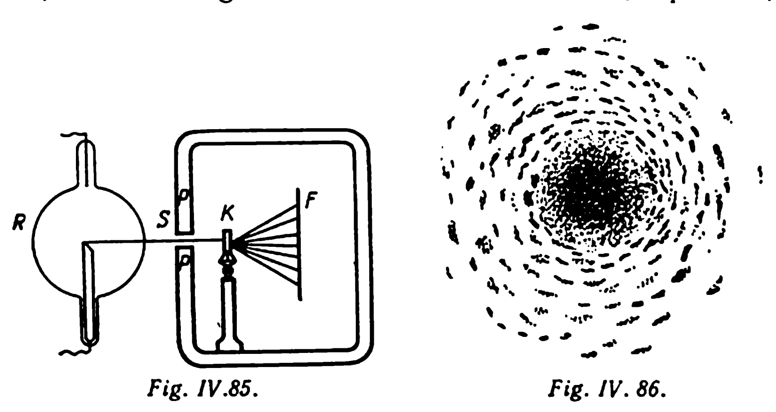


Fig. IV.85. *Fig. IV. 86.*

n'a pas observé de diffraction. L'explication pouvait être que les rayons X ne représentent pas un phénomène ondulatoire ou encore que leur longueur d'onde est extrêmement petite par rapport à la période des réseaux de diffraction ordinaires. En 1912, le physicien allemand Laue a proposé de se servir de l'ordre dans les atomes ou les molécules dans un cristal et d'utiliser ce cristal en tant que réseau de diffraction pour l'étude des rayons X. L'expérience a été faite par Friedrich et Knipping et l'hypothèse émise par Laue a été pleinement confirmée.

On a représenté sur la fig. IV. 85 le schéma de leur expérience. Ici R est un tube à rayons X, qui traversent l'ouverture S et pénètrent dans une caisse de plomb PP. L'ouverture S délimite un pinceau de rayons X tombant sur la lame cristalline K rigoureusement verticale et normale au faisceau ; derrière le cristal est placée une plaque photographique F. On a obtenu ainsi sur la plaque photographique l'image représentée sur la fig. IV. 86. Chaque tache est la trace d'un rayon dévié de la direction initiale par suite de la diffraction par le réseau cristallin. La disposition des taches varie selon la matière du cristal, mais pour un cristal donné elle est bien déterminée.

La diffraction des rayons X est une démonstration directe importante de leur nature ondulatoire. En outre, elle a permis d'étudier la structure des cristaux.

Le calcul de la diffraction des rayons X par un cristal est assez difficile, parce que la régularité de la disposition des particules dans celui-ci s'étend dans les trois dimensions, au lieu d'une dans les réseaux de diffraction ordinaires employés pour le rayonnement visible. Un cristal est un réseau de diffraction à trois dimensions, dans lequel les rayons X, c'est-à-dire des ondes électromagnétiques courtes, sont diffusés par les électrons des atomes. Pour déterminer la direction du renforcement des ondes diffusées secondaires, il faut sommer les ondes élémentaires venant de tous les centres diffusants.

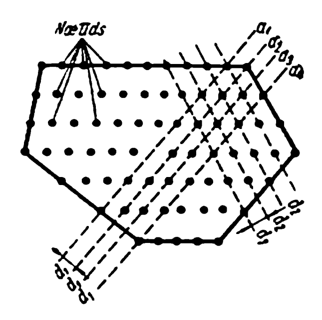


Fig. IV. 87.

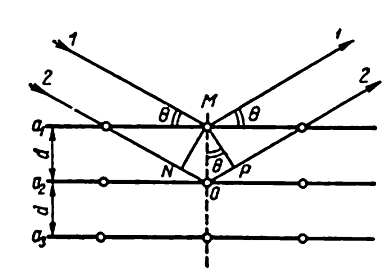


Fig. IV. 88.

Il se trouve que le résultat de la sommation des ondes élémentaires diffusées par les électrons des divers atomes peut être déduit si l'on considère qu'un faisceau primaire de rayons X est « réfléchi » par les plans parallèles réguliers passant par les nœuds (atomes et ions) du réseau cristallin (fig. IV.87). Lors de la diffraction de rayons X monochromatiques par les atomes disposés régulièrement dans des plans parallèles d'intervalles d le renforcement mutuel des rayons réfléchis aura lieu sous la condition :

$$2d \sin\theta = m\lambda, \qquad (2.20)$$

m étant un entier et θ l'angle de glissement, c'est-à-dire le complémentaire de l'angle d'incidence (fig. IV.88). Cette relation est appelée formule de Woulf — Bragg. La déduction résulte simplement de la fig. IV.88. Ici a_1, a_2, a_3 sont des plans parallèles dans le cristal, *1* et *2* des rayons X monochromatiques ; la différence de marche des rayons réfléchis *1* et *2* est égale à $NO+OP=2\,d\sin\theta$.

D'après la condition de renforcement de deux ondes interférentes, cette différence de marche doit être égale à $m\lambda$, où m est un entier. D'où l'on obtient la condition (2.20).

Propriétés corpusculaires des rayons X. Le phénomène de diffraction des rayons X ainsi que des rayons lumi-

neux confirme sans aucun doute la nature ondulatoire de ces rayonnements. Toutefois, nous avons vu que les ondes lumineuses ont des propriétés quantiques, corpusculaires, comme le prouvent l'effet photo-électrique et la loi du rayonnement noir de Planck. On doit donc s'attendre à ce que le rayonnement X possède lui aussi des propriétés corpusculaires ; ces propriétés doivent être très manifestes, puisque l'énergie des photons est inversement proportionnelle à la longueur d'onde et que les longueurs d'onde des rayons X sont très petites.

En effet, deux phénomènes mettent particulièrement en évidence, les propriétés corpusculaires des rayons X : 1) l'effet photo-électrique, 2) l'effet Compton.

1. L'effet photo-électrique des rayons X a été observé par les physiciens soviétiques A. Ioffé et N. Dobronravov. Dans leur expérience, ils ont montré d'une manière convaincante que les rayons X arrachent tout d'un coup l'électron au métal par suite de la collision du photon et de l'électron lié, et non par accumulation progressive par l'électron de l'énergie transmise par l'onde électromagnétique.

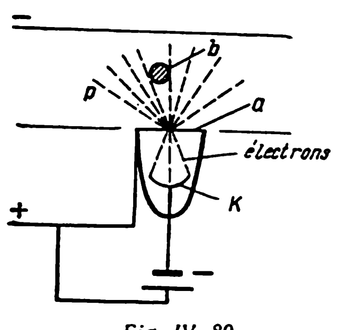


Fig. IV. 89.

Dans cette expérience les savants ont observé le comportement d'une particule de bismuth suspendue dans le champ d'un condensateur plan (fig. IV.89). Une des armatures du condensateur servait simultanément d'anticathode dans le tube de rayons X et elle recevait en moyenne 1000 électrons par seconde produisant le rayonnement. L'expérience devait montrer ce qui était émis par l'anticathode—des ondes électromagnétiques continues ou 1000 photons distincts en 1 seconde.

L'observation de la particule suspendue a montré qu'en moyenne, une fois toutes les 30 minutes, elle perdait un électron et sortait de son état d'équilibre. Durant ces 30 minutes l'anticathode rayonnait environ $1{,}8 \cdot 10^6$ impulsions X. Si c'étaient des ondes sphériques, chacune d'elles ne céderait qu'une énergie infime à la poussière par suite de la petitesse de ses dimensions géométriques. Cette énergie infime se distribuerait entre le grand nombre d'électrons contenus dans la particule et, une fois en trente minutes, tous les électrons communiqueraient, d'une manière ou d'une autre, l'énergie accumulée à un seul électron, qui se détacherait de la particule. Tout cela est fort improbable. Par conséquent, du point de vue ondulatoire, les résultats de cette expérience sont tout à fait incompréhensibles.

Mais si l'on attribue des propriétés corpusculaires au rayonnement X, les résultats de l'expérience paraissent naturels. En effet, les

photons des rayons X émettent dans toutes les directions avec la même probabilité et un électron ne quitte la particule qu'à l'impact du photon. Le calcul montre que pour les mêmes dimensions géométriques et la même intensité des impulsions X de l'expérience décrite la probabilité d'impact du photon ne dépassait pas $\frac{1}{1,8\cdot 10^6}$.

1000 photons étaient émis chaque seconde ; en 30 minutes leur nombre était donc de $1,8\cdot 10^6$. Et c'est : l'un d'eux qui provoquait en moyenne l'effet photo-électrique, ce qui est conforme aux résultats de l'expérience.

2. L'effet ou diffusion de Compton des rayons X a été découvert et expliqué par le physicien américain Compton. Le phénomène est le suivant. Lorsque des rayons X traversent une mince couche de matière à atomes légers (charbon, paraffine, bore) on remarque la dispersion des rayons, c'est-à-dire leur déviation de la direction initiale. Compton a découvert que dans ce rayonnement diffusé il existe toujours avec l'onde initiale des rayons X de plus grandes longueurs d'onde.

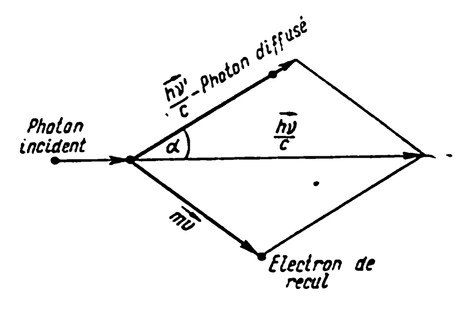


Fig. IV. 90.

L'expérience montre qu'alors l'accroissement de la longueur d'onde $\Delta\lambda$ dépend de l'angle α compris entre la direction de dispersion et celle du faisceau initial de rayons (fig. IV.90). Il ne dépend ni de la nature de la matière diffusante, ni de la longueur d'onde initiale, et est défini par la formule :

$$\Delta\lambda = 0,024\,(1-\cos\alpha)\ \text{Å}, \qquad (2.21)$$

où 0,024 est une grandeur constante, trouvée expérimentalement.

Il est impossible d'expliquer le phénomène de Compton d'après la théorie ondulatoire, tandis que nous pouvons l'expliquer facilement si nous considérons les rayons X comme un flux de photons.

Nous supposions lors de l'effet photo-électrique ordinaire que, rencontrant un électron, le photon lui cédait toute son énergie $h\nu$ et disparaissait. On observe l'effet Compton lors de l'impact de photons sur des électrons libres ou très faiblement liés.

Dans ce cas, lors de son interaction avec le photon, l'électron ne reçoit qu'une partie de l'énergie du photon et est rejeté de côté.

Les électrons rejetés, appelés *électrons de recul*, peuvent être observés à l'aide de la chambre de Wilson. Puisqu'alors l'énergie du photon diminue, sa longueur d'onde augmente. La direction du mouvement du photon changeant aussi, il y a donc diminution de l'énergie des photons et diffusion.

Pour l'explication quantitative de l'effet Compton et pour obtenir la relation (2.21) on suppose que la collision du photon de rayonnement X avec un électron libre ou faiblement lié est soumise à la loi du choc élastique.

La loi de conservation de l'énergie donne :

$$h\nu - h\nu' = mc - m_0c^2, \qquad (2.22)$$

où $h\nu$ et $h\nu'$ sont respectivement les énergies des photons incident et diffusé, mc^2 et m_0c^2 les énergies totales de l'électron après et avant sa collision avec le photon. Avant la collision nous supposons que l'électron était au repos, de sorte que m_0 est sa masse de repos ; après la collision, l'électron a acquis une vitesse v et sa masse est devenue :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ainsi, l'égalité (2.22) exprime que le photon perd une partie de son énergie et pour cela $\nu' < \nu$, et l'électron reçoit autant d'énergie, d'où $m > m_0$.

D'après la loi de conservation de la quantité de mouvement, on peut écrire (fig. IV.90), en vertu d'un théorème de géométrie élémentaire :

$$(mv^2) = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{c}\right)^2 \nu\nu' \cos\alpha. \qquad (2.23)$$

Résolvant les égalités (2.22) et (2.23) ensemble, on obtient :

$$\nu - \nu' = \frac{h}{m_0c^2}\nu\nu'(1-\cos\alpha), \qquad (2.24)$$

d'où

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\alpha),$$

et puisque $\frac{c}{\nu} = \lambda$, $\frac{c}{\nu'} = \lambda'$, on a

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\alpha). \qquad (2.25)$$

Substituant la valeur de la constante, on obtient

$$\Delta\lambda = 0{,}0242\,(1-\cos\alpha)\ \text{Å}, \qquad (2.26)$$

ce qui est conforme à l'expérience.

La quantité 0,0242 est appelée *longueur d'onde comptonienne* et représente la variation de la longueur d'onde lorsque $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Si $\alpha = 0$, on a $\Delta\lambda = 0$, c'est-à-dire qu'il n'y a pas variation de la longueur d'onde dans la direction du faisceau primaire ; pour $\alpha = \pi$,

$\Delta\lambda=0,048$ Å, et dans le sens inverse lors de la diffusion la variation de l'énergie du photon est maximum, l'électron de recul acquiert la plus grande énergie cinétique et se meut dans la direction du faisceau initial de photons.

La formule (2.21) montre que la variation comptonienne de la longueur d'onde $\Delta\lambda$ ne dépend pas de λ ; aussi ne peut-on l'observer que pour les ondes courtes, pour lesquelles $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ est de l'ordre de 5 à 10%. Pour la lumière visible ($\lambda=4000$ Å) cet effet serait de l'ordre de 10^{-3}% et il est pratiquement impossible de l'observer.

Il a été dit plus haut que lors de la diffusion de rayons X on remarque aussi des photons primaires. Cela s'explique ainsi : une partie des photons entre en collision avec des électrons fortement liés se trouvant dans les parties internes de l'atome. Un tel photon interagit avec l'atome entier, et puisque la masse de celui-ci est extrêmement grande, le photon, d'après la loi de la collision élastique, ne transmet pas d'énergie à l'atome, et par conséquent la longueur d'onde du photon ne varie pas pendant la diffusion.

La mesure de l'intensité des rayons X est basée sur l'ionisation de la matière par ces rayons. Le degré d'ionisation se mesure par la grandeur du courant ionisé (non autonome). Parfois, on juge de l'intensité du rayonnement X par le degré de noircissement de plaques photographiques.

La mesure de l'intensité en unités absolues (par exemple en $erg\cdot cm^{-2}\cdot s^{-1}$) présente des difficultés considérables. Cependant, il est beaucoup plus facile de trouver l'intensité relative. Pour cela, il suffit de comparer la grandeur du courant d'ionisation (ou le degré de noircissement de plaques photographiques) de deux faisceaux de rayons X. Le rapport des grandeurs des courants d'ionisation est égal au rapport des intensités des faisceaux.

L'expérience montre que, comme pour le rayonnement visible (cf. § 3, formule 1.15), la loi de l'affaiblissement de l'intensité d'un faisceau monochromatique de rayons X sous formes différentielle et intégrale est :

$$-dJ=\mu J\,dx;$$
$$J=J_0e^{-\mu x}. \qquad (2.27)$$

Le coefficient linéaire d'affaiblissement μ dépend de la longueur d'onde des rayons X et de la nature de la matière dans laquelle a lieu l'absorption et, en vertu de (2.27) exprime l'affaiblissement relatif du rayonnement par unité d'épaisseur de la couche absorbante.

Le coefficient μ ne dépend pas des conditions physiques et chimiques dans lesquelles se trouvent les atomes de la matière absorbante.

Ainsi le plomb, doué d'un grand coefficient μ, entrant dans le blanc de céruse ou dans le verre, augmente considérablement leur opacité aux rayons X.

Au lieu du coefficient μ, on emploie souvent la grandeur $d_{1/2}$ qui représente l'épaisseur de la couche affaiblissant l'intensité du faisceau de moitié (on l'appelle couche de demi-absorption). On peut facilement établir le lien entre μ et $d_{1/2}$ d'après l'équation (2.27).

En effet, posant $J=\frac{1}{2}J_0$, et $x=d_{1/2}$, on obtient :

$$\frac{1}{2}=e^{-\mu d_{1/2}} \quad \text{ou} \quad d_{1/2}=\frac{\ln 2}{\mu}=\frac{0{,}69}{\mu}.$$

D o s i m é t r i e d e s r a y o n s X. Dans certains cas, par exemple à des fins médicales, il est important de connaître la quantité de rayons X traversant telle ou telle matière. La branche de la physique traitant des méthodes de dosage des rayonnements est appelée *dosimétrie.*

Les principales grandeurs de la dosimétrie sont : 1) la dose physique D du rayonnement et 2) la puissance de la dose P.

La dose physique d'un rayonnement X est déterminée par la grandeur de l'énergie de rayonnement absorbée dans un centimètre cube de matière :

$$D=\frac{W}{V}, \tag{2.28}$$

W étant l'énergie du rayonnement absorbée dans le volume V d'air.

L'unité de dose physique est le rœntgen (r). *Pour une dose de un rœntgen dans un centimètre cube d'air dans des conditions normales, les ions formés portent une unité électrostatique de charge de chaque signe.* 10^{-3} rœntgen $=1$ millirœntgen (mr) ; 10^{-6} rœntgen $=1$ microrœntgen (μr).

Le congrès international des radiologistes a décidé de définir la dose unité de rayons X (et gamma) par l'ionisation de la masse de 1 cm^3 d'air dans des conditions normales, à savoir : le *rœntgen est la dose de rayons X ou gamma formant dans 0,001293 g d'air des ions portant une unité électrostatique d'électricité de chaque signe.*

Pour déterminer l'équivalent énergétique du rœntgen, il suffit de compter le nombre de paires d'ions devant être formées dans un centimètre cube d'air pour que la charge des ions d'un même signe soit d'une unité CGSE. Etant donné que la charge d'un ion univalent est de $4{,}8\cdot10^{-10}$ CGSE, il faut avoir pour la formation d'une unité de quantité d'électricité CGSE $\frac{1}{4{,}8\cdot10^{-10}}=2{,}08\cdot10^9$ eV paires d'ions dans 1 cm^3 d'air.

Les mesures montrent que l'énergie de formation des paires d'ions dans l'air dans des conditions normales est égale à 33 eV. Ceci étant, on a : 1 rœntgen $=33\cdot2{,}08\cdot10^9$ eV/cm^3 (d'air) ou 1 rœntgen $=0{,}11$ $\frac{erg}{cm^3}$

(d'air). Par conséquent, on peut définir le rœntgen comme la dose de rayonnement formant dans 1 cm^3 d'air dans des conditions normales $2,08 \cdot 10^9$ paires d'ions, ou comme la dose de rayonnement telle qu'il est absorbé une énergie de 0,11 *erg* dans 1 cm^3 d'air.

On appelle puissance de la dose la vitesse de sa croissance

$$P = \frac{D}{t}, \tag{2.29}$$

où D est la dose du rayonnement, t le temps de sa croissance uniforme.

La puissance de la dose est mesurée par la quantité d'énergie de rayonnement absorbée dans l'unité de volume d'air par unité de temps. Les unités de puissance sont : rœntgen/*s*, rœntgen/*min*, rœntgen/*h* et autres.

Les appareils servant aux mesures pratiques des doses de rayons X sont appelés *dosimètres* ou *rœntgenmètres*.

A p p l i c a t i o n d e s r a y o n s X. Les rayons X sont très utilisés dans la science et la technique. On s'en sert pour l'étude des corps amorphes, des liquides, des cristaux, des atomes et des molécules (analyse aux rayons X). La radiographie est très répandue aussi bien en médecine pour déceler fractures, corps étrangers (aiguilles, balles, etc.), tissus malades, qu'en technique : radioscopie industrielle. Cette dernière est particulièrement importante pour la vérification de la qualité des articles et des parties soudées ; on détecte ainsi les cavités, les failles et les inclusions étrangères. En se servant de puissantes impulsions de rayons X, on arrive à filmer le mouvement d'une balle dans un corps, le mouvement de mécanismes cachés, etc. Très répandue est également l'analyse spectrale par rayons X, qui est souvent plus simple et plus commode que l'analyse chimique ordinaire. On emploie l'analyse spectrale par les rayons X pour : 1) l'analyse chimique de fines couches de matières (quelques microns), 2) déceler des éléments en quantités infimes, 3) l'analyse rapide, etc.

§ 15. Générateurs quantiques : lasers et masers *

Lorsque des photons sont absorbés par un milieu, une partie de leur énergie s'accumule sous forme d'énergie interne d'excitation des atomes.

Après un laps de temps, les atomes excités retournent spontanément à leur état initial en émettant des photons (fig. IV.91,*a*). Mais, on peut agir sur l'atome excité avec un autre photon extérieur ayant

---

* Le mot « maser » est composé des premières lettres des mots « microwave amplification by stimulated emission of radiation » ; le mot « laser » n'a en considération que les ondes lumineuses « light amplification by stimulated emission of radiation ».

la même énergie que celle des photons émis spontanément ; dans ce cas, l'atome excité passe à un niveau énergétique inférieur et émet un photon qui s'ajoute au photon incident (fig. IV.91, *b*).

Une telle émission forcée est appelée induite. C'est un processus inverse de celui de l'absorption du photon par le milieu.

Il est très important que les photons alors émis ont la même fréquence, la même phase et direction que les photons stimulant l'émission des atomes excités. En émission spontanée, par contre, les photons ont différentes phases et directions, tandis que leurs fréquences s'étalent dans un certain intervalle.

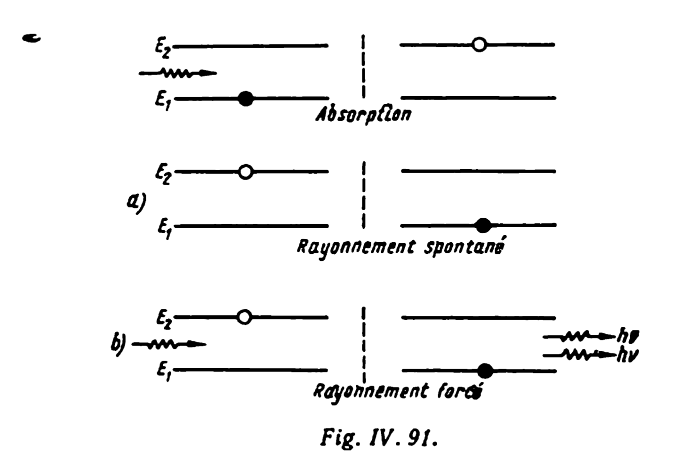


Fig. IV. 91.

Les photons induits, se mouvant ensuite dans une même direction, rencontrent d'autres atomes excités et stimulent à nouveau une émission de photons semblables : ainsi croissent en avalanche les photons.

Les milieux dans lesquels est possible l'émission induite (stimulée) ont un coefficient d'absorption négatif, puisque le flux de rayonnement traversant ces milieux ne s'affaiblit pas, mais se renforce ; ceci oblige à considérer k négatif dans la loi d'absorption $J = J_0 e^{-kx}$.

Ces milieux se distinguent des milieux ordinaires par le fait qu'ils contiennent plus d'atomes excités que non excités.

Pour que le milieu puisse renforcer le flux, il faut que le nombre d'actes d'émission stimulée de photons soit supérieur au nombre d'actes d'absorption de photons. Mais le premier est proportionnel au nombre d'atomes excités du milieu, et le second au nombre des atomes à l'état normal.

Dans les conditions normales, il y a plus souvent absorption qu'émission forcée. L'explication en est que le nombre d'atomes non excités est toujours plus grand que celui des atomes excités, et qu'on a la même probabilité de passage dans l'un ou l'autre sens sous l'action des photons extérieurs.

V. A. Fabricant a, le premier, en 1940, montré la possibilité de réaliser un milieu à coefficient d'absorption négatif. Plus tard, dans les années cinquante, la réalisation concrète est due à N. Bassov et A. Prokhorov en URSS et à C. Townes et T. Gordon aux Etats Unis.

Pour obtenir un milieu se trouvant dans des conditions hors d'équilibre, il faut soit amener ses particules à un niveau énergétique plus élevé en fournissant de l'énergie de l'extérieur, c'est-à-dire les exciter, soit, par un moyen quelconque, éloigner du milieu les particules se trouvant à un niveau inférieur. On utilise souvent les deux moyens à la fois.

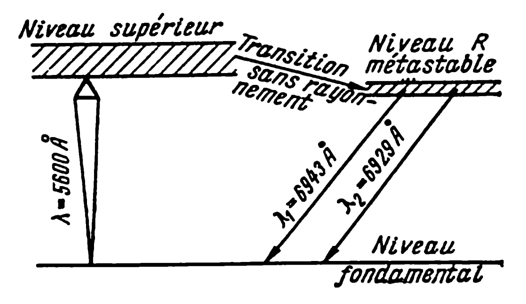


Fig. IV. 92.

Les composantes principales du générateur quantique sont : un milieu actif siège de l'émission forcée, une source d'excitation des particules de ce milieu et un dispositif permettant de renforcer l'avalanche photonique.

A titre d'exemple, envisageons le schéma et le principe de fonctionnement du générateur quantique optique d'impulsions à rubis.

Il est composé d'un cristal de rubis artificiel (milieu actif), qui est de l'oxyde d'aluminium Al_2O_3 (corindon), dans lequel un nombre insignifiant d'atomes d'aluminium sont remplacés par des atomes de chrome : plus il y a de chrome, plus le rouge du rubis est foncé. Cette coloration provient de ce que les atomes du chrome ont une absorption sélective de la lumière dans la bande vert-jaune du spectre. Pendant cette absorption, les atomes de chrome passent à l'état excité. La transition inverse est caractérisée par l'émission de photons. La fig. IV.92 représente le schéma simplifié de la génération du rayonnement stimulé dans le rubis.

Lorsque le cristal de rubis est irradié par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 5600$ Å, les ions de chrome passent au niveau énergétique supérieur. Il est important que le retour des ions à l'état fondamental s'effectue par deux transitions consécutives.

La première transition (sans rayonnement) conduit à un niveau intermédiaire dit métastable (niveau *R*). Au cours de cette transition les ions de chrome cèdent leur énergie au réseau cristallin du rubis. Les ions séjournent plus longtemps au niveau intermédiaire qu'au niveau supérieur, et le niveau métastable se trouve ainsi surpeuplé.

Le retour des ions à l'état fondamental s'opère avec émission de deux raies rouges étroites : $\lambda_1 = 6943$ Å et $\lambda_2 = 6929$ Å. Ce retour est une avalanche provoquée par des photons de même longueur d'onde.

Le rubis employé dans le laser a la forme d'une petite tige de 4 à 5 *cm* de longueur et d'environ 0,5 *cm* de diamètre. Les champs plans de cette tige sont rigoureusement parallèles, bien polis et argentés, de sorte qu'on a deux miroirs, en regard, dont l'un est translucide (fig. IV.93,*A*).

La tige de rubis tout entière est placée près d'une lampe électronique à impulsions (fig. IV.93).

Le schéma simplifié de fonctionnement d'un tel générateur est le suivant.

La lumière de la lampe à impulsions absorbée par les atomes de chrome, met la plupart de ces atomes dans un état excité (fig. IV.93,*B*).

Certains atomes de chrome excités émettent spontanément des photons et passent à un niveau énergétique plus bas.

Les photons se mouvant parallèlement à l'axe du rubis, entraînent, en se réfléchissant sur les miroirs des champs, un nombre de plus en plus grand d'atomes de chrome dans l'émission induite (fig. IV.93, *C*,*D*, *E*) : il se produit une avalanche photonique. Lorsque l'amplification est suffisante, une partie du faisceau émerge à travers le champ translucide du cristal.

Fig. IV. 93.

Les photons du faisceau ont même fréquence et même phase, de sorte que le faisceau est très monochromatique.

La puissance de sortie des lasers de rubis atteint 10^4 *W* (impulsions), lorsque la section du faisceau est d'environ 1 cm^2. La divergence d'un tel faisceau n'est que de 0,001 radian, le faisceau s'élargissant de 1 *m* sur un 1 *km*. Si, concurremment, on emploie un système optique, le faisceau ainsi focalisé peut échauffer localement du graphite à 8000°C en moins de $5 \cdot 10^{-4}$ *s*.

Outre les lasers à rubis, on a mis au point actuellement des lasers

à gaz, à mélange d'hélium et de néon, possédant une série d'avantages essentiels sur les lasers à cristaux.

Concurremment aux générateurs quantiques optiques, on a mis au point des générateurs quantiques dans la bande des ondes courtes, qui sont employés avec succès. Ils ont été appelés masers.

Les générateurs quantiques aussi bien de longueurs d'ondes optiques que radio ont d'ores et déjà un grand nombre d'applications : localisation lumineuse des corps célestes (lune, planètes), liaison et pilotage des satellites artificiels, mesure de distances cosmiques, systèmes télémétriques pour les levées cartographiques sur terre, contrôle de processus chimiques, soudage et coupage de matériaux sur 1 micron ; ils sont employés en médecine, biologie, etc.

Chapitre III

PHYSIQUE DE L'ATOME

§ 16. Modèle nucléaire de l'atome. Niveaux d'énergie discrets

L'idée qu'on a aujourd'hui de la structure des atomes est le fruit d'un grand nombre de données expérimentales. Etudiant la diffusion de particules α, le physicien anglais Rutherford a établi que toute la charge positive de l'atome et presque toute sa masse sont concentrées dans le noyau, dont les dimensions sont de l'ordre de 10^{-13} *cm*.

Schématiquement, l'expérience de Rutherford a été représentée sur la fig. IV.94.

Une source radioactive R émet des particules α dont une partie traverse le diaphragme et est diffusée par la feuille F. Un petit écran fluorescent E peut être placé dans diverses positions relativement à la feuille.

L'impact de chaque particule sur l'écran produit une petite scintillation observable au microscope M. Comptant le nombre de scintillations pendant un temps déterminé pour divers angles de déviation des particules α, on peut déterminer la distribution de la diffusion des particules dans l'espace.

Il a résulté de ces expériences que seul dans le centre des atomes se trouve un noyau positivement chargé d'un diamètre d'environ 10^{-13} *cm*. On a observé des écarts brusques des particules α à leur passage près du noyau de l'atome, alors qu'elles subissaient la répulsion coulombienne (fig. IV.95).

En partant de ces recherches, Rutherford proposa un modèle planétaire de la structure de l'atome ; en vertu de cette théorie, l'atome est constitué d'un noyau pesant positivement chargé d'environ 10^{-13} *cm* de diamètre, autour duquel gravitent des électrons sur des orbites fermées (couche ou cortège électronique). La charge du noyau est égale à la charge de tous les électrons. Dans le noyau se trouve concentrée presque toute la masse de l'atome.

Le modèle planétaire de l'atome de Rutherford explique bien les expériences de diffusion des particules α par la matière. Il a permis de déterminer la charge du noyau et il a été établi que cette charge (c'est-à-dire le nombre des charges élémentaires positives

dans le noyau) est égale au numéro d'ordre Z de l'élément dans le système de Mendéléev : $q = Ze$.

Toutefois, le modèle de l'atome de Rutherford implique un certain nombre de difficultés insurmontables qui se résument en ce qui suit.

Conformément aux lois de l'électrodynamique classique, toute charge électrique tournant sur une orbite, c'est-à-dire avec une certaine accélération, doit continuellement rayonner des ondes électromagnétiques avec la même fréquence que celle de la rotation du corps. Le rayonnement accompagnant la rotation des électrons autour du noyau doit avoir lieu aux dépens de l'énergie de l'atome et

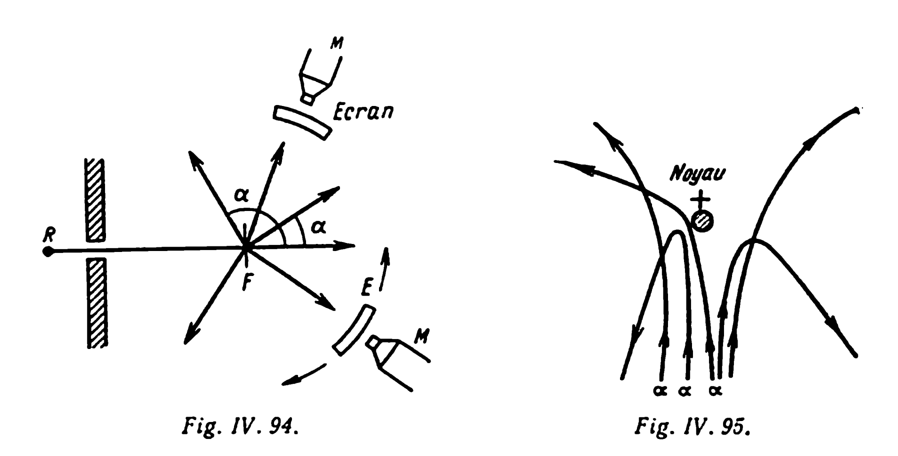


Fig. IV. 94. *Fig. IV. 95.*

les électrons doivent se rapprocher du noyau. En même temps qu'un électron se rapproche du noyau, sa période de révolution et, par conséquent, la fréquence de la lumière rayonnée doivent varier d'une manière continue.

Il en résulte que le spectre de l'atome de Rutherford devrait être, en vertu de ces lois, *continu* ; en fait, tout atome est caractérisé par un spectre *discret*. En outre, par suite de la déperdition continue d'énergie, les électrons devraient tomber sur le noyau et l'atome cesserait d'exister en tant que système planétaire.

Le physicien danois Niels Bohr a introduit de nouvelles notions quantiques dans le schéma de l'atome de Rutherford.

Initialement, Bohr a posé à la base des calculs sur les atomes les trois postulats suivants :

1. Il existe dans les atomes des orbites particulières « stationnaires » pour les électrons ; le mouvement des électrons sur ces orbites n'est pas accompagné de rayonnement.

2. Sur les orbites stationnaires le moment cinétique (moment de la quantité de mouvement) d'un électron est égal à un multiple de

$\frac{h}{2\pi}$, h étant la constante de Planck. On a :

$$mvr_n = n\frac{h}{2\pi}, \qquad (3.1)$$

m étant la masse de l'électron, v sa vitesse sur la n-ième orbite possible de rayon r_n. La formule (3.1) est la condition de quantification du rayon ou du moment cinétique.

3. *Lorsqu'un électron passe d'une orbite à une autre, il y a émission ou absorption d'un quantum d'énergie.* Alors, le quantum d'énergie émis ou absorbé $h\nu$ est égal à la différence des énergies E_k et E_n de l'atome avant et après le changement d'orbite par l'électron et, par conséquent :

$$h\nu = E_k - E_n. \qquad (3.2)$$

Cette égalité est la condition des fréquences de Bohr.

Il a résulté des études ultérieures que l'énergie de l'atome dépend non seulement de la distance entre les électrons et le noyau, mais aussi, dans une certaine mesure, d'un certain nombre d'autres facteurs. Pour chacun de ces facteurs, il existe des conditions quantiques déterminant la possibilité de tels ou tels états des électrons dans l'atome. Ceci étant, les principaux postulats de la théorie de Bohr s'énoncent :

1. Les atomes n'existent que dans des états stationnaires déterminés et possèdent dans chacun de ces états des énergies déterminées E_1, E_2, E_3, ... , dites niveaux énergétiques de l'atome. Lorsqu'un atome se trouve dans un de ces états énergétiques stationnaires, il ne rayonne pas d'énergie.

2. L'émission ou l'absorption d'un quantum d'énergie se fait avec passage de l'atome d'un état stationnaire de niveau E_1 à un autre état de niveau E_2 conformément à la condition des fréquences (3.2).

Ces faits sont illustrés notamment par les expériences de Frank et Hertz, dont on a donné le schéma sur la fig. IV.96,*a*. Les électrons émis par la cathode chauffée sont accélérés par le champ électrique entre la cathode et la grille, puis, traversant la grille, atteignent la plaque et donnent un courant dans le galvanomètre G. On applique entre la grille et la plaque un petit potentiel de freinage $U_f = 0{,}5\ V$, ce qui fait que les électrons qui ont traversé la grille avec une faible vitesse sont refoulés en sens inverse, c'est-à-dire qu'ils n'atteignent pas la plaque et ne passent pas dans le galvanomètre.

Lorsqu'on augmente le potentiel d'accélération en commençant par de petites valeurs, l'intensité du courant dans le galvanomètre croît d'abord monotonement, mais tombe brusquement lorsque $U = 4{,}9\ V$. Puis le courant croît de nouveau avec U, mais lorsque $U = 2\cdot 4{,}9 = 9{,}8\ V$, il y a une nouvelle chute de l'intensité du courant. Une troisième chute a lieu pour $U = 3\cdot 4{,}9 = 14{,}7\ V$, etc. (fig. IV.96,*b*).

Les phénomènes observés s'expliquent comme suit. Dans leur course de la cathode à la grille les électrons heurtent les atomes du gaz contenu dans le récipient, par exemple des atomes de vapeur de mercure. Ces collisions peuvent être classées en deux groupes :

1) *collisions élastiques*, avec observation des lois de conservation de l'énergie *mécanique* et de quantité de mouvement des particules qui s'entrechoquent — des électrons et des atomes de mercure. Comme la masse de l'électron est bien plus petite que la masse de l'atome de mercure, lors des collisions de ce genre l'électron rebondit sur l'atome et la grandeur de sa vitesse est presque conservée, ainsi que son énergie. En ce qui concerne l'atome, seul son mouvement de translation est quelque peu altéré. Il est essentiel que l'*état interne de l'atome ne change pas* lors de ces collisions ;

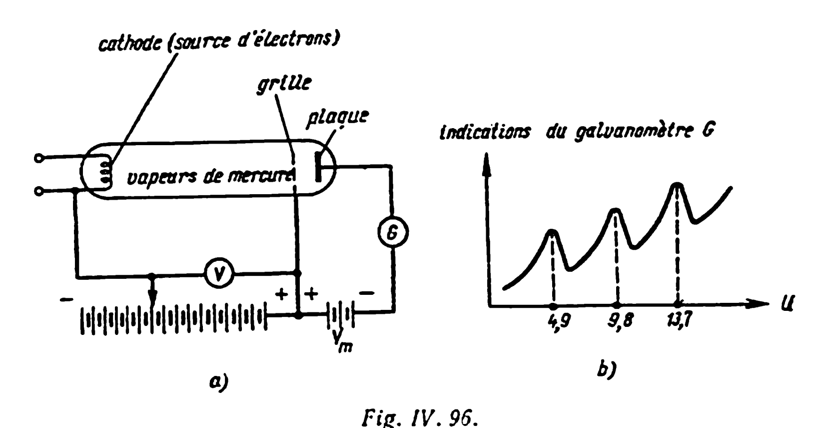


Fig. IV. 96.

2) *collisions inélastiques*, la plus grande partie de l'énergie mécanique de l'électron servant à changer l'état interne de l'atome.

La chute brutale de l'intensité du courant pour $U = 4{,}9\ V$ montre qu'alors les électrons subissent des chocs inélastiques avec les atomes et perdent presque toute leur vitesse, et l'énergie résiduelle des électrons est insuffisante pour qu'ils puissent remonter le faible champ électrique entre la grille et la plaque. Lorsqu'on intensifie le champ accélérateur ($U > 4{,}9\ V$) l'électron accumule assez d'énergie pour le choc inélastique avant même de s'être approché de la grille et, ayant heurté un atome de mercure, il lui cède toute cette énergie.

Cependant, l'électron arrêté par ce choc est de nouveau accéléré dans le champ vers la grille et possède suffisamment d'énergie pour remonter le champ opposé, il atteint la plaque et l'intensité du courant augmente de nouveau. Ceci explique la nouvelle montée de la courbe du courant lorsque la tension passe le cap de $4{,}9\ V$.

Lorsque $U = 2 \cdot 4{,}9 = 9{,}8\ V$, sur le trajet restant après le premier choc inélastique, l'électron accumule de nouveau suffisamment

d'énergie pour un choc inélastique et, heurtant au voisinage immédiat de la grille un atome, il perd de la vitesse et ne peut se mouvoir vers l'autre électrode, l'intensité du courant tombe de nouveau. Lorsqu'on fait croître la différence de potentiel, le même phénomène se répète encore une fois : pour $U=3\cdot 4{,}9=14{,}7\ V$ on observe une nouvelle chute du courant.

Les expériences de Frank et Hertz confirment le postulat fondamental de la théorie quantique de l'atome : elles montrent que l'atome n'est pas sensible aux chocs de l'électron tant qu'il ne cède pas assez d'énergie pour que l'atome puisse passer d'un niveau énergétique à un autre, d'un état stationnaire à un autre.

Dans cette même expérience, Frank et Hertz ont montré que la vapeur de mercure soumise à un bombardement d'électrons d'énergie supérieure à 4,9 eV commence à émettre de la lumière ultraviolette de longueur d'onde $\lambda=0{,}2537\mu$. Ceci a lieu parce que les atomes de mercure excités par les chocs des électrons reviennent à l'état normal en émettant des photons d'énergie $h\nu=4{,}9\ eV$. En effet, $4{,}9\ eV=7{,}84\cdot 10^{-19}\ J$

$$h\nu=\frac{hc}{\lambda}=\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{0{,}2537\cdot 10^{-6}}=7{,}83\cdot 10^{-19}\,J.$$

Par conséquent, l'énergie gagnée par l'atome de mercure lors d'un choc inélastique avec un électron est égale à l'énergie de photon de lumière rayonné par l'atome.

Il a été établi par la suite que les autres atomes aussi ne peuvent absorber que des portions discrètes d'énergie.

Ainsi, pour la vapeur de sodium il y a choc inélastique lorsque $U=2{,}1\ V$, pour la vapeur de zinc quand $U=4{,}1\ V$ et pour l'hélium quand $U=19{,}75\ V$.

§ 17. Théorie de l'atome d'hydrogène ; formules des séries spectrales

L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron, qui ont la même charge, au signe près. La masse de l'électron n'est que 1/1840-ième de celle du proton, aussi peut-on admettre que l'électron tourne autour du proton immobile. Dans le cas le plus simple, on supposera que les orbites électroniques sont des cercles concentriques au centre desquels se trouve le proton.

La force d'attraction entre les électrons et le proton est déterminée par la loi de Coulomb. C'est la force centripète maintenant l'électron sur son orbite. Par conséquent :

$$\frac{mv^2}{r_n}=\frac{e^2}{r_n^2}. \tag{3.3}$$

Conformément au postulat de Bohr (3.1), les rayons des orbites doivent vérifier la condition

$$mvr_n=n\frac{h}{2\pi}.$$

Résolvant simultanément ces équations, on obtient pour le rayon de la n-ième orbite

$$r_n = n^2 \frac{h^2}{4\pi^2 me^2}, \qquad (3.4)$$

où $n=1, 2, 3$ ... est n'importe quel entier.

Substituant dans (3.4) les valeurs numériques de h, m, e, on trouve que le rayon de la première orbite possible ($n=1$) est égal à $r_1 = 0{,}53 \cdot 10^{-8}$ *cm*.

Cette valeur ne s'écarte pas de celle des dimensions de l'atome d'hydrogène obtenues par la théorie cinétique des gaz.

L'énergie de l'atome est constituée de l'énergie potentielle d'interaction du noyau et de l'électron et de l'énergie cinétique du mouvement de l'électron sur son orbite avec la vitesse v.

On peut calculer la grandeur de l'énergie potentielle en tenant compte de ce que le travail de la force électrique d'attraction lorsqu'on éloigne l'électron de la distance r_n à l'infini est égal, au signe près, à la variation de l'énergie potentielle.

Par conséquent :

$$dU = -F\,dr; \quad F = -\frac{e^2}{r_n^2},$$

$$U = e^2 \int_{\infty}^{r_n} \frac{dr}{r^2} = -\frac{e^2}{r_n}.$$

L'énergie cinétique de l'électron, comme on le voit sur (3.3), est égale à :

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{r_n}.$$

L'énergie totale de l'atome d'hidrogène $E = \frac{mv^2}{2} + U$, s'écrit

$$E_n = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{r_n}.$$

Tenant compte de la valeur r_n dans (3.4), écrivons :

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{2\pi^2 me^4}{h^2}. \qquad (3.5)$$

Substituant les valeurs numériques des grandeurs entrant dans (3.5), on obtient les grandeurs des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène :

premier niveau ($n=1$) $E_1 = -13{,}55$ *eV*,

deuxième niveau ($n=2$) $E_2 = -\frac{13{,}55}{4} = 3{,}39$ *eV*,

troisième niveau ($n=3$) $E_3 = -\frac{13{,}55}{9} = -1{,}50$ *eV*, etc.

Etant donné que l'énergie totale de l'atome est négative, plus sa valeur absolue est petite, et plus l'énergie totale est grande, c'est-à-dire que l'énergie de l'atome croît en même temps que le rayon de l'orbite. Lorsque $n=\infty$, $E=0$; c'est la valeur maximum de l'énergie du système constitué d'un proton et d'un électron.

On peut généraliser la formule (3.5) aux atomes hydrogénoïdes (dont la charge du noyau est Ze) possédant un seul électron.

Tels sont l'ion de l'hélium He^+ ($Z=2$), les ions du lithium Li^{++} ($Z=3$), etc.

On obtient dans ce cas

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2}.$$

Se servant de la théorie de Bohr, on peut expliquer l'origine des spectres de raies, et pour l'atome le plus simple, celui de l'hydrogène, elle permet d'expliquer l'essence des lois du spectre, qui avaient été trouvées auparavant par voie empirique.

A la fin du XIX siècle, Balmer, en Suisse, a établi que les longueurs d'onde (ou les fréquences) dans la partie visible du spectre de l'hydrogène satisfont à une formule empirique formant ce que l'on appelle une série. Cette formule s'écrit

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{m^2}\right),$$

ν étant la fréquence des oscillations des raies spectrales, R une constante, dite constante de Rydberg, qui vaut $3{,}290\cdot 10^{15}\ s^{-1}$, $m=3, 4, 5...$ Les raies spectrales vérifiant cette condition constituent la *série dite de Balmer.*

Lors des études spectroscopiques, on utilise souvent pour caractériser les raies non pas la fréquence des oscillations, mais ce qu'on appelle le *nombre d'ondes*, qui est le nombre d'ondes comprises dans 1 *cm*, égal à $\frac{1}{\lambda}=\frac{\nu}{c}$, c étant la vitesse de la lumière. Dans ce cas la formule garde sa forme, mais $R=109\,678\ cm^{-1}$.

Attribuant à m les valeurs 3, 4, 5, ... jusqu'à l'infini, on trouve toutes les raies de la partie visible du spectre de l'hydrogène. Pour $m=3$ on a la raie H_α, pour $m=4$ la raie H_β, etc. Sur la fig. IV. 97, *a* on a donné le schéma de la disposition de ces raies.

A la lumière de la théorie de Bohr cette loi a acquis un sens physique.

En effet, l'émission de lumière par l'atome a lieu conformément à la condition des fréquences $h\nu=E_1-E_2$, où E_1 et E_2 sont les valeurs discrètes des niveaux d'énergie de l'atome.

Désignons par E_n le niveau normal le plus bas de l'énergie, par E_m un niveau d'énergie quelconque, plus élevé ; il résulte alors de (3.2) et (3.5) que

$$\nu = R\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right), \tag{3.6}$$

où $\frac{2\pi^2 me^4}{h^3} = R$. Substituant dans cette dernière expression les valeurs des constantes, on obtient $R = 3{,}27 \cdot 10^{15} s^{-1}$, ce qui correspond aux valeurs indiquées ci-dessus obtenues expérimentalement.

Remarquons à présent que les nombres n et m représentent, d'après le sens de la déduction de la formule (3.5), le numéro des rayons des orbites admissibles dans l'atome d'hydrogène.

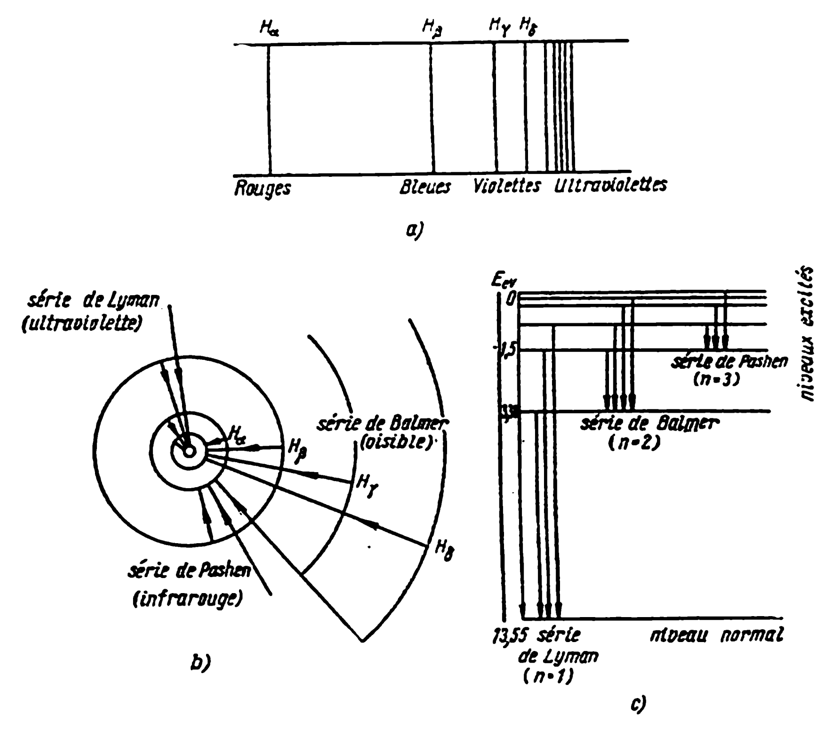


Fig. IV. 97.

Attribuant à n la valeur 2 et posant $m = 3, 4, 5, \ldots$, on obtient un groupe de raies, formant la série de Balmer, émises par l'atome lorsque son électron saute successivement de la troisième orbite, de la quatrième, de la cinquième, ... sur la deuxième.

Posant $n = 1$ et $m = 2, 3, 4, \ldots$, on obtient une nouvelle série découverte par Lyman, située dans la partie ultraviolette du spectre. Cette série est formée lorsque l'électron passe d'une orbite éloignée sur la première. Lorsque $n = 3$ et $m = 4, 5, 6 \ldots$ on obtient encore une nouvelle série — de Pashen — située dans la partie infrarouge du spectre.

Par conséquent, la théorie de Bohr a non seulement expliqué le sens de la formule de la série de Balmer, mais encore elle a pré-

dit plusieurs autres séries, découvertes par la suite expérimentalement.

On a représenté schématiquement sur la fig. IV. 97,*b* la formation des séries du spectre de l'hydrogène. Il est naturel, qu'avant de rayonner, l'atome doive être excité, c'est-à-dire qu'il doit recevoir de l'extérieur une portion d'énergie par suite d'un choc avec un électron ou un atome ou bien encore après avoir absorbé un photon. En raison d'une telle excitation l'électron saute sur une orbite plus élevée, l'atome passe à un niveau d'énergie supérieur et, revenant à son état normal, émet un photon.

Sur la fig. IV, 97,*c* on a représenté graphiquement par des traits horizontaux les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, les traits verticaux montrent les passages d'un niveau à un autre.

En conclusion, notons que dans chaque série la distance entre les raies diminue progressivement lorsqu'on se déplace vers les ondes courtes et elles deviennent si serrées qu'il est difficile de les distinguer. En outre, chaque série a une limite d'interruption dans les ondes courtes, appelée tête de la série ; sa fréquence est déterminée par la formule (3.6) pour $m=\infty$, ce qui signifie du point de vue physique la chute de l'électron sur une des orbites à partir de l'infini, c'est-à-dire l'association de l'électron à l'ion d'hydrogène.

La théorie de Bohr explique avec succès la structure du spectre de l'atome d'hydrogène. Grâce à la simplicité de ce système atomique, on peut calculer avec suffisamment de précision la valeur des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène.

Or, déjà pour le système atomique suivant — l'atome d'hélium, composé d'un noyau avec $Z=2$ et de deux électrons — le problème devient très compliqué et le calcul théorique ne conduit pas à des résultats concordant avec l'expérience. C'est seulement dans le cas des atomes hydrogénoïdes, à un seul électron, que l'on obtient des résultats conformes à l'expérience.

Alors la charge du noyau central est Ze ($2e$ pour l'hélium, $3e$ pour le lithium) et la formule spectrale devient

$$\nu = RZ^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right),$$

Z étant le numéro atomique, et les autres grandeurs ayant la même valeur que dans (3.6).

§ 18. Rayons X caractéristiques. Loi de Moseley

Le rayonnement caractéristique est obtenu lorsqu'on soumet la matière à un bombardement d'électrons rapides, de particules α, de protons, ainsi que par irradiation de rayons X de longueur d'onde suffisamment courte.

Lors du bombardement électronique, il y a excitation aussi bien d'un spectre continu que d'un rayonnement caractéristique (chap.

II, § 14), alors que le bombardement de particules α ou de protons ne donne que des rayons caractéristiques.

Lorsqu'on obtient des rayons X en irradiant de la matière avec d'autres rayons X, le rayonnement est constitué en partie de rayons primaires diffusés, en partie de l'émission caractéristique de la matière donnée.

Les spectres caractéristiques de rayons X sont constitués de plusieurs séries que l'on désigne par les lettres K, L, M, N, etc. Chaque série comprend un grand nombre de raies, que l'on désigne respectivement par K_α, K_β, ou L_α, L_β, etc.

Les fréquences correspondant aux raies des rayons X caractéristiques, et donc les énergies des photons émis, sont des dizaines de miliers de fois plus grandes que les fréquences et les énergies des photons du spectre visible. Il en résulte que l'émission par l'atome de rayons X caractéristiques est accompagnée d'importants changements de l'état énergétique de l'atome.

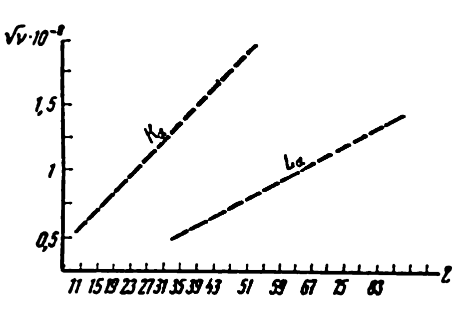


Fig. IV. 98.

Le savant anglais Moseley a établi que les fréquences du rayonnement caractéristique d'une série quelconque augmentent en même temps que le numéro d'ordre de l'élément, à savoir, la fréquence des raies du spectre de rayons X est proportionnelle à $(Z-b)^2$:

$$\nu = A\,(Z-b)^2, \qquad (3.7,a)$$

Z étant le numéro atomique, A et b des constantes. On déduit de (3.7,a)

$$\sqrt{\nu} = \sqrt{A}\,(Z-b). \qquad (3.7,b)$$

Par conséquent, la loi de Moseley peut être énoncée comme suit : *la racine carrée de la fréquence de la raie caractéristique correspondante est une fonction linéaire du numéro atomique de l'élément.* Sur la fig. IV. 98 la loi de Moseley (3.7) a été représentée graphiquement : on a porté en abscisses les numéros d'ordre des éléments et en ordonnées la racine carrée de la fréquence d'une raie quelconque des spectres caractéristiques.

En partant de la représentation de Bohr du mécanisme du rayonnement optique de l'atome, Moseley a montré que la constante $A = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, où R est la constante de Rydberg, n et m des entiers. D'après les mesures de Moseley la constante b conserve sa valeur dans les limites d'une série pour tous les éléments. Pour la série K elle est égale à 1, pour la série L à 7,5.

Substituant la valeur de A dans (3.7,a) on obtient la formule des fréquences des rayons X :

$$\nu = R\,(Z-b)^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right).$$

Elle diffère de la formule spectrale de Bohr pour l'atome d'hydrogène ou pour un ion hydrogénoïde par le fait que le nombre caractérisant la charge totale du noyau, Z, y est diminué d'une constante, la même dans les limites d'une série pour tous les atomes du système de Mendéléev. L'apparition de la constante b, appelée constante de blindage, s'explique par le fait que dans les atomes lourds l'attraction électrostatique de l'électron vers le noyau est quelque peu affaiblie par la présence des électrons sur les autres orbites.

La constante b correspondant à une série déterminée est la même pour tous les éléments du système périodique. Cela signifie que la partie interne de tous les atomes complexes est construite de la même manière, c'est-à-dire que les électrons des groupes internes sont identiquement disposés et donc produisent un même effet de blindage.

L'étude des spectres X a conduit à la structure suivante de l'enveloppe électronique des atomes.

A l'intérieur de l'atome les électrons se divisent en groupes (couches). La première couche, la plus proche du noyau, est la couche K, la suivante la couche L, puis vient la couche M, etc.

Selon la distance des couches au noyau, les électrons de ces couches se trouvent dans divers états énergétiques. Chaque couche ne peut contenir qu'un nombre bien déterminé d'électrons conformément à la théorie quantique, ce dont il sera question plus bas.

Plus le numéro d'ordre de l'élément est grand, plus il possède d'électrons et plus l'atome contient de couches pleines. Les électrons restants forment le groupe des électrons optiques ou de valence — la couche extérieure. Ces électrons engendrent tout le spectre optique et déterminent la valence chimique. Les électrons des couches internes pleines créent le rayonnement X caractéristique, dont on peut se représenter grossièrement le mécanisme comme suit.

Sous l'influence d'une action extérieure, par exemple du choc d'un électron lancé par la cathode sur l'anode dans un tube à rayons X, un électron est expulsé d'une des couches internes K, L, M, etc. Cet électron quitte complètement l'atome. Il ne peut échoir dans une couche plus élevée, étant donné qu'à l'état normal toutes les couches sont saturées, sans place vacante. Ainsi, il se forme une place vacante dans l'une des couches, et l'atome se trouve excité. Un électron d'une couche plus élevée vient occuper la place libre, l'énergie de l'atome diminue et il émet un photon, dont la fréquence est déterminée par la condition des fréquences de Bohr :

$$h\nu = E_n - E_m,$$

n et m étant les numéros des couches K, L, M, ...

Le passage $L \rightarrow K$ ($h\nu = E_L - E_K$) correspond à l'émission de la raie la plus molle de la série K, appelée K_α, le passage $M \rightarrow K$ à la raie K_β, etc. La frontière de cette série correspond au passage d'un électron libre sans transition dans la couche K. C'est la raie la plus dure de la série K. La même chose se répète lors de l'excitation de la série L.

Il est très important de remarquer que pour l'excitation, par exemple, de la série K, il faut préalablement dépenser de l'énergie pour expulser un électron de la couche K hors de l'atome, étant donné que tous les groupes internes sont saturés. La place libre dans la couche K peut être occupée par un électron de n'importe quelle couche, c'est-à-dire qu'il peut y avoir émission d'une raie quelconque de la série K. Ordinairement un grand nombre d'atomes participent à l'émission : un atome émet une raie, un autre atome une autre raie, et toute la série K apparaît d'un coup. Simultanément apparaissent aussi des séries plus molles L, M, etc.

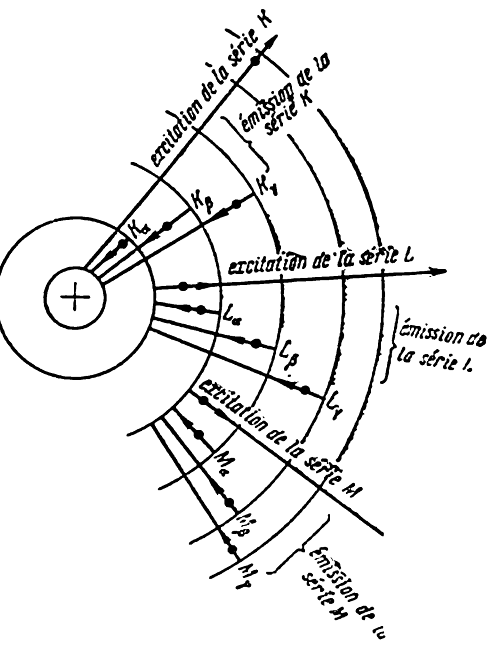


Fig. IV. 99.

Ainsi, dans les spectres X, contrairement aux spectres optiques, une série apparaît tout entière ou n'apparaît pas du tout si la quantité d'énergie apportée est insuffisante pour expulser hors de l'atome un électron d'une couche quelconque.

On a représenté schématiquement sur la fig. IV. 99 l'apparition de séries X caractéristiques.

§ 19. Notions sur les lois de quantification et sur les nombres quantiques. Système périodique de Mendéléev

La théorie de Bohr, qui explique bien les principaux traits de la structure du spectre et le mécanisme de la formation des raies spectrales de l'atome d'hydrogène et des ions hydrogénoïdes, s'est révélée insuffisante pour le calcul de la structure des atomes multiélectroni-

ques, l'explication de la structure de leurs spectres, de la nature de la valence et d'autres propriétés chimiques des atomes.

Force a été de compliquer la théorie et, en tant que modèle, elle a perdu quelque peu de sa clarté. L'élément fondamental de la théorie de Bohr — l'existence de niveaux énergétiques discrets dans l'atome — a été conservé, mais on a dû quantifier d'autres grandeurs influant sur l'état énergétique des électrons dans l'atome.

Il est apparu finalement que l'état de chaque électron dans l'atome doit être déterminé par *quatre nombres quantiques* :

1. Le nombre quantique principal n détermine les dimensions d'une orbite (son rayon ou son demi-grand-axe dans le cas d'une orbite elliptique). De ce nombre dépend essentiellement l'énergie de l'électron dans l'atome. Il ne peut prendre que des valeurs entières de 1 jusqu'à l'infini.

2. Le nombre orbital l détermine l'excentricité de l'orbite ou le moment orbital de la quantité de mouvement de l'électron et ne peut prendre que des valeurs entières de 0 à $n - 1$, où n est le nombre quantique principal.

Les *différentes* combinaisons des nombres n et l correspondent au mouvement sur des ellipses différemment allongées.

L'ensemble de tous les électrons en mouvement sur ces orbites représente une couche (enveloppe) électronique correspondant au nombre quantique principal donné et au niveau d'énergie donné, qui se subdivise en petits sous-niveaux.

La couche correspondant à $n=1$ est appelée couche K, à $n=2$ correspond la couche L, à $n=3$ la couche M, etc.

Les valeurs numériques du nombre quantique l sont désignées habituellement par les lettres du schéma suivant :

l:	0,	1,	2,	3,	4,	5
lettre:	s,	p,	d,	f,	g,	h

On convient de transcrire les états électroniques ainsi : le nombre quantique n par un chiffre et le nombre l par la lettre correspondante. De la sorte, l'état des électrons dans la couche K ($n=1$, $l=0$) s'exprime par le symbole 1s ; dans la couche L ($n=2$) pour $l=0$ par le symbole 2s et pour $l=1$ par le symbole 2p, etc.

3. Le troisième nombre quantique m_l est appelé nombre quantique magnétique.

Il définit l'orientation spatiale de l'orbite de l'électron, c'est-à-dire la projection sur un axe quelconque du vecteur moment de la quantité de mouvement de l'électron. Il caractérise aussi l'orientation du moment magnétique orbital de l'électron dans le champ magnétique.

Comme une orbite sur laquelle évolue un électron peut être considérée comme un contour parcouru par un courant, il en résulte que l'électron possède un moment magnétique orbital. Lorsqu'un atome

est placé dans un champ magnétique extérieur, l'électron acquiert une énergie complémentaire dont la grandeur dépend de la projection du moment magnétique orbital de l'électron sur la direction du champ. Des niveaux énergétiques nouveaux apparaissent donc, ce qui se traduit dans le spectre de l'atome par la séparation des raies spectrales. Ce phénomène a été observé par Zeeman déjà en introduisant une flamme dans un champ magnétique intense.

Conformément au principe fondamental de la théorie quantique, l'énergie de l'atome dans un champ magnétique doit être quantifiée ; elle ne peut prendre qu'une série de valeurs discrètes, et comme l'énergie dépend de la projection du moment magnétique sur la direction du champ, cette projection se quantifie selon la loi suivante : la grandeur de la projection, désignée par le nombre quantique m_l, peut prendre seulement des valeurs entières positives ou négatives : de $-l$ à $+l$, y compris zéro :

$$m_l = +l; \ +(l-1) \ldots 0 \ldots -(l-1); \ -l,$$

par conséquent, m peut avoir en tout et pour tout $2l+1$ valeurs.

On a montré schématiquement sur la fig. IV. 100 quelles peuvent être les orientations dans un champ magnétique extérieur des moments magnétiques des orbites électroniques pour $l=1$ et $l=2$.

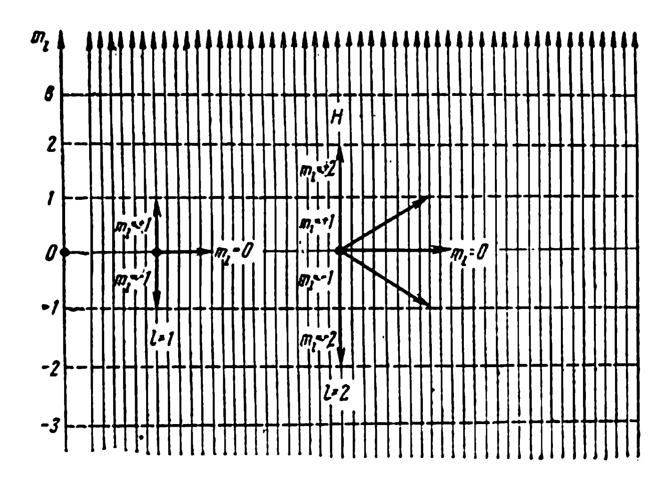


Fig. IV. 100.

4. Le quatrième nombre quantique m_s est dit spinoriel. Voilà son origine : l'étude des spectres des atomes a conduit à la découverte d'une fine structure des raies spectrales, observables aussi bien en l'absence de champ extérieur.

Toutes les raies, par exemple dans le spectre d'hydrogène, sont apparues comme des doublets, c'est-à-dire que chaque raie en représente deux voisines.

Pour expliquer cette structure fine, Julenbek et Hausmith ont émis l'hypothèse que l'électron est doué d'un mouvement de rotation propre. Le moment propre de la quantité de mouvement de l'électron est appelé son spin. Sa grandeur est $S=\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$ où h est la constante de Planck, ou simplement $S=\frac{1}{2}$, si l'on prend $\frac{h}{2\pi}$ pour unité de mesure du moment de la quantité de mouvement, comme c'est le cas en physique atomique.

La projection du spin de l'électron sur un axe quelconque ne peut avoir que deux valeurs : $+1/2$ et $-1/2$, ce qui correspond à l'orientation du spin soit parallèlement, soit antiparallèlement au champ magnétique extérieur, si l'orientation de celui-ci correspond à celle de l'axe. Actuellement, il est démontré que le spin de l'électron (ou d'une particule élémentaire quelconque) ne peut être conçu comme la rotation autour de son axe propre.

Le spin est une propriété particulière des particules élémentaires, et son existence, vérifiée expérimentalement, ne fait aucun doute.

Le spin de l'électron ou d'une particule élémentaire quelconque ne peut changer. C'est une caractéristique de la particule aussi importante que la masse et la charge.

Ainsi, l'état de l'électron dans l'atome est caractérisé par 4 nombres quantiques ; le nombre quantique principal (n), orbital (l), magnétique (m_l) et spinoriel (m_s).

Voyons maintenant quelle est la distribution des électrons selon ces états. Il faut pour cela avoir en vue que :

a) dans un même atome (ou molécule) il ne peut y avoir deux électrons ayant les mêmes 4 nombres quantiques. En d'autres termes, les états de tous les électrons dans un atome sont différents. C'est ce qu'on appelle le principe d'exclusion de Pauli, ainsi appelé en l'honneur du savant qui l'a formulé ;

b) à l'état fondamental l'atome et ses électrons sont doués du minimum d'énergie.

Ceci étant, on peut établir un lien entre la structure des couches électroniques de l'atome et sa place dans le système périodique de Mendéléev.

Dans l'atome d'hydrogène H la valeur minimum du nombre quantique principal est $n=1$; par conséquent, $l=0$; ($l=n-1$) ; $m_l=0$; $m_s=\pm 1/2$. Conformément à l'écriture admise, l'électron dans l'atome d'hydrogène H se trouve à l'état $1s$.

Dans l'atome de l'hélium He les deux électrons se trouvent à l'état $1s$, mais leurs spins sont antiparallèles : $+1/2$ et $-1/2$.

Schématiquement, cela peut être représenté comme suit :

Le lithium a trois électrons. Le troisième électron ne peut s'in-

1S 1S
H He
K-couche (n=1) K-couche (n=1)

troduire dans la couche $n=1$, étant donné que tous les états sont occupés et que le principe de Pauli ne le permet pas ; par conséquent, l'énergie du troisième électron doit être supérieure à celle des deux premiers. Il entrera dans la couche suivante $n=2$ (couche L). Son état est désigné par 2s :

1S 2S
Li
n=1 n=2
Be

Dans le béryllium (Be) le quatrième électron se distingue du troisième seulement par la valeur du spin. Lui aussi occupe l'état 2s.

L'atome de bore comprend 5 électrons. Le cinquième électron ne peut occuper l'état 2s, il doit occuper l'état 2p. Il ne peut y avoir en tout dans l'atome que 6 électrons à l'état 2p, car pour $l=1$, m_l peut avoir les valeurs l, $l-1$, $-l$, c'est-à-dire 1, 0, -1, et pour chacun d'eux le spin de l'électron pouvant avoir deux valeurs $+1/2$ et $-1/2$. Ainsi, il y a en tout 6 électrons à l'état 2p :

1S 2S 2p
B
n=1 n=2

Dans les éléments C, N, O, F, Ne les électrons occupent progressivement tous les états 2 p, et pour le néon toute la couche correspondant à $n=2$ se trouve saturée.

Le onzième électron du sodium doit se trouver dans la couche $n=3$ (couche M). Lorsque $n=3$, le nombre quantique l peut avoir 3 valeurs différentes : $l=0$, $l=1$ et $l=2$.

Lorsque $l=0$ dans l'état 3s peuvent se trouver 2 électrons de spins opposés. Pour $l=1$, à l'état 3p, comme il a été dit ci-dessus, peuvent se trouver 6 électrons.

Pour $l=2$ à l'état 3d on aura pour le nombre quantique m_l les valeurs : 2, 1, 0, -1, -2, en tout 5 valeurs, et pour chacune d'elles

deux électrons de spins opposés $\pm 1/2$. Par conséquent, on a en tout 10 électrons à l'état $3d$.

Le calcul montre qu'il ne peut y avoir dans la couche de nombre quantique principal n plus de $2n^2$ électrons avec différents états, c'est-à-dire avec différents nombres quantiques l, m_l, et m_s.

L'exposé ci-dessus permet de comprendre ce qui détermine la périodicité des propriétés des éléments établie par Mendéléev.

Les atomes de l'hélium, du néon et de l'argon, c'est-à-dire les atomes des gaz inertes, ont leurs couches entièrement saturées, et les propriétés de ces éléments sont analogues.

Dans les atomes de Li, Na, K on a un électron en sus des couches saturées — ces atomes jouissent aussi de propriétés analogues. Les atomes de Be, Mg, etc. ont deux électrons en sus des couches saturées. Par conséquent, la similitude des propriétés physiques et chimiques est une conséquence de la similitude de la structure des couches électroniques des atomes.

Chapitre IV

ÉLÉMENTS DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

§ 20. Propriétés corpusculaires et ondulatoires des particules

Il a été dit antérieurement que la lumière présente une dualité onde-corpuscule. Les phénomènes d'interférence et de diffraction de la lumière prouvent sa nature ondulatoire. Par ailleurs, des phénomènes comme l'effet photo-électrique, la diffusion comptonienne des rayons X, le caractère quantique de l'émission et l'absorption de la lumière montrent que la lumière représente un flux de particules — de photons.

Chaque photon peut être caractérisé par une énergie, une quantité de mouvement et une masse définies.

L'énergie du photon est donnée par la formule de Planck :

$$\varepsilon = h\nu. \qquad (4.1)$$

On peut calculer la masse du photon en comparant (4.1) avec la formule reliant l'énergie et la masse : $E=mc^2$

$$m_{ph}=\frac{h\nu}{c^2}. \qquad (4.2)$$

Il est facile de calculer l'impulsion du photon (la quantité de mouvement), en tenant compte de ce qu'il se meut à la vitesse de la lumière c

$$p=m_{ph}c=\frac{h\nu}{c}=\frac{h}{\lambda}. \qquad (4.3)$$

Remarquons qu'en parlant de la masse du photon on n'a en vue que le photon en mouvement.

En 1924, le physicien français Louis de Broglie a émis l'hypothèse que non seulement les photons, mais aussi les particules ordinaires de la matière doivent posséder des propriétés ondulatoires. Il a supposé que la relation $p=\frac{h}{\lambda}$ doit aussi avoir lieu pour les particules de la matière. Nous obtenons de là l'expression de la longueur d'onde de la particule de la matière

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}, \qquad (4.4)$$

v étant la vitesse des particules (de l'électron, du proton, etc.).

Si la particule se meut à de petites vitesses, m_0 est la masse de repos. Pour des vitesses proches de celle de la lumière.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ainsi, d'après Louis de Broglie, les particules en mouvement sont accompagnées d'ondes, portant le nom du savant.

En principe, les ondes de Louis de Broglie accompagnent aussi le mouvement de n'importe quel corps macroscopique. Mais alors les longueurs d'onde sont très courtes, puisque la quantité de mouvement des corps macroscopiques, en raison de leur grande masse, est toujours grande. Par exemple, pour une balle de tennis de 100 *g* lancée à la vitesse de 20 *m/s*

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{0,1 \cdot 20} = 3,31 \cdot 10^{-34}\, m.$$

Un électron parcourant une différence de potentiel de 10 000 volts acquiert une vitesse de $5,84 \cdot 10^7$ *m/s*, sa masse est $9,1 \cdot 10^{-31}$ *kg*, et, en vertu de (4.4),

$$\lambda = \frac{h}{mv} = 1,23 \cdot 10^{-11}\, m = 0,123 \text{ Å}.$$

L'unique preuve plausible de l'existence des propriétés ondulatoires des particules de la matière est donnée par l'existence des phénomènes de diffraction et d'interférence.

Effectivement étudiant la diffusion des électrons par la surface d'un monocristal de nickel, Davisson et Germer ont obtenu une figure de diffraction nette. Les maxima d'intensité des électrons réfléchis se trouvaient sous des angles donnés par la formule de Bragg (2.20) ; la longueur de l'onde accompagnant le mouvement de l'électron et calculée par la formule de Bragg était égale à la longueur de l'onde de Louis de Broglie définie par la formule (4.4).

Peu après les expériences de Davisson et de Germer, J. P. Thomson en Angleterre et Tartakovski en Union Soviétique ont obtenu la diffraction des électrons en faisant passer un faisceau d'électrons à travers des fines couches de différents métaux.

Il a été démontré plus tard que non seulement les électrons, mais aussi les protons et les neutrons et même les molécules d'hydrogène possèdent des propriétés ondulatoires : atteignant un cristal, ils produisent le phénomène de diffraction.

Actuellement, les expériences sur la diffraction des électrons et des neutrons et les instruments basés sur la diffraction ont un vaste champ d'application dans la science et la technique. La diffraction des électrons est employée pour l'étude de la structure des surfaces, par exemple pour l'étude de la corrosion, de l'absorption des gaz par les surfaces. Cette méthode est appelée électronographie. La présence de charge dans les électrons provoque leur forte interaction avec

la matière, et le pouvoir de pénétration des électrons est beaucoup plus petit que celui des rayons X. Cetté circonstance rend particulièrement précieuse l'étude électronographique de la structure des surfaces.

La diffraction des neutrons est employée dans la diffractométrie neutronique, qui est un moyen puissant dans l'étude des structures surtout des cristaux organiques, renfermant de l'hydrogène. Le fait est qu'il est impossible de définir la présence de l'hydrogène, et par suite la disposition des atomes d'hydrogène dans le cristal ni par rœntgenographie, ni par diffraction des électrons, parce que la diffusion des rayons X et des électrons dans l'hydrogène est insignifiante, tandis que les neutrons interagissent énergiquement avec l'hydrogène et donnent une figure de diffraction nette.

Les propriétés ondulatoires des électrons ont servi de base à une nouvelle branche de la science appelée *optique électronique*, dont l'instrument principal est le microscope électronique.

Le pouvoir de résolution du microscope électronique est déterminé par la longueur d'onde du rayonnement employé. Mais les longueurs des ondes électroniques, conformément à (4.4), dépendent de la vitesse des électrons. Utilisant de grandes tensions accélératrices, on peut obtenir des électrons de très petites longueurs d'onde et créer ainsi des microscopes électroniques de pouvoir de résolution bien plus grand que celui des microscopes optiques. Ainsi, pour des tensions accélératrices de 50 à 100 *kV*, le pouvoir de résolution des microscopes électroniques est proche de 20 Å.

§ 21. Principe d'incertitude. Limites d'application de la mécanique classique

Les microparticules (électrons, protons, atomes, photons, etc.) possèdent simultanément des propriétés corpusculaires et ondulatoires. Dans certaines conditions elles se comportent comme des ondes (phénomène de diffraction, d'interférence et de polarisation), dans d'autres, comme des corpuscules distincts (mouvement des particules α ou des électrons dans la chambre de Wilson, mouvement des électrons dans un tube cathodique, interaction d'un photon et d'un électron dans l'effet photo-électrique et l'effet Compton).

Une telle dualité des propriétés chez les mêmes êtres ne peut être expliquée du point de vue de la mécanique classique et doit amener inévitablement à la limitation pour ces êtres des notions de la mécanique classique, élaborées sur la base d'expériences sur des corps macroscopiques. Ainsi, lorsqu'un projectile vole, on suppose en mécanique classique (et cela est justifié par l'expérience), que l'on peut toujours définir simultanément et la vitesse et la coordonnée du projectile. On peut calculer de même la trajectoire de son mouvement.

Pour les microparticules, douées de surcroît de propriétés ondulatoires, il n'est pas possible de définir simultanément les coordonnées

et les vitesses (ou la quantité de mouvement). La situation est la suivante : si la quantité de mouvement de la particule p_x (ou sa vitesse U_x) a une valeur définie, sa position, c'est-à-dire la coordonnée x, n'est pas définie, et inversement.

Ce fait a été formulé par le physicien allemand Heisenberg sous forme du principe d'incertitude : le produit de l'incertitude Δp_x sur la quantité de mouvement par l'incertitude Δx sur la coordonnée ne peut être inférieur à la constante de Planck $\hbar$

$$\left(\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s\right)$$

$$\Delta p_x \, \Delta x \geqslant \hbar. \tag{4.5}$$

En divisant (4.5) par la masse des particules, nous obtenons une autre expression du principe d'incertitude

$$\Delta v_x \, \Delta x \geqslant \frac{\hbar}{m}, \tag{4.6}$$

qui montre que plus la détermination de la vitesse de la particule le long de l'axe X est précise (c'est-à-dire plus v_x est petit), plus l'incertitude de la coordonnée est grande, c'est-à-dire plus Δx est grand.

Le principe d'incertitude est partie essentielle organique de la théorie quantique. Les restrictions qu'il impose à notre connaissance simultanée de la position et de la quantité de mouvement des microparticules ne dépendent nullement de la précision des instruments employés pendant les observations. Il ne s'agit pas ici de la précision des instruments, mais de la nature même des choses.

Les coordonnées et l'impulsion ont été introduites dans la physique classique pour caractériser le mouvement des corps ordinaires. Parlant de la coordonnée et de l'impulsion des microparticules, nous voulons par là-même leur attribuer les propriétés des corps macroscopiques. Les données expérimentales montrent qu'il n'en est rien, que les conceptions classiques ne sont pas applicables dans le micro-univers, ou sont limitées.

Le principe d'incertitude indique les limites d'application des notions classiques aux microparticules.

Pour plus de clarté, examinons quelques exemples.

1. Supposons que ia vitesse d'un grain de plomb volant de masse 0,1 g soit déterminée avec une précision $\Delta v_x = 10^{-6}$ cm/s.

Voyons quelle sera alors l'incertitude sur sa coordonnée. Il vient de (4.6) $\Delta x = 10^{-27}$ cm, c'est-à-dire que, pratiquement, la position du grain est déterminée avec précision. Ainsi, pour les particules macroscopiques (corps) le principe d'incertitude n'a aucun intérêt pratique. Pour ces corps, d'après la mécanique classique, il est possible de déterminer simultanément les coordonnées et les vitesses, et donc la trajectoire du mouvement.

2. Considérons maintenant un faisceau d'électrons dans un tube cathodique lancés à la vitesse $v_x=10^8$ *cm/s*, cette vitesse étant déterminée avec une précision de 0,01%, soit $\Delta v_x=10^4$ *cm/s*.

La relation (4.6) donne l'incertitude sur la coordonnée des électrons du faisceau :

$$\Delta x=\frac{1{,}05\cdot 10^{-27}}{9{,}1\cdot 10^{-28}\cdot 10^4}\approx 10^{-4}\,cm,$$

ce qui donne un degré de précision suffisamment élevé et permet de parler de la trajectoire des électrons dans le tube.

3. Examinons maintenant le mouvement de l'électron dans l'atome. Les dimensions de l'atome sont de l'ordre de 10^{-8} *cm*. Il est naturel que dans le cas le plus grossier l'on puisse déterminer sa coordonnée avec une précision atteignant les dimensions de l'atome, soit $\Delta x=10^{-8}$ *cm*.

Alors, l'incertitude sur sa vitesse sera de l'ordre de

$$\Delta v_x=\frac{1{,}05\cdot 10^{-27}}{9{,}1\cdot 10^{-28}\cdot 10^{-8}}\approx 10^8\,cm/s.$$

Mais la vitesse elle-même de l'électron dans l'atome est de l'ordre de 10^8 *cm/s*, aussi est-il absurde de parler de la vitesse d'un électron dans son atome, de sa trajectoire, de son orbite ; il ne faut pas se représenter l'électron dans l'atome comme une particule ordinaire.

4. Une particule alpha a une vitesse de l'ordre de $2\cdot 10^9$ *cm/s*. Supposons que cette vitesse soit déterminée avec une précision de $\Delta v=10^5$ *cm/s*. Ceci étant, y a-t-il un sens de dire à quelle distance du noyau elle pénètre dans un atome.

L'incertitude sur la coordonnée d'une telle particule alpha est

$$\Delta x=\frac{1{,}05\cdot 10^{-27}}{9{,}1\cdot 10^{-28}\cdot 4\cdot 1840\cdot 10^5}=10^{-9}\,cm.$$

Puisque les dimensions de l'atome sont 10^{-8} *cm*, on peut dire dans quelles parties de l'atome passe la trajectoire de la particule alpha.

Les propriétés ondulatoires des particules sont caractérisées par la longueur de l'onde broglienne $\lambda=\frac{h}{p}$; lorsque les dimensions de la région du mouvement de la particule ou les dimensions de son amplitude d'oscillation sont grandes par rapport à son onde broglienne (comme, par exemple, lors du mouvement des particules dans les tubes à vide), on peut appliquer les lois et les notions de la mécanique classique, et, comme le montre le principe d'incertitude, elles donnent des résultats reflétant suffisamment bien la réalité.

Mais, si les dimensions linéaires caractérisant le phénomène sont comparables avec la longueur de l'onde broglienne de la particule (par exemple, lors du mouvement des électrons dans l'atome), les lois et notions de la mécanique classique ne jouent plus.

La théorie quantique conduit encore à une relation d'incertitude pour l'énergie E et le temps t :

$$\Delta E \ \Delta t \geqslant \hbar. \tag{4.7}$$

Ici Δt représente le temps pendant lequel la microparticule possède l'énergie $E \pm \Delta E$.

Par exemple, l'atome peut demeurer indéfiniment à son niveau énergétique le plus bas ($\Delta t \to \infty$), aussi l'énergie de cet état est-elle tout à fait définie : $\Delta E = 0$. Mais dans un état énergétique plus élevé l'atome demeure très peu de temps, disons Δt *sec*, et dans cet état plus élevé l'incertitude sur son énergie sera $\Delta E = \hbar/\Delta t$ et l'énergie sera égale à $E \pm \Delta E$.

Quand l'atome passe d'un niveau énergétique élevé à un niveau plus bas d'énergie E', il rayonne un photon d'énergie

$$h\nu = (E \pm \Delta E) - E' = (E - E') \pm \Delta E. \tag{4.8}$$

Ainsi, l'énergie du photon émis n'est connue qu'à ΔE près, grandeur par laquelle on définit le temps de vie Δt de l'atome à l'état excité.

Il résulte de (4.8) que l'incertitude sur la fréquence du photon émis est égale à $\Delta \nu = \Delta E/\hbar$; c'est-à-dire que les raies du spectre auront une fréquence de $\nu + \frac{\Delta E}{\hbar}$. Cela est confirmé par l'expérience : toutes les raies spectrales sont étalées, ont une largeur définie ; cette largeur permet de définir l'ordre du temps de vie de l'atome dans tel ou autre état excité.

§ 22. Equation fondamentale de la mécanique quantique : équation de Schrödinger

En mécanique classique, le mouvement d'un corps, considéré comme point matériel, est donné par la deuxième loi de Newton, qui est exprimée par la formule (si le mouvement a lieu suivant l'axe OX).

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x. \tag{4.9}$$

Or les microparticules possèdent aussi des propriétés ondulatoires, et pour décrire leur mouvement il faut au lieu de (4.9) une autre équation. Cette équation a été obtenue par le physicien autrichien Schrödinger et porte son nom.

La nouvelle équation doit tenir compte des propriétés ondulatoires des particules, aussi doit-elle être une équation d'onde semblable à celles qui décrivent les ondes acoustiques ou électromagnétiques. On sait que pour une onde plane se propageant le long de l'axe x, l'équation d'onde représente une équation différentielle aux dérivées partielles de second ordre ; les variables indépendantes sont la coordonnée et le temps.

Pour une onde électromagnétique nous aurons

$$1)\ \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \tag{4.10}$$

ou

$$2)\ \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2},$$

E et H étant les champs électrique et magnétique de l'onde, v la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques égale à $v=c/\sqrt{\varepsilon\mu}$ (c est la vitesse de la lumière dans le vide).

L'ensemble des propriétés corpusculaires et ondulatoires des microparticules conduit à ce que l'état de telles particules doit être décrit de même par une fonction d'onde. Désignons-la par la lettre ψ ; on l'appelle parfois fonction psi.

L'équation d'ondes pour la fonction ψ s'écrit ainsi :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}, \tag{4.11}$$

v étant la vitesse de propagation de l'onde broglienne.

La solution de l'équation (4.11) sera l'équation d'une onde courant le long de l'axe x.

$$\psi=\psi_0\cos 2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right). \tag{4.12}$$

En dérivant (4.12) deux fois par rapport à t

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}=-4\pi^2\nu^2\psi_0\cos 2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)=-4\pi^2\nu^2\psi$$

et substituant le résultat dans (4.11), nous obtenons

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{4\pi^2\nu^2}{v^2}\psi=0. \tag{4.13}$$

Or $\frac{v}{\nu}=\lambda$, et donc $\frac{\nu^2}{v^2}=\frac{1}{\lambda^2}$; par ailleurs, la longueur de l'onde broglienne est $\lambda=\frac{h}{mv}$ et pour cela

$$\frac{\nu^2}{v^2}=\frac{m^2v^2}{h^2}. \tag{4.14}$$

Ensuite nous pouvons écrire

$$m^2v^2=2m\frac{mv^2}{2}=2mW_{cin}=2m(E-U), \tag{4.15}$$

E étant l'énergie totale, U l'énergie potentielle de la particule.

Substituant (4.14) et (4.15) dans (4.13), nous obtenons l'équation de Schrödinger sous sa forme usuelle

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{8\pi^2m}{h^2}(E-U)\psi=0. \tag{4.16}$$

Lorsque la particule se meut dans une direction quelconque (c'est-à-dire pas forcément le long de l'axe x), l'équation (4.16) prend la forme

$$\Delta\psi+\frac{8\pi^2m}{h^2}(E-U)\psi=0. \tag{4.17}$$

Ici

$$\Delta\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$$

est appelé le laplacien de ψ.

L'équation complète de Schrödinger tient compte aussi du fait que ψ dépend du temps, mais nous ne l'envisagerons pas.

Remarquons que l'équation de Schrödinger est vraie seulement pour de petites vitesses des particules (par rapport à la vitesse de la lumière). Cela résulte de ce que pour de grandes vitesses la formule $mv^2/2$ ne convient pas à l'énergie cinétique.

L'équation ondulatoire pour des vitesses comparables à celles de la lumière (équation d'onde relativiste) a été obtenue par Dirac.

§ 23. Sens physique de la fonction d'onde

La fonction d'onde ψ représente une caractéristique quantique complète de l'état d'une microparticule. Elle caractérise l'état objectif de cette particule.

Que nous donne la connaissance de cette fonction ?

L'analyse de cette question a mené à l'assertion fondamentale de la mécanique quantique : la grandeur $\psi^2 \Delta V$ est proportionnelle à la probabilité que la particule se trouve dans le volume ΔV (ψ est l'amplitude de la fonction).

Par conséquent, l'équation de Schrödinger, définissant la loi de variation de la fonction ψ, ne donne que la probabilité de présence de la particule dans une région déterminée de l'espace. Si, par exemple, un électron se trouve dans un état tel qu'il est localisé dans une région très petite de l'espace, la fonction ψ pour cet état de l'électron s'annule hors de cette région.

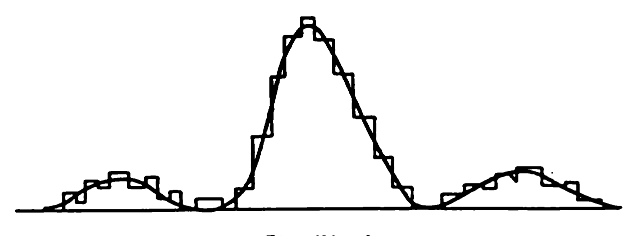


Fig. IV. 101.

Envisageons, à titre d'exemple, le phénomène de diffraction par une fente.

Il a été montré au chapitre I comment la théorie ondulatoire de la lumière explique cette diffraction et permet de trouver la figure de diffraction ; la figure de diffraction calculée est confirmée visuellement ou par photographie.

On peut de même faire une expérience semblable avec un faisceau d'électrons. Dans ce cas aussi nous voyons sur une plaque photographique ou un écran fluorescent l'image donnée par les électrons.

La solution de l'équation de Schrödinger pour ce cas permet d'obtenir une série de valeurs de la fonction ψ ; mais ces valeurs seront telles que le carré de son amplitude nous donne la probabilité de présence de la particule (photon ou électron) dans tel ou tel endroit de la plaque photographique ou de l'écran. La distribution de cette probabilité correspond entièrement à l'image expérimentale de diffraction.

Cela signifie que la probabilité d'impact du photon (ou de l'électron) est grande là où le noircissement de la plaque est prononcé (l'intensité de la lumière ou du faisceau d'électrons est grande) et petite là où l'intensité n'est pas grande.

Envisageons un faisceau de particules tellement faible que les photons traversant la fente sont très espacés.

L'équation de Schrödinger ne permet pas de prédire exactement le point d'impact sur l'écran de tel ou tel photon (ou électron). Elle ne donne que la probabilité de la distribution des particules sur l'écran. Toutefois, si nous poursuivons assez longtemps l'expérience avec notre faisceau faible de sorte qu'un grand nombre de particules atteignent l'écran, on aura une image de diffraction ordinaire.

Sur la fig. IV.101 la ligne continue montre le résultat du calcul de l'image de diffraction par une seule fente. On y a donné encore la courbe en escalier de la distribution de diverses particules enregistrées par un compteur sensible. On voit sur la figure que la théorie nous prédit un résultat statistique, c'est-à-dire ce qu'il se produit en moyenne, ne mentionnant rien sur la conduite des particules individuelles (photons, électrons).

Pour que la fonction d'onde soit une caractéristique objective de l'état des microparticules, remarquons qu'elle doit satisfaire aux conditions suivantes :

1) la fonction ψ doit être continue et univoque. Cela signifie qu'elle ne doit pas varier par sauts, et en même temps doit donner une valeur univoque de la probabilité de tel ou tel état de la particule.

2) la fonction Ψ doit encore satisfaire à la condition

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1, \tag{4.18}$$

c'est-à-dire doit être telle que le carré de son module intégré dans tout le volume à n'importe quel instant soit égal à l'unité.

Le sens physique de cette assertion est que, dans des conditions déterminées, la particule sera découverte *à priori* quelque part. L'expression (4.18) stipule que la probabilité de trouver la particule dans tout l'espace est égale à l'unité, la probabilité unité étant une certitude. Ainsi, la condition (4.18) exprime simplement que la particule existe objectivement dans le temps et dans l'espace.

§ 24. L'électron dans un « puits de potentiel »

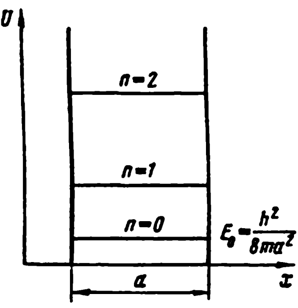


Fig. IV. 102.

Dans la section *Mécanique* il a été question de barrières et de puits de potentiel. Pour les construire, on porte sur l'axe des ordonnées l'énergie potentielle du système et sur l'axe des abscisses, par exemple, la distance dont dépend la valeur de l'énergie potentielle.

Examinons la courbe énergétique, appelée « puits de potentiel ». Pour simplifier, nous étudierons seulement un mouvement linéaire, le long de l'axe x. Dans ce cas, l'énergie potentielle de la particule sur un certain segment a le long de l'axe demeure invariable ; lorsqu'on traverse les limites de ce segment, l'énergie potentielle croît par saut (fig. IV.102).

Puisque l'énergie potentielle à l'intérieur du puits est constante, on peut la supposer égale à zéro : $U=0$. Alors, l'équation (4.16) devient

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\psi=0, \tag{4.19}$$

où $\lambda=h/\sqrt{2mE}$.

Les solutions auront la forme

$$\psi=A\sin\frac{2\pi}{\lambda}x \tag{4.20}$$

et

$$\psi=B\cos\frac{2\pi}{\lambda}x. \tag{4.21}$$

D'après les conditions du problème, la particule ne traverse pas les parois du puits, donc pour $x=0$ et $x=a$ on a $\psi=0$; par conséquent la solution (4.21) est à rejeter, puisque pour $x=0$ elle donne $\psi=B$. Reste la solution sinusoïdale (4.20).

De celle-ci résulte que la longueur d'onde λ ne peut être quelconque, puisque pour $x=a$ il faut $\psi=0$. D'où,

$$\frac{2\pi}{\lambda}a=(n+1)\pi, \quad \lambda=\frac{2a}{n+1}, \tag{4.22}$$

avec $n=0, 1, 2, \ldots$;

par conséquent,

$$\lambda=2a,\ a,\ \frac{2}{3}a,\ \ldots, \tag{4.23}$$

Mais l'énergie cinétique de la particule est liée à son onde broglienne :

$$E=\frac{p^2}{2m}\,; \qquad p=\frac{h}{\lambda}\,,$$

d'où, en vertu de (4.22),

$$E=\frac{h^2(n+1)^2}{8ma^2}\,. \qquad (4.24)$$

Cette dernière équation exprime un résultat important : l'énergie de la microparticule se trouvant dans le puits de potentiel ne peut avoir qu'une série de valeurs discrètes E_1, E_2, E_3, ... (fig. IV.102).

Ces valeurs sont appelées niveaux d'énergie, et n « nombre quantique ».

Ainsi, conformément à l'équation de Schrödinger, l'énergie de la microparticule se quantifie et le spectre énergétique de la particule est discret.

Il est très important de souligner que, conformément à (4.24), l'énergie de la microparticule dans le « puits de potentiel » ne peut être nulle : sa valeur minimum lorsque $n=0$ est égale à

$$E_0=\frac{h^2}{8ma^2}\,.$$

Cette énergie est appelée énergie *nulle* ; la présence d'énergie nulle dans les microparticules prouve qu'elles sont en mouvement perpétuel.

Si les dimensions du puits de potentiel sont grandes, la discontinuité du spectre d'énergie est insignifiante et le spectre devient pratiquement continu. Ici, la mécanique quantique ne diffère pas de la mécanique classique. Par contre, la nature discrète du spectre énergétique des particules se manifeste lorsque les dimensions du puits sont comparables aux dimensions atomiques. Par exemple, si $a=1$ *cm*, on déduit de (4.24) pour la différence des niveaux voisins d'énergie de l'électron

$$\Delta E_n=6{,}7\cdot 10^{-15}(2n-3)\,eV,$$

c'est-à-dire que les niveaux sont très serrés, formant pratiquement une bande continue.

Pour les dimensions du puits $a=0{,}5$ Å, nous obtenons

$$\Delta E_n=1{,}34\,(2n-3)\,eV,$$

c'est-à-dire une discontinuité prononcée de l'énergie.

§ 25. Passage des microparticules à travers une barrière de potentiel

Supposons que la région où la microparticule peut se mouvoir soit partagée en deux parties par une barrière de potentiel.

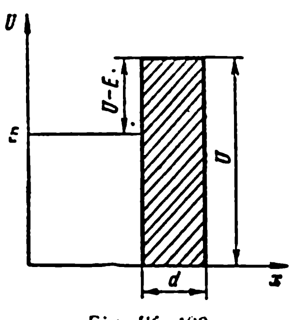


Fig. IV. 103.

Tel est, par exemple, le mouvement d'un électron passant d'un métal dans le vide : à la frontière il rencontre une barrière de potentiel, dont le franchissement est lié au travail de sortie.

La fig. IV.103 représente le schéma d'une barrière de potentiel de largeur d et de hauteur U. Si une particule ordinaire (classique) a une énergie totale E et se trouve soit à droite, soit à gauche de la barrière, alors elle ne peut franchir la barrière.

Dans le cas contraire, son énergie cinétique, égale à $E-U$, sera négative, ce qui n'a pas de sens. Une particule classique peut s'élever sur la barrière jusqu'à une hauteur h telle que toute son énergie E devienne égale à l'énergie potentielle correspondant à cette hauteur.

L'image ondulatoire du mouvement d'une microparticule nous mène à un autre résultat.

La solution de l'équation de Schrödinger dans ce cas montre l'existence d'une probabilité déterminée pour que la microparticule passe à travers la barrière.

Le calcul montre que la probabilité de passage à travers la barrière peut être exprimée par la formule

$$w = e^{-\frac{2\pi}{h} d\sqrt{2m(U-E)}}, \qquad (4.25)$$

d étant la largeur, U la hauteur de la barrière, E l'énergie totale de la particule. (4.25) montre que plus la barrière est large et haute et plus la masse de la microparticule est grande, plus la probabilité qu'elle traverse la barrière est petite. Le phénomène de la traversée de la barrière a été appelé *effet tunnel* ; les phénomènes tels que l'autoémission électronique, la radioactivité alpha ont été entièrement expliqués à l'aide de l'effet tunnel.

Apportons un exemple. Si pour l'électron la largeur de la barrière est $d = 10^{-8}$ *cm* et la différence $U - E$ égale à 1 *eV*, la probabilité de traversée est 0,31, c'est-à-dire que presque le tiers des électrons franchissent cette barrière. Mais lorsque la largeur de la barrière est dix fois plus grande (10^{-7} *cm*), toutes conditions égales par ailleurs, la probabilité de traversée n'est que $2 \cdot 10^{-5}$.

§ 26. L'atome d'hydrogène en mécanique quantique

L'atome d'hydrogène représente un système composé d'un électron et d'un proton, subissant l'attraction électrique. Vu la grande différence des masses du proton et de l'électron, on peut supposer le proton immobile. L'énergie potentielle de l'électron dans le champ du noyau, est, conformément à la loi de Coulomb, égale à

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (4.26)$$

r étant la distance entre l'électron et le proton.

Graphiquement, la fonction (4.26) est en quelque sorte un puits de potentiel (fig. IV.104) à bords hyperboliques et sans fond.

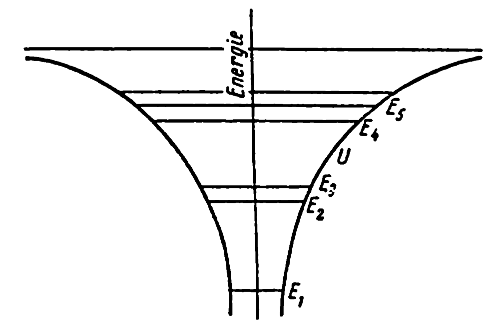


Fig. IV. 104.

L'équation de Schrödinger a dans ce cas la forme

$$\Delta\Psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) \times \Psi = 0. \qquad (4.27)$$

Même pour ce cas simple, la résolution de l'équation de Schrödinger est un problème assez complexe. Nous n'exposerons pas la résolution de (4.27), en nous bornant à la description des résultats.

1. Ainsi que pour l'électron dans le puits de potentiel, la solution exacte de l'équation de Schrödinger implique les niveaux énergétiques discrets pour l'électron dans l'atome d'hydrogène.

A chaque niveau énergétique correspond un nombre quantique principal entier quelconque $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Ceci est conforme à la théorie de Bohr, d'après laquelle l'atome d'hydrogène a une série d'états stationnaires discrets. Mais dans la théorie de Bohr cela résultait de postulats ; ici, dans la théorie quantique, les niveaux d'énergie discrets dans l'atome sont la conséquence de la théorie elle-même et apparaissent automatiquement lorsqu'on résout l'équation de la théorie quantique.

2. La solution de l'équation de Schrödinger conduit encore à un résultat très important : à chaque état discret d'énergie, excepté l'état fondamental, correspondent plusieurs valeurs de la fonction Ψ. Seul l'état fondamental, pour lequel $n = 1$, est caractérisé par une seule valeur de la fonction Ψ.

Mais à un état de nombre quantique $n > 1$ correspondent n^2 valeurs de la fonction Ψ. Par exemple, à l'énergie E_2 correspondant au nombre quantique $n=2$, correspondent quatre valeurs de la fonction Ψ ; à l'énergie E_3, neuf valeurs, et ainsi de suite.

Chaque nouvelle valeur de la fonction Ψ correspond physiquement à un état déterminé de l'électron dans l'atome.

Quel est le sens physique de ces nouveaux états ?

Les états des électrons dans l'atome diffèrent non seulement par la valeur de l'énergie qui est définie par le nombre quantique n, mais encore par la grandeur et la direction du moment de la quantité de mouvement de l'électron.

La grandeur du moment de la quantité de mouvement dans l'atome d'hydrogène est quantifiée ; pour chaque valeur de l'énergie E_n, elle peut avoir une série de valeurs discrètes

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\frac{h}{2\pi}, \tag{4 28}$$

l parcourant les valeurs entières de 0 à $(n-1)$: 0, 1, 2, ... $(n-1)$.

La projection du moment de la quantité de mouvement sur une direction quelconque se quantifie aussi.

Pour chaque valeur de l le vecteur L s'oriente de telle sorte que sa projection L_x prend les valeurs

$$L_x = m_l \frac{h}{2\pi},$$

où m parcourt les valeurs entières de $+l$ à $-l$, y compris 0 ; c'est-à-dire que $m=0$, ± 1, ± 2, ... $\pm l$.

Ainsi, l'équation de Schrödinger nous conduit à ce résultat : chaque état quantique de l'électron dans l'atome d'hydrogène est, en général, caractérisé par une série de nombres entiers n, l, et m_l, auxquels correspondent une énergie déterminée de l'électron, un moment déterminé de sa quantité de mouvement et une projection déterminée de ce moment sur la direction choisie.

Nous avions cela également dans la théorie de Bohr. Les nombres n, l, et m_l étaient alors appelés nombres quantiques principaux, latéraux et magnétiques. Ces appellations sont aussi conservées dans la théorie quantique.

On a donné ci-dessous le tableau des états possibles pour $n = 1, 2, 3$. Dans la théorie de Bohr il était possible de représenter clairement de chaque état quantique. On y considérait le mouvement de l'électron comme celui d'une particule classique sur une orbite elliptique dont les axes et l'orientation étaient donnés dans l'espace.

Tableau 3

n	l	Désignation de l'état	m_l
1	0	1s	0
2	0	2s	0
	1	2p	−1, 0, 1
3	0	3s	0
	1	3p	−1, 0, 1
	2	3d	−2, −1, 0, 1, 2

La théorie quantique, elle, nie généralement l'existence d'orbites électroniques déterminées dans l'atome, et il n'y a donc pas lieu de parler de leur orientation.

Résolvant l'équation de Schrödinger nous ne pouvons juger que de la probabilité de trouver l'électron à tel ou tel endroit.

La fonction $\Psi^2 \Delta V$ donne la probabilité de trouver la particule dans un petit volume ΔV, et le produit de la charge de l'électron e par Ψ^2, soit $e\Psi^2$, représente la densité moyenne de la charge dans ce volume élémentaire.

Connaissant Ψ^2 en chaque point de l'atome, on peut se représenter la distribution statistique de la charge dans l'atome pour l'état quantique donné. Une grande valeur de Ψ^2 montre la grande probabilité de trouver l'électron à l'endroit donné. C'est ainsi qu'on se fait une image du mouvement de l'électron dans l'atome. On a ce résultat que la charge de l'électron est étalée dans tout l'atome avec différentes densités formant un nuage électronique.

Ainsi, pour l'état normal (état 1s) de l'électron dans l'atome d'hydrogène, on déduit de l'équation de Schrödinger que la distribution des probabilités possède une symétrie sphérique. Alors, $e\Psi^2$ n'a pas la même valeur dans tout l'espace autour du noyau : pour des distances supérieures à 2 Å, la probabilité de séjour de l'électron est minime et pratiquement nulle ; ceci définit dirait-on les dimensions de l'atome. Mais à l'intérieur de cette sphère avec $r=2$ Å la probabilité de séjour de l'électron, n'est pas partout la même. D'abord, lorsqu'on s'éloigne du noyau elle croît et atteint son maximum à la distance $r_0=0,529$ Å, puis commence à décroître et s'annule pratiquement lorsque $r=2$ Å. Par conséquent, la plus grande probabilité est celle de trouver l'électron à la distance 0,529 Å (fig. IV.105). C'est précisément le rayon de la première orbite de Bohr.

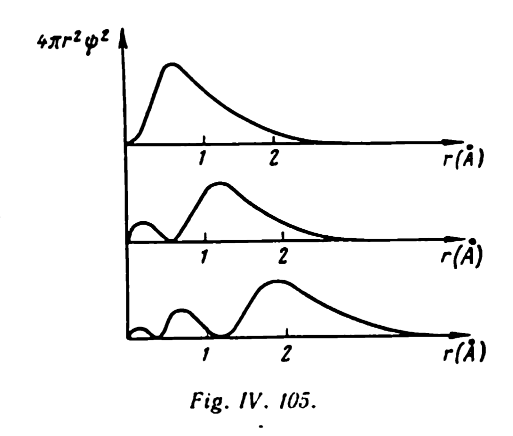


Fig. IV. 105.

Dans le cas d'états énergétiques supérieur : 2s, 3s, etc., la fonction $e\Psi^2 \Delta V$ est également douée de symétrie sphérique.

Toutefois, cette fonction a deux maxima pour l'état 2s, 3 maxima pour l'état 3s, et ainsi de suite, ces maxima n'étant pas identiques. Pour l'état 2s le maxima le plus grand de la fonction a lieu à la distance de 2,12 Å du noyau. Cela signifie qu'à cette distance du noyau à l'état 2s l'électron séjourne longtemps ; l'électron « fréquente » plus souvent ce maximum que celui à la distance 0,529 Å ; ainsi est défini approximativement le rayon de la deuxième orbite de Bohr.

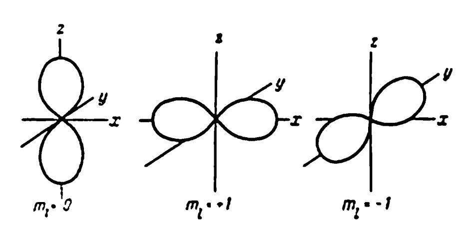


Fig. IV. 106.

La fig. IV.105 représente les courbes de distribution radiale de la grandeur de la charge électrique dans les états 2s et 3s de l'électron dans l'atome d'hydrogène.

Remarquons qu'en passant de l'état 1s aux états beaucoup plus excités 2s et 3s, le nuage électronique autour du noyau occupe un domaine plus grand et s'étale plus.

Dans les états examinés 1s, 2s, etc. les nombres quantiques l et m_l sont nuls. Cela signifie que le moment de la quantité de mouvement de l'électron dans ces états est nul. Du point de vue des conceptions « habituelles » d'après lesquelles l'électron dans l'atome est un point chargé décrivant une orbite définie, la nullité du moment de la quantité de mouvement signifie que l'électron est immobile, ce qui est naturellement absurde.

Mais la théorie quantique n'admet pas la conception simpliste du mouvement orbital des électrons. L'électron se meut sans cesse dans l'atome, aussi bien que dans les états S. Toutefois, dans ce cas son déplacement est également probable pour toutes les directions, et donc le moment de la quantité de mouvement est statistiquement nul en moyenne.

Dans les autres états, par exemple dans les états p ou d, comme le montre la solution de l'équation de Schrödinger, la distribution de la densité du nuage électronique n'est plus à symétrie sphérique. Par exemple, on a représenté sur la fig. IV.106 des formes de distribution de la densité du nuage électronique pour l'état $2p$ avec $l=1$. Ces états sont au nombre de trois : $m_l=0$ et $m_l=\pm 1$.

Ces figures donnent une image approximative de l'atome si l'on suppose qu'au lieu d'une délimitation stricte il y a étalement.

Nous voyons que pour l'état $2p$ le mouvement continu de l'électron dans l'atome ne donne plus la même probabilité de déplacement dans n'importe quelle direction, et le moment de la quantité de mouvement de l'électron n'est pas nul.

Si, par exemple, un atome d'hydrogène se trouvant à l'état $2p$ entre en collision avec un autre atome, alors l'électron acquiert un moment de quantité de mouvement. Habituellement, ce moment de quantité de mouvement est dit orbital, pour payer un tribut aux vieilles conceptions sur le mouvement de l'électron sur une orbite.

Chapitre V

ÉLÉMENTS DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE

§ 27. Radioactivité naturelle

La radioactivité est une transmutation spontanée accidentelle de noyaux instables d'un élément en noyaux d'un autre élément. La radioactivité s'observe dans certains éléments lourds situés à la fin du système périodique de Mendéléev (radioactivité naturelle), mais elle peut aussi bien être provoquée dans les éléments légers par bombardement des noyaux de ces éléments (radioactivité artificielle).

La radioactivité naturelle a été découverte par le physicien français Becquerel, qui a remarqué que les sels d'uranium émettent des rayons capables de traverser des couches de matières opaques, d'ioniser l'air, d'impressionner une plaque photographique, de provoquer la luminescence de certaines matières.

Pierre Curie et Marie Curie-Sklodowska ont apporté une grande contribution scientifique à ce domaine. En 1898, au terme de longues recherches, ils découvrirent deux nouveaux éléments chimiques : le polonium et le radium, bien plus radioactifs que l'uranium. Puis, il est apparu qu'un grand nombre d'éléments étaient doués de radioactivité : thorium, actinium, etc. au total environ 40.

Grâce aux travaux de Pierre et Marie Curie, Becquerel, Rutherford et d'autres savants, il a été établi que le rayonnement radioactif est constitué de 3 composantes : rayons α (particules α), rayons β (particules β) et rayons γ.

Leur étude a montré que :

1) les particules α sont déviées par les champs électriques et magnétiques et portent une charge $2e$, sont facilement absorbées par des couches fines de matière. Ce sont des noyaux d'atomes d'hélium ;

2) les particules β sont déviées par les champs électriques et magnétiques, portent une charge négative, sont plus pénétrantes que les rayons α. Elles représentent un flux d'électrons rapides ;

3) les rayons γ n'interagissent pas avec les champs électriques ou magnétiques, possèdent un grand pouvoir de pénétration. Ces rayons sont semblables aux rayons X et représentent un flux de photons de très petites longueurs d'onde.

17*№ 1601

La radioactivité avec émission de rayons alpha est appelée désintégration α (transmutation α), celle avec émission de rayons bêta s'appele désintégration β (transmutation β).

La radioactivité est un processus nucléaire, on n'arrive pas à influer sur elle par des méthodes physiques ou chimiques ; la radioactivité d'un élément donné ne change pas lorsque l'élément entre dans une composition chimique quelconque.

Lois de déplacement. Isotopes. Familles radioactives. En se basant sur les lois de conservation de la masse et de la charge électrique, on a formulé des lois, dites lois de déplacement, à l'aide desquelles on peut établir le nombre de masse et la charge du noyau de l'élément nouveau résultant d'une transmutation α ou β.

Etant donné que la particule α est un noyau d'hélium, elle porte une charge de $+2$ unités et son nombre de masse est égal à 4 unités. Par conséquent, l'élément résultant de la désintégration α a un noyau avec une charge inférieure de deux unités, la masse étant de 4 unités plus petite que la masse initiale.

Le nouvel élément est déplacé de deux numéros à gauche dans le tableau de Mendéléev.

Ainsi, lors de la désintégration α du radium on a :

$$_{88}Ra^{226} \longrightarrow {}_2He^4 + {}_{86}Rn^{222}.$$

Les indices écrits en bas et à gauche représentent les numéros des éléments dans le tableau de Mendéléev, c'est-à-dire les charges des noyaux, et les indices supérieurs les nombres massiques. Rn est le gaz rare radon. La même chose peut être écrite pour la désintégration α de l'uranium $_{92}U^{238}$.

Lorsqu'il y a désintégration β, la charge du noyau du produit est augmentée d'une unité et sa masse ne varie pratiquement pas, étant donné que la masse de l'électron est de 1840 fois plus petite que celle du proton. L'élément formé est décalé d'un numéro à droite dans le système périodique. Par exemple :

$$_{90}Th^{234} \longrightarrow {}_{91}Pa^{234} + \beta^-,$$

le symbole β^- désignant un électron.

Des éléments chimiques se distinguant par le nombre massique mais ayant une seule et même charge électrique du noyau, et donc occupant la même place dans le tableau de Mendéléev, sont dits des isotopes.

Les propriétés nucléaires des isotopes d'un seul et même élément sont différentes, mais leurs propriétés chimiques sont presque identiques. A l'heure actuelle, il est établi que la plupart des éléments que l'on trouve dans la nature représentent un mélange d'isotopes.

Ainsi, l'hydrogène naturel est constitué de deux isotopes, le néon de 3 isotopes, le carbone de 2, l'uranium de 3, etc.

Avec le développement de la physique nucléaire, il est devenu possible de créer des isotopes radioactifs artificiels.

Les lois de déplacement ont permis d'établir que tous les éléments radioactifs naturels dans les derniers rangs du tableau de Mendéléev sont des membres de 3 *familles radioactives*.

1. Famille uranium-radium (U^{238}). L'élément primaire est U^{238}. Ce dernier donne après 14 transmutations, dont 8 transmutations α et 6 transmutations β, l'isotope de plomb stable $_{82}Pb^{206}$. Les nombres massiques des éléments de cette famille peuvent être exprimés par la formule $M=4n+2$, n étant un entier ; c'est pourquoi la famille uranium-radium est souvent appelée famille ($4n+2$). Les membres de cette famille sont représentés dans le tableau 4.

2. Famille thorium $_{90}Th^{232}$—$_{82}Pb^{208}$ ou famille $M=4\ n$.

Le premier terme de cette série est le thorium $_{90}Th^{232}$, de période de demi-désintégration $1{,}39\cdot 10^{10}$ ans, le dernier terme est l'isotope de plomb $_{82}Pb^{208}$.

3. La famille de l'actinium $_{92}U^{235}$—$_{82}Pb^{207}$ ou famille $M=4n+3$, est issue de l'actinium-uranium $_{92}U^{235}$ de période $7{,}3\cdot 10^{8}$ ans ; le produit final stable est l'isotope de plomb $_{82}Pb^{207}$.

Dernièrement, en relation avec la découverte d'un grand nombre d'isotopes radioactifs artificiels, on a découvert encore une famille radioactive, de formule $M=4\ n+1$. Elle commence par l'élément transuranien neptunium $_{93}Np^{237}$, de période $2{,}2\cdot 10^{6}$ ans, et elle est clôturée par l'isotope stable de bismuth $_{83}Bi^{209}$. Bien que la période de demi-désintégration de l'élément $_{93}Np^{237}$ soit assez grande, elle est cependant petite en comparaison de l'âge de la terre, aussi cet élément n'existe-t-il pas dans la nature. Il est obtenu par des réactions nucléaires artificielles.

Tableau 4

Famille $_{92}U^{238}$ à $_{82}Pb^{206}$ $M=4n+2$

Elément	Symbole	Période de demi-désintégration	Type de transmutation
1	2	3	4
Uranium	$_{92}U^{238}$	$4{,}5\cdot 10^{9}$ ans	α
Thorum	$_{90}Th^{234}$	24,1 jours	β
Protactinium	$_{91}Pa^{234}$	1,14 min.	β
Uranium	$_{92}U^{234}$	$2{,}7\cdot 10^{5}$ ans	α
Thorium	$_{90}Th^{230}$	$8{,}2\cdot 10^{4}$ ans	α
Radium	$_{88}R^{226}$	1622 ans	α
Radon	$_{86}Rn^{222}$	3,8 jours	α
Polonium	$_{84}Po^{218}$	3,05 min.	α
Plomb	$_{82}Pb^{214}$	26,8 min.	β
Bismuth	$_{83}Bi^{214}$	19,7 min.	β et α
Polonium	$_{84}Po^{214}$	$1{,}5\cdot 10^{-4}$ sec.	α
Thallium	$_{81}Tl^{210}$	1,32 min.	β
Plomb	$_{82}Pb^{210}$	22,2 ans	β
Bismuth	$_{83}Bi^{210}$	4,97 jours	β
Polonium	$_{84}Po^{210}$	139 jours	α
Plomb	$_{82}Pb^{206}$	est stable	

Loi de désintégration radioactive. Les observations montrent qu'avec le temps la radioactivité d'une matière diminue. Pour certains éléments cette diminution est très rapide — elle dure une minute, voire quelques secondes, pour d'autres, il faut attendre plusieurs siècles. Il a été établi que la désintégration des atomes est un phénomène accidentel : il est impossible de dire ce qu'il adviendra d'un atome donné ; il peut dans la même mesure être désintégré ou rester intact indépendamment du temps de son existence. On peut seulement affirmer qu'il y a une certaine probabilité de désintégration pour chaque atome d'un élément radioactif dans un laps de temps déterminé.

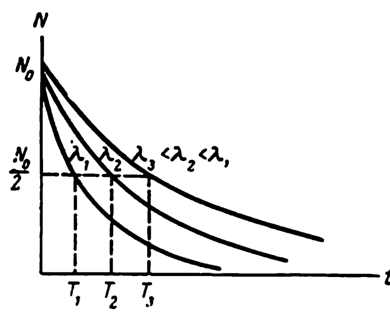


Fig. IV. 107.

Ceci étant, on peut affirmer qu'il se désintègre en l'unité de temps d'une certaine quantité d'atomes toujours une partie bien déterminée que l'on désigne par λ et que l'on appelle *constante* de désintégration de l'élément radioactif donné.

Si l'on a N atomes, λN d'entre eux se désintègrent en une seconde, et pendant le temps dt

$$dN = -\lambda N \, dt. \tag{5.1}$$

Telle est la forme différentielle de la loi de la désintégration.

Intégrant (5.1), il vient

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{5.2}$$

N_0 étant le nombre d'atomes à l'instant initial $t=0$, N le nombre des survivants au bout du temps t.

Il résulte de (5.1) que $\lambda = -\frac{dN}{N dt}$, c'est-à-dire que la constante de désintégration est égale à la diminution relative du nombre d'atomes dans l'unité de temps, en d'autres termes, c'est la probabilité de désintégration de l'atome dans l'unité de temps.

Pour caractériser la radioactivité d'un élément, on introduit le temps T au cours duquel la quantité initiale d'atomes est réduite de moitié. On l'appelle période de désintégration. Il résulte de (5.2) que la période de désintégration est liée à la constante de désintégration λ par la relation

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

On a représenté sur la fig. IV. 107 les graphiques des courbes de désintégration pour diverses valeurs de λ.

Le nombre d'atomes désintégrés en une seconde est appelé l'*activité* de l'élément. Il est évident que l'activité A est exprimée par

les formules suivantes :

$$A=\left|\frac{dN}{dt}\right|=\lambda N=\lambda N_0e^{-\lambda t}; \quad A=\frac{N\ln 2}{T}.$$

Par conséquent, l'activité est inversement proportionnelle à la période de désintégration et, étant proportionnelle au nombre d'atomes existants N, elle décroît avec le temps selon une loi exponentielle.

L'unité de radioactivité est le curie (C). C'est une activité se traduisant par $3{,}7\cdot10^{10}$ désintégrations en une seconde :

1 curie $=3{,}7\cdot10^{10}$ désintégrations/s,
1 millicurie $=10^{-3}$ curies.

Il convient de remarquer que les unités d'activité correspondent à un nombre déterminé de désintégrations en une seconde, et non pas à une quantité déterminée de matière radioactive. Ainsi, le curie correspond à l'activité de 1g de radium ou de 3 tonnes d'uranium-238. Plus la période de désintégration est petite, moins il faut de matière pour obtenir une unité d'activité.

Principales propriétés des rayonnements radioactifs et leur interaction avec la matière. Les particules alpha, qui sont des noyaux d'hélium, ont une charge $Z=2e$ et pour nombre massique 4. Différents éléments radioactifs éjectent des particules alpha avec des vitesses de $1{,}4\cdot10^7$ *cm/s* à $2\cdot10^7$ *cm/s*, ce qui correspond à des énergies de 4 à 8,8 millions électron-volts (*MeV*).

Pour un élément donné les particules α ont toutes à peu près la même énergie. Traversant la matière, les particules α produisent une forte ionisation des atomes en agissant sur eux avec leur champ électrique.

La distance à laquelle pénètre une particule α dans la matière avant de s'immobiliser est appelée le *parcours* de la particule ou son pouvoir de pénétration. Des particules α rapides peuvent traverser une couche d'air d'environ 8,5 *cm* sous la pression atmosphérique normale et à la température de 15° C.

En moyenne, une particule α forme dans l'air dans des conditions normales environ 30 000 ions sur un trajet de 1 *cm*. On appelle *ionisation spécifique* le nombre de paires d'ions qui se forment sur un trajet de 1 *cm*. Tant qu'une particule α est lancée avec une grande vitesse, cette grandeur est presque constante. Toutefois, avec la diminution de la vitesse l'ionisation spécifique croît d'abord rapidement, puis tombe brusquement à zéro. Ceci a lieu parce qu'au fur et à mesure qu'elle ralentit une particule séjourne plus longtemps au voisinage de chacune des molécules qu'elle rencontre, et il en résulte la croissance de la probabilité d'ionisation d'un nombre de plus en plus grand de molécules.

On a représenté sur la fig. IV.108 la courbe d'ionisation spécifique en fonction de la distance parcourue par une particule.

Divisant le nombre d'ions formés par une particule α, par la longueur du trajet, on obtient l'ionisation spécifique moyenne ;

pour l'air dans des conditions normales elle est représentée par environ 30 000 paires d'ions par *cm*.

On a entre le parcours R des particules α dans l'air et leurs vitesses ou leurs énergies E la relation empirique

$$R \approx av^3 \approx bE^{\frac{3}{2}}.$$

Dans d'autres matières plus denses le parcours des particules α est bien plus petit que dans les gaz et représente seulement quelques centièmes de millimètres, aussi les particules α d'éléments radioactifs enfermés dans des ampoules de verre ne peuvent-elles traverser les parois, et les vêtements ordinaires absorbent intégralement les rayons α.

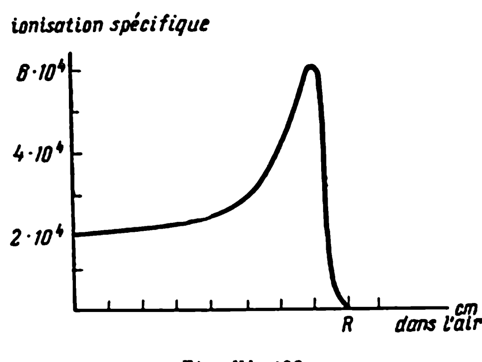


Fig. IV. 108.

Cependant, les particules α peuvent exercer une action biologique considérable lorsqu'elles pénètrent dans les tissus de l'homme, notamment avec les aliments ou par les voies respiratoires.

On a représenté sur la fig. IV.109 la courbe caractéristique de l'absorption des particules α. Elle montre que le nombre de particules α est presque invariable sur la quasi-totalité du parcours R et c'est seulement à 1 *cm* de la fin du parcours que ce nombre décroît rapidement jusqu'à zéro.

Lorsqu'il y a désintégration β, comme il a été dit plus haut, le noyau de l'atome émet des électrons rapides ; leurs vitesses peuvent être voisines de la vitesse de la lumière dans le vide. On a enregistré expérimentalement des particules β dont les vitesses constituaient 0,988 de celle de la lumière, leur énergie étant de l'ordre de 5 *MeV*.

La particularité de la désintégration β est que les énergies cinétiques des électrons émis par l'élément radioactif donné ont toutes les valeurs possibles de 0 jusqu'à un certain maximum E_{max}, formant un spectre continu. On a représenté sur la fig. IV.110 la distribution des électrons en énergies. L'énergie moyenne des électrons est d'environ 1/3 E_{max}.

Le fait que les particules β d'un élément peuvent prendre toutes les énergies possibles ne concorde pas avec le fait que les noyaux atomiques d'un seul et même isotope perdent toujours, comme il résulte d'expériences, la même quantité d'énergie lors de la désintégration β. Il y a violation de la loi de conservation de l'énergie, étant donné qu'il n'est pas clair où est passée l'énergie restante.

Pour expliquer ce fait, Pauli a suggéré qu'à chaque désintégration β, était émise en même temps que l'électron une autre particule légère ; on l'a appelée *neutrino*. Le neutrino n'a pas de charge et possède une masse insignifiante — 1/300 de la masse de l'électron. Le neutrino n'a pas été découvert directement, vu qu'il interagit très faiblement avec la matière, mais on peut établir indirectement son existence. Etant donné que pendant la désintégration β un neutrino est éjecté en même temps qu'un électron, ils emportent tous deux du noyau une quantité déterminée d'énergie, toujours la même, égale à E_{max}. Dans chaque cas cette énergie est répartie différemment entre l'électron et le neutrino, ce qui conduit à la formation d'un spectre énergétique continu des particules β.

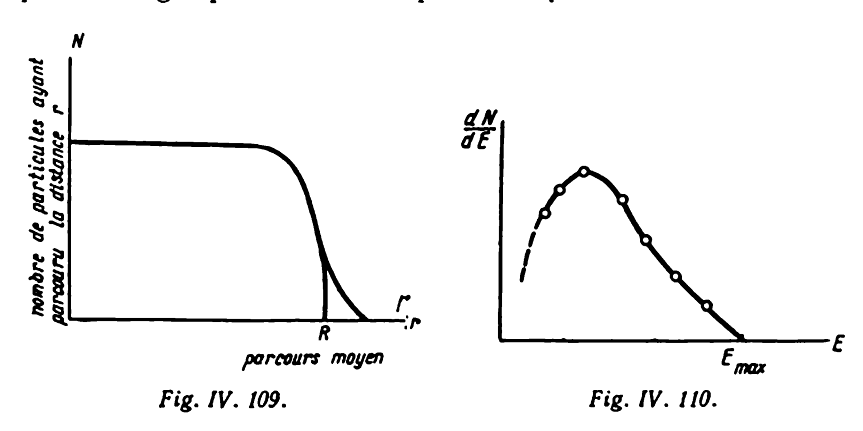


Fig. IV. 109. *Fig. IV. 110.*

Les pertes d'énergie des particules β interagissant avec la matière sont dues principalement à des processus d'ionisation. En outre, une partie des particules β perdent de l'énergie par suite de l'apparition d'un rayonnement X lorsqu'elles sont freinées par la matière absorbante. Comme les particules β possèdent une masse très petite, une charge unitaire et de grandes vitesses, leur pouvoir ionisant n'est pas grand. Il est environ 100 fois plus petit que celui des particules α. Il en résulte que le pouvoir de pénétration (parcours) des particules β est bien plus grand que celui des particules α. Dans l'air le parcours des particules β peut atteindre 200 *cm* et dans le plomb 3 *mm*.

L'absorption dans la matière de particules β ayant une énergie maximum donnée s'effectue approximativement selon la loi exponentielle $N = N_0 e^{-\mu d}$, où N_0 est le nombre de particules frappant la couche de matière, N le nombre de particules ayant traversé la couche de matière d'épaisseur d, μ le coefficient d'absorption. Il convient de remarquer que, pour chaque matière, il existe toujours une épaisseur déterminée d_{max} pour laquelle toutes les particules β sont absorbées. Par conséquent, la formule mentionnée n'est vraie

que pour $d<d_{max}$. On a représenté sur la fig. IV.111 la courbe d'absorption expérimentale des particules β.

Les rayons gamma représentent un rayonnement électromagnétique dur de longueur d'onde de 1 à plusieurs centaines d'angstrœms. L'énergie des photons des rayons γ atteint des millions d'électron-volts.

L'émission de rayons γ a lieu chaque fois que le noyau de l'atome retourne de son état d'excitation à l'état normal ou à un état intermédiaire. L'énergie du photon γ est déterminée par la condition $h\nu = E_2 - E_1$, où E_2 et E_1 sont les énergies du noyau dans ces états. L'état d'excitation du noyau apparaît souvent lorsqu'il y a désintégration α ou β, aussi le rayonnement est-il observé en radioactivité naturelle.

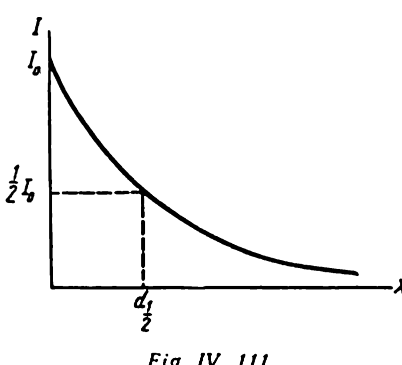


Fig. IV. 111.

Etant donné que les rayons γ sont, quant à leur nature, identiques aux rayons X, l'absorption des rayons γ par la matière, tout comme l'absorption des rayons X, est accompagnée de trois processus fondamentaux : effet photo-électrique, formation de paires électron-positrons et diffusion.

L'effet photo-électrique consiste en ce que les photons qui arrachent des électrons aux atomes sont eux-mêmes absorbés. Ce processus faiblit lorsque les énergies des photons γ dépassent 1 *MeV*.

La formation de paires électron-positrons consiste en ce qu'un photon γ doué d'une énergie non inférieure à 1,02 *MeV* et passant au voisinage d'un noyau peut se transformer en une paire : électron et positron, le photon γ disparaissant alors.

La diffusion des photons γ est liée à leur interaction avec des électrons à liaisons lâches, le photon perdant une partie de son énergie et s'écartant de sa direction initiale. C'est l'effet Compton décrit au § 14 à la page 477.

L'ionisation des gaz par les rayons γ résulte de l'apparition d'électrons libres (secondaires) dans ces trois processus provoquant l'ionisation.

Lors de l'affaiblissement d'un flux de rayons γ par la matière on ne peut distinguer un parcours déterminé, comme pour les particules α et β. Les rayons γ, tout comme les rayons X, sont absorbés progressivement, selon la loi exponentielle

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \tag{5.3}$$

où μ est un coefficient d'affaiblissement linéaire dépendant de l'énergie des rayons γ et des propriétés du milieu, I_0 l'intensité du faisceau parallèle incident, I l'intensité du faisceau après qu'il ait tra-

versé une couche de matière de x *cm*. On a représenté sur la fig. IV. 112 le graphique de cette dépendance.

Les rayons γ sont du nombre des rayonnements les plus pénétrants ; pour les rayons les plus durs, l'épaisseur de la couche de demi-absorption est égale : pour le plomb à 1,6 *cm*, pour le fer à 2,4 *cm*, pour l'aluminium à 12 *cm* et pour la terre à 15 *cm*.

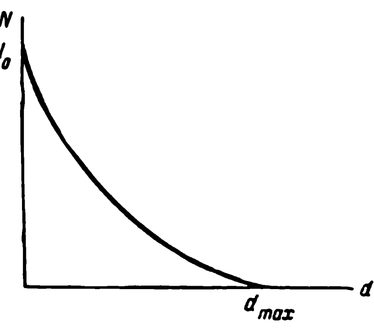


Fig. IV. 112.

Conformément aux trois processus fondamentaux provoquant l'affaiblissement des rayons γ dans la matière, le coefficient dans (5.3) peut être exprimé par la somme de trois coefficients : le coefficient de photo-absorption μ_{ph}, le coefficient de diffusion comptonienne μ_c et le coefficient d'absorption pendant la formation des paires μ_p.

Ces coefficients dépendent, dans une grande mesure, de l'énergie des rayons γ, car c'est précisément en fonction de cette énergie que varie le mécanisme d'interaction des photons γ avec les atomes de la matière. Ainsi, si l'énergie des rayons γ est inférieure à 1,02 *MeV*,

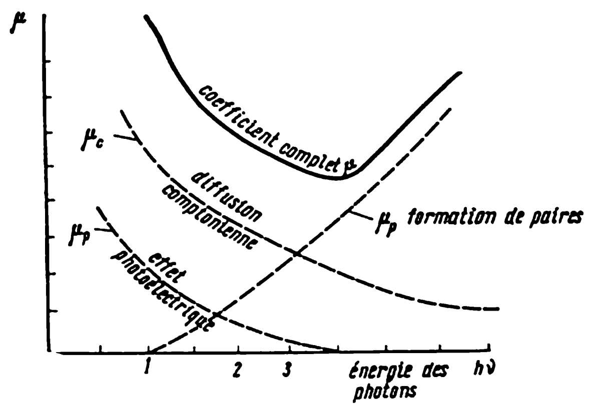


Fig. IV. 113.

il ne peut y avoir formation de paires électron-positrons ; la probabilité de l'effet photo-électrique et de la diffusion comptonienne décroît considérablement lorsque l'énergie des photons croît. Ceci étant, le coefficient total μ a une dépendance très compliquée de l'énergie des photons. On peut déterminer cette dépendance expérimentalement ou directement pour le coefficient total ou séparément pour μ_{ph}, μ_c, et μ_p ; faisant la somme des dépendances, on trouve μ. On a représenté une telle addition sur la fig. IV.113.

§ 28. Procédés d'observation des particules chargées rapides

L'observation des particules n'est possible que si elles sont chargées et douées d'une vitesse suffisante. Les particules neutres — photons et neutrons — ne peuvent être observées que lorsqu'elles interagissent avec la matière, engendrant des particules chargées.

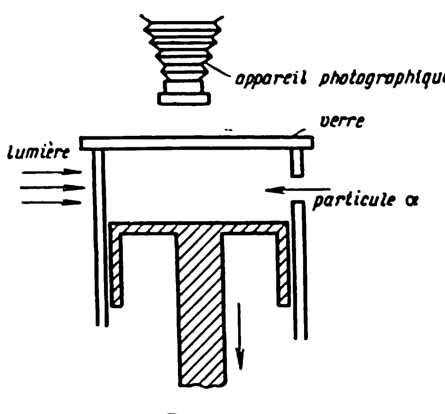


Fig. IV. 114.

Actuellement, on a recours aux méthodes suivantes d'observation des particules : 1) chambre de Wilson, 2) plaques photographiques à couches épaisses, 3) compteur d'ionisation de tous systèmes, 4) compteurs à scintillations et 5) compteurs de Tchérenkov.

1. *La méthode de la chambre de Wilson* est basée sur le fait que dans une vapeur sursaturée les ions sont des centres de condensation. On sursature la vapeur par détente adiabatique rapide de la vapeur saturée. Si alors une particule chargée pénètre dans la chambre, sa trajectoire est matérialisée par une chaîne d'ions dont l'existence est révélée par la formation de gouttelettes.

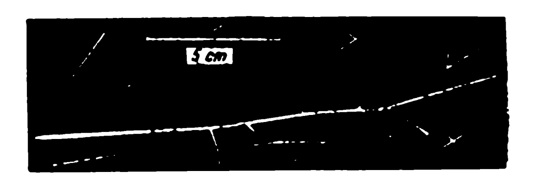


Fig. IV. 115.

En éclairant la chambre après la détente, on peut observer et photographier les trajectoires ou *traces* des particules. Si la chambre est placée dans un champ magnétique intense, les traces sont incurvées, ce qui permet de définir la charge, la masse et la vitesse de la particule d'après le rayon de courbure.

Les chambres de Wilson sont automatiques, c'est-à-dire qu'elles sont mises en action (détente, éclairement, photographie) par les particules elles-mêmes.

La fig. IV. 114 représente le schéma d'une chambre de Wilson et la fig. IV.115 une photographie de traces.

Chambre à bulles. On utilise actuellement la chambre à bulles pour enregistrer les particules chargées. C'est un récipient contenant un liquide (propane, pentane, etc.) sous une pression supérieure à l'élasticité de sa vapeur saturée. Le fonctionnement de la chambre à bulles consiste en ce que les particules chargées créent le long de leurs trajectoires dans le liquide des centres de formation de vapeur sous forme de bulles, que l'on peut observer et photographier.

Il est rationnel d'utiliser les chambres à bulles pour la régénération des particules de grande énergie dans les accélérateurs.

2. *La méthode des plaques photographiques* à couches émulsives épaisses est basée sur le fait que les grains de l'émulsion (bromure d'argent) traversés par une particule chargée noircissent et matérialisent la trajectoire de la particule. Cette méthode s'est révélée particulièrement féconde dans l'étude des rayons cosmiques et de l'interaction des particules chargées rapides et des noyaux de la matière.

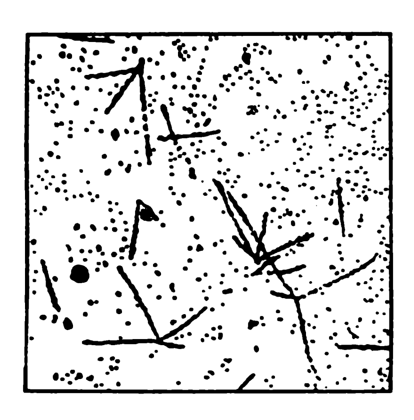


Fig. IV. 116.

On a donné sur la fig. IV. 116 une photographie de traces de particules α dans une émulsion.

3. *Compteurs à ionisation.* Leur action est basée sur l'apparition d'une décharge dans un gaz par suite de l'ionisation du gaz dans le compteur par la particule chargée.

Ces compteurs peuvent être classés en chambres à ionisation et en compteurs à décharge indépendante (compteurs à gaz).

On a représenté sur la fig. IV.117 le schéma d'une chambre à ionisation. Son élément principal est un condensateur plan, sphérique ou cylindrique rempli d'un gaz (air, argon, fluorure de bore, etc.) sous une pression d'une atmosphère et plus.

Lorsqu'une particule traverse la chambre, des ions sont formés et il apparaît un courant fugitif sous forme d'impulsion que l'on peut amplifier. Par conséquent, chaque passage d'une particule chargée peut être enregistré. Les chambres les plus perfectionnées permettent d'enregistrer jusqu'à 10^8 particules par seconde.

Si la source de particules chargées est trop intence, au lieu d'impulsions distinctes on enregistre un courant faible.

Dans les chambres à ionisation pour rayons X et γ, l'ionisation provient des électrons formés lors de l'absorption du rayonnement par les parois de la chambre et par le gaz. La chambre à ionisation convient aussi à la mesure de flux de neutrons lents. On la remplit

à cet effet de trifluorure de bore (BF_3) et le nombre de neutrons est mesuré par l'ionisation due aux noyaux d'hélium et de lithium formés lors de la désintégration du bore par les neutrons.

Le principe des compteurs à décharge autonome est qu'une décharge se produit dans le gaz lorsqu'il est traversé par une particule. Tel est, par exemple, le compteur de Geiger-Muller. Il est constitué (fig. IV.118) d'une chambre cylindrique contenant un gaz sous la pression de quelques centimètres de mercure. Un fil métallique de 0,075 à 0,25 *mm* de diamètre est tendu suivant l'axe du cylindre sur des isolateurs.

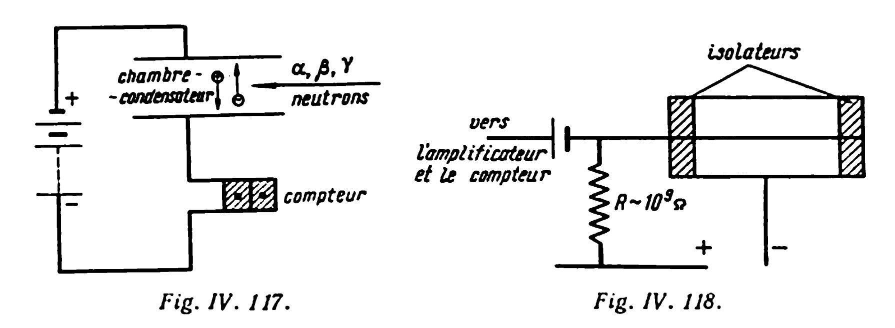


Fig. IV. 117.

Fig. IV. 118.

On applique entre le fil (+) et la paroi (—) une différence de potentiel un peu plus petite que celle provoquant la décharge spontanée dans le gaz. Une grande résistance, de l'ordre de 10^9 ohms, est intercalée dans le circuit. Lorsqu'une particule chargée rapide pénètre dans la chambre, elle provoque une décharge par avalanche. Le courant qui apparaît alors produit entre les extrémités de la résistance qu'il traverse une chute de tension, et la différence de potentiel entre le fil et la paroi s'en trouve diminuée d'autant. La décharge est interrompue et, au bout d'un certain temps, la différence de potentiel aux bornes du compteur reprend sa valeur initiale. Une nouvelle particule chargée provoque une nouvelle décharge. Ainsi, le compteur de Geiger-Muller permet d'enregistrer le passage d'une particule ionisante, mais, à l'inverse de la chambre ionisante, ne donne rien sur la grandeur du pouvoir ionisant de la particule, étant donné que la grandeur de l'impulsion du courant dans le compteur est liée non pas au degré d'ionisation mais à la décharge par avalanche. Une importante caractéristique du compteur de Geiger-Muller, et en général des compteurs à décharge autonome, est la dépendance entre le nombre de particules enregistrées par seconde et la tension aux bornes du compteur.

Le graphique d'une telle dépendance est donné sur la fig. IV.119. Lorsque les tensions sont inférieures à u_1, le compteur ne réagit pas du tout lorsqu'il est traversé par les particules chargées, dans l'intervalle de u_1 à u_2 le nombre de particules enregistrées croît presque

linéairement en même temps que la tension, puis il y a un palier, c'est-à-dire que le nombre de particules enregistrées en une seconde ne dépend pas de la tension ; lorsqu'on continue à augmenter la tension du compteur, une décharge continue apparaît. Actuellement, les compteurs à gaz sont aussi dotés de dispositifs pour le dénombre-

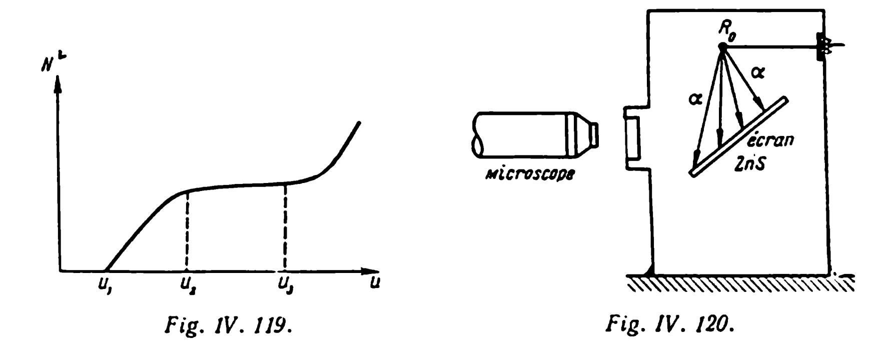


Fig. IV. 119. *Fig. IV. 120.*

ment automatique des particules de rayonnement radioactif de tous genres.

4. Le principe des *compteurs à scintillation* repose sur le phénomène de luminescence de la matière par suite des chocs de particules chargées ou de photons. Le premier des enregistreurs de particules de ce genre fut le scintilloscope, largement utilisé au début de notre siècle pour l'étude de la radioactivité. Il était constitué d'un écran (fig. IV.120) recouvert de sulfure de zinc, d'une source de rayonnement radioactif et d'un microscope.

Les chocs des particules α sur l'écran provoquent de petites scintillations observées dans le microscope.

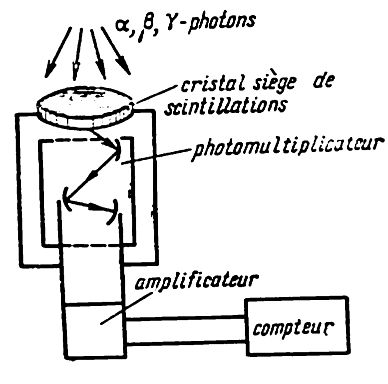


Fig. IV. 121.

La méthode du comptage visuel des scintillations, qui a joué un grand rôle dans les premiers temps de l'étude de la radioactivité, est périmée ; on se sert actuellement de compteurs à scintillation, dans lesquels l'œil est remplacé par un photomultiplicateur électronique à plusieurs étages permettant d'enregistrer les flux lumineux faibles des diverses scintillations. Le schéma d'un tel compteur est donné sur la fig. IV.121.

Les compteurs à scintillation se distinguent par une grande sensibilité et un grand pouvoir de résolution temporelle, c'est-à-dire qu'ils peuvent enregistrer un grand nombre de particules en une

seconde. Ils conviennent à l'enregistrement de particules neutres — neutrons et photons — par l'intermédiaire des électrons secondaires qu'elles créent dans la matière du scintillateur.

5. *Les détecteurs à semi-conducteurs* sont basés sur la propriété que la conductibilité électrique des semi-conducteurs varie quand ils sont irradiés par des neutrons ou des rayons γ pour l'enregistrement desquels ils sont employés.

6. *Compteurs de Tchérenkov.* Ces compteurs sont basés sur le rayonnement, découvert en 1934 par S. I. Vavilov et P. A. Tchérenkov, engendré par des électrons se propageant dans un diélectrique liquide

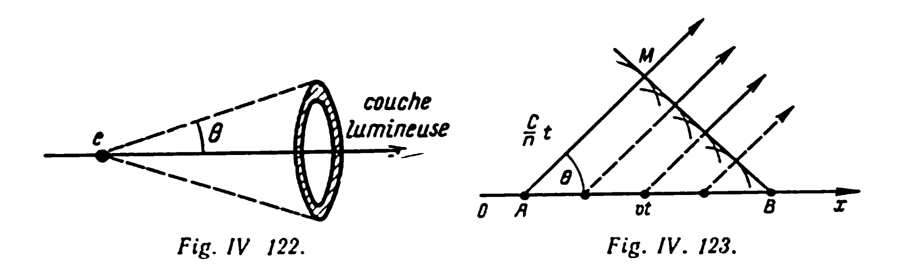


Fig. IV 122. *Fig. IV. 123.*

ou solide pur avec une vitesse plus grande que la vitesse de phase de la lumière dans ces milieux. Le rayonnement de Vavilov et Tchérenkov est dirigé en avant, dans le sens de la propagation des électrons (fig. IV.122), et son maximum d'intensité est observé dans un cône aigu axé sur la trajectoire des électrons.

L'expérience et la théorie montrent que $\cos\theta = \frac{c}{vn}$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide, v la vitesse de l'électron, n l'indice de réfration du diélectrique.

Puisque c/n est plus petit que la vitesse de la lumière dans le vide, le mouvement de l'électron à une vitesse $n > c/n$ (mais plus petit que c) est possible et ne contredit pas la théorie de la relativité.

Le rayonnement de Vavilov et Tchérenkov est semblable à l'onde frontale d'un navire formée lorsque la vitesse du navire est plus grande que celle des ondes à la surface de l'eau.

Considérons un électron se propageant dans un milieu quelconque, d'indice de réfraction égal à n, le long de l'axe Ox (fig. IV.123) à une vitesse $v > c/n$. Le champ électrique de l'électron engendre dans le milieu une perturbation électromagnétique, par suite de laquelle chaque point de l'axe Ox devient centre d'émission d'une onde électromagnétique. Avant que l'électron ait parcouru la distance $AB = vt$, l'onde lumineuse engendrée au point A (au passage de l'électron) arrive au point M se trouvant à la distance $\frac{c}{n} \cdot t$ de A. Toutes les molécules entre A et B émettront de même de la lumière avec un

retard temporel de l/v par rapport au point A, où l est la distance entre la molécule et le point A.

Par suite de l'interférence de ces ondes, il se forme une onde, de front MB, formant un angle θ avec l'axe Ox. L'angle θ est défini d'après des considérations géométriques :

$$\cos\theta = \frac{AM}{AB} = \frac{c}{vn}.$$

Les appareils utilisant le rayonnement de Tchérenkov (effet Tchérenkov) pour l'enregistrement des particules chargées sont appelés compteurs de Tchérenkov. Le schéma d'un tel compteur est donné sur la fig. IV. 124.

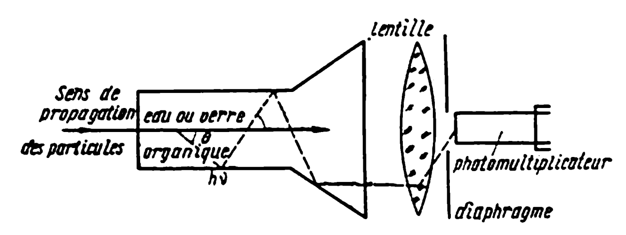


Fig. IV. 124.

Ces compteurs se distinguent par une rapidité extrême de calcul, plus grande que pour les autres types de compteurs. Ils permettent non seulement l'enregistrement des particules, mais définissent aussi leur vitesse à 0,1% près, et donc leur énergie.

Des compteurs de Tchérenkov ont équipé les satellites soviétiques destinés à l'étude des flux de particules chargées composant le rayonnement cosmique.

§ 29. Accélérateurs de particules chargées

Pour étudier la structure du noyau, les forces nucléaires, pour obtenir des neutrons, de nouveaux éléments transuraniens et pour étudier les transmutations nucléaires artificielles, il faut disposer de particules rapides capables de vaincre le champ électrique du noyau et de pénétrer dans le noyau. On utilisait initialement des particules α de radioactivité naturelle, toutefois, leur énergie s'étant révélée insuffisante dans beaucoup d'expériences, on a été obligé de créer des installations spéciales dans lesquelles on communique aux particules chargées (électrons, protons, noyaux atomiques et ions) une énergie considérable aux dépens de l'énergie d'un champ électromagnétique. Ces installations sont appelées des accélérateurs de particules chargées. Actuellement, certains d'entre eux sont utilisés non seulement en physique, mais aussi en technique, par exemple en métallurgie, pour détecter les défauts, en médecine, dans l'industrie alimentaire pour stériliser les denrées.

Dans tous les accélérateurs l'énergie des particules croît grâce à l'action du champ électrique.

Les accélérateurs se divisent en :

1) accélérateurs à action directe, dans lesquels les particules traversent une seule fois le champ d'accélération ; 2) accélérateurs à induction, basés sur l'induction électromagnétique ; 3) accélérateurs à résonance, qui, à leur tour, peuvent être linéaires ou cycliques.

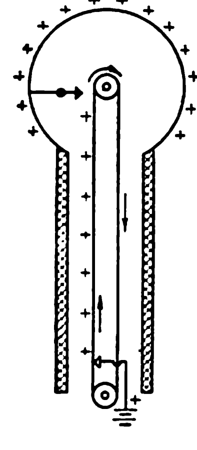


Fig. IV. 125.

Examinons à présent les principes de quelques accélérateurs.

a) *Accélérateur électrostatique à action directe Van de Graaff* (fig. IV. 125).

Son principe de fonctionnement est le suivant. Si l'on communique d'une manière continue des charges à la surface interne d'une sphère métallique, on augmente la charge de la sphère, et donc son potentiel ; par conséquent, son potentiel peut être porté à des valeurs considérables. La limite du potentiel de la sphère est déterminée par les isolateurs et l'effet couronne dans l'air. Le générateur Van de Graaff est constitué de deux sphères vides de plus de 5 mètres de diamètre montées sur des colonnes isolantes creuses. On monte à l'intérieur un ruban isolant sans fin tendu sur des poulies animées par un moteur. Le ruban transporte les charges. En bas la surface du ruban est chargée, les charges sont montées par le ruban et introduites dans la sphère, à la surface interne de laquelle elles sont communiquées par un dispositif spécial, puis passent entièremant sur la surface externe. Par suite de l'accumulation des charges, il se crée entre les sphères une différence de potentiel de plusieurs millions de volts, qui est appliquée aux tubes accélérateurs. L'énergie communiquée aux particules est évidemment égale au produit de la charge par la différence de potentiel entre le début et la fin de la trajectoire.

Les générateurs de ce type ont le défaut d'être volumineux. A présent, afin de réduire leurs dimensions, on enferme ces générateurs dans des chambres remplies d'un gaz spécial sous la pression de 16 *atm.* La rigidité diélectrique d'un tel gaz est supérieure à celle de l'air. L'énergie des particules dans ces générateurs atteint 5 *MeV* ;

b) *Accélérateur à induction* : *bétatron.*

Il ne sert qu'à l'accélération d'électrons, son principe reposant sur le phénomène d'induction électromagnétique. Le champ électrique accélérant est créé par un champ magnétique variable. Par sa constitution, le bétatron rappelle un transformateur avec une seule spire pour l'enroulement secondaire. Cette spire est formée par le flux électronique dans le tube à vide (fig. IV. 126).

Un tube à vide est placé dans l'entrefer annulaire d'un électro-aimant alimenté en courant alternatif. Lorsque le champ magnétique commence à croître, on injecte les électrons (par exemple d'un métal incandescent) dans le tube. Le champ électrique formé capte les électrons et les accélère par rotation dans le tube annulaire. Pendant un tour l'électron acquiert une énergie de plusieurs dizaines d'électron-volts. L'accélération des électrons cesse lorsque le champ atteint sa valeur maximum, ce qui a lieu au bout d'un quart de période.

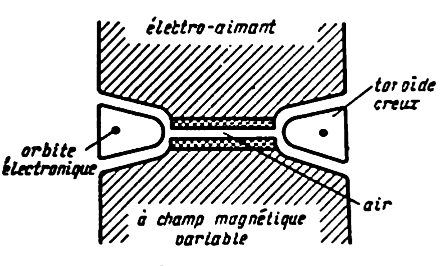


Fig. IV. 126.

Pendant ce temps les électrons ont le temps de faire un nombre considérable de tours et parcourent 300 à 400 *km*, atteignant une énergie de l'ordre de 30 à 50 *MeV*.

Actuellement, les bétatrons sont principalement employés pour la génération de rayons X.

c) *Accélérateurs linéaires à résonance*

Le schéma du plus simple d'entre eux a été représenté sur la fig. IV. 127. Ici *a* représente la source de particules chargées (électrons,

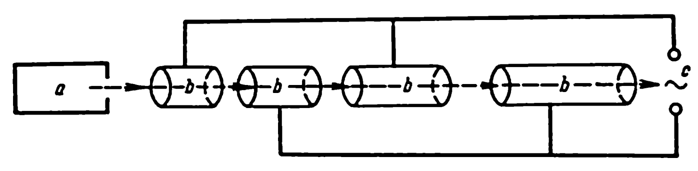


Fig. IV. 127.

protons, ions), *b* des tubes métalliques, *c* un générateur de tension à haute fréquence. Le principe est le suivant : le champ électrique accélérateur est créé par le générateur seulement dans l'espace entre deux tubes consécutifs, car on n'a pas de champ à l'intérieur des tubes métalliques. On choisit la longueur et la disposition des tubes de sorte qu'aux instants où le champ électrique favorise le mouvement de la particule, celle-ci se trouve entre deux tubes, et qu'elle se trouve à l'intérieur d'un tube lorsque le champ est opposé à la vitesse de la particule. Alors la particule reçoit entre deux tubes l'énergie eU, où e est la charge de la particule, U la différence de potentiel créée par le générateur ; l'énergie correspondant à n intervalles est égale à neU. Par conséquant, avec une différence de potentiel relativement petite U on peut obtenir des particules de grande énergie.

La distance entre deux intervalles accélérateurs voisins, c'est-à-dire la longueur d'un tube, est égale au chemin parcouru par la par-

ticule durant une demi-période du générateur $l = \frac{1}{2} vT$, et comme la vitesse de la particule croît proportionnellement à la racine carrée de l'énergie, les longueurs des tubes croissent proportionnellement à la suite des racines carrées des entiers : $l_1 : l_2 : l_3 \ldots = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} \ldots$.

On voit que pour qu'il y ait accélération des particules leur mouvement doit s'effectuer en résonance avec le changement du sens du champ électrique.

Pour l'accélération de particules lourdes les fréquences du générateur ne sont pas très élevées — de 50 à 200 *MHz* ; mais pour l'accélération d'électrons, qui atteignent de grandes vitesses, voisines de celles de la lumière, pour des énergies encore faibles, la fréquence doit être très grande — de l'ordre de 3000 *MHz*. A l'heure actuelle, on utilise souvent dans les accélérateurs de ce type (accélérateurs linéaires dynamiques) la particularité de propagation d'une onde électromagnétique dans les tubes métalliques (guides d'onde) : on peut créer dans un tube métallique une onde avec un champ électrique dirigé le long du tube et se déplaçant parallèlement au tube. Si un électron se déplace avec la vitesse de propagation du champ électrique, il se trouve constamment accéléré.

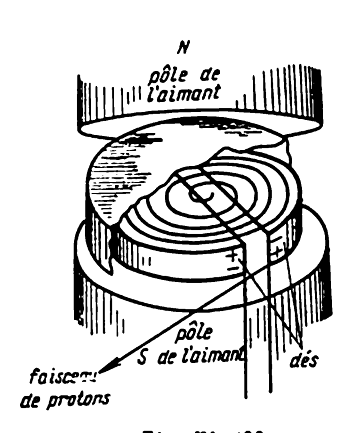


Fig. IV. 128.

d) *Accélérateurs cycliques à résonance*

Dans ces accélérateurs, la particule qui tourne dans le champ magnétique passe un grand nombre de fois dans un seul et même intervalle d'accélération.

Le *cyclotron* a été inventé par Lawrence (fig. IV. 128). Il est constitué d'un électro-aimant avec des pôles plans et un champ uniforme, d'un générateur de haute fréquence et d'une chambre, pour l'accélération des protons et ions, constituée de deux demi-cylindres plates appelés dés.

On applique aux dés une tension alternative de 50 à 75 *kV* de fréquence constante. La particule chargée se trouvant dans un champ magnétique uniforme se meut suivant une circonférence dont le rayon est, comme on sait, $R = \frac{mv}{eB}$, B étant l'induction du champ magnétique, e et m la charge et la masse de la particule. Comme le rayon de la circonférence croît proportionnellement à la vitesse, le temps de révolution de la particule ne dépend pas de sa vitesse :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB}.$$

Chaque fois que la particule traverse la fente (intervalle d'accélération) entre les dés, elle est accélérée dans le champ électrique et, sa vitesse augmentant, décrit une spirale. Lorsque la particule approche de nouveau de la fente, ce qui a lieu au bout d'un demi-tour, la tension entre les dés est inversée et la particule reçoit une nouvelle impulsion accélératrice.

Pour qu'il y ait accélération, il faut que le temps entre deux passages consécutifs d'une particule dans un même intervalle d'accélération soit égal (ou multiple) de la période de variation du champ accélérateur, c'est-à-dire de la période du générateur. Accomplissant n tours la particule acquiert une énergie correspondant à la différence de potentiel de $2nU$ volts, U étant la tension entre les dés.

Le cyclotron permet l'accélération de protons, de particules α et d'ions d'éléments légers atteignant des énergies de 10 à 20 *MeV*.

La période de révolution d'une particule dépendant de sa masse, pour de très grandes vitesses, lorsque la masse de la particule, conformément à la théorie de la relativité, commence à augmenter notablement, sa période croît et il n'y a plus synchronisme, la vitesse ne croît plus. Ceci crée une limite à l'énergie des particules accélérées dans les cyclotrons.

Dans les autres accélérateurs cycliques à résonance : *phasotron*, *synchrotron* et *synchrophasotron*, on utilise des dispositifs permettant de modifier la fréquence du champ électrique variable entre les dés, ou la tension du champ magnétique, ou encore l'une et l'autre simultanément, de sorte que la particule accélérée, malgré l'augmentation relativiste de la masse, ne sort pas du synchronisme et continue à être accélérée.

Dans le *phasotron*, appelé autrement synchrocyclotron, pour que la résonance soit conservée, on fait varier la fréquence du champ électrique conformément à la variation de la masse de la particule, le champ magnétique restant constant.

Dans le *synchrotron*, la periode du champ accélérateur est constante, le champ magnétique étant variable. Il est utilisé pour l'accélération d'électrons sur une orbite de rayon constant ; c'est pourquoi l'aimant est annulaire — pour créer un champ magnétique à l'intérieur de la chambre à vide toroïdale embrassant les orbites des électrons.

On accélère d'abord les électrons, tout comme dans le bétatron, par un champ électrique tourbillonnaire ; dès qu'on a atteint une énergie de 2 à 3 *MeV*, on applique le champ électrique accélérateur de haute fréquence constante, et le synchrotron commence à travailler en régime d'accélération.

Lorsque les électrons ont une énergie de 2 à 3 *MeV* leur vitesse est voisine de celle de la lumière et reste pratiquement constante ultérieurement. Comme le rayon de l'orbite est $R = \frac{mv}{eB}$, en même temps

que l'augmentation de la quantité de mouvement mv il faut faire croître proportionnellement l'induction du champ B pour que le rayon de l'orbite reste constant. Aussi emploie-t-on dans les cyclotrons un champ magnétique variable. Quant à la fréquence du champ électrique accélérant, elle reste constante, étant donné que la vitesse de l'électron, et donc sa période de révolution sur l'orbite, ne varie pas avec la croissance de l'énergie.

Dans les synchrotrons l'énergie des électrons atteint 1000 *MeV*. On observe alors un rayonnement intense d'ondes électromagnétiques et l'électron émet une lumière d'abord rougeâtre, puis bleuâtre. La correction relative aux pertes de rayonnement dans le cyclotron est automatique. Actuellement, le synchrotron prend la relève du bétatron en tant que source d'électrons de très grandes énergies.

Le *synchrophasotron* (qu'on appelle encore synchrotron protonique, cosmotron, bévatron) est le type le plus moderne d'accélérateur de particules lourdes. Le mouvement des particules s'y effectue dans un champ magnétique et dans un champ électrique variables.

Dans cet accélérateur, ainsi que dans le synchrotron, on utilise une orbite de rayon constant et une chambre à vide toroïdale embrassant l'orbite de la particule et dans laquelle on crée un champ magnétique avec un aimant annulaire. Il résulte de la formule $R = \frac{mv}{eB}$ que pour conserver la constance de R lorsque la quantité de mouvement de la particule mv croît, il faut faire croître progressivement B. Cependant, contrairement aux électrons, dont la vitesse est voisine de celle de la lumière déjà pour les énergies de 2 à 3 *MeV*, la vitesse des protons est constante pour des énergies bien plus grandes. Il en résulte que la vitesse et la fréquence de révolution des protons et d'autres particules lourdes croissent pendant l'accélération et le phénomène de résonance est perturbé.

On remédie à cela dans le synchrophasotron en faisant varier la fréquence du champ électrique accélérant.

§ 30. Réactions nucléaires artificielles. Neutron

Après la découverte de la radioactivité, il devint clair que les noyaux atomiques ont une structure complexe, qu'il est possible de les transmuter.

En 1919, le physicien anglais Rutherford a, le premier, réalisé une transmutation artificielle du noyau de l'azote.

A cet effet, il a soumis le noyau de l'azote à un bombardement de particules α. Il a découvert que le noyau d'azote se transforme en noyau d'isotope d'oxygène et qu'il se forme un proton. La réaction s'opère comme suit :

$$_7N^{14} + _2He^4 \rightarrow _8O^{17} + _1H^1.$$

On a découvert plus tard encore d'autres réactions nucléaires artificielles : transmutation de l'aluminium en silicium par bombardement de particules α, transmutation du lithium en deux particules α par bombardement de protons rapides, etc. Ces réactions s'écrivent :

$$_{13}Al^{27} + {}_2He^4 \rightarrow {}_{14}Si^{30} + {}_1H^1 ;$$
$$_3Li^7 + {}_1H^1 \rightarrow 2{}_2He^4 .$$

En 1932, par suite de l'étude de réactions nucléaires artificielles, a été découvert le neutron, une nouvelle particule élémentaire. Il a été découvert dans les circonstances suivantes.

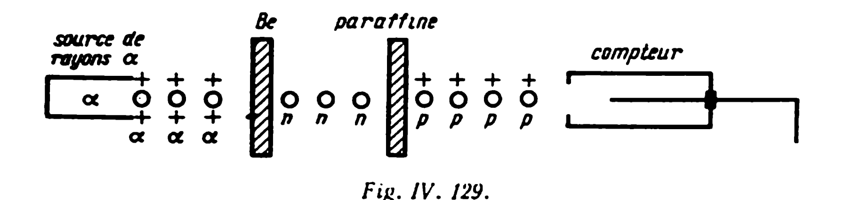


Fig. IV. 129.

En 1930, les physiciens allemands Boethe et Becker ont établi que lorsqu'on bombarde des atomes de béryllium avec des particules α il apparaît un rayonnement intense pénétrant, qu'ils croyaient être d'abord un rayonnement γ. Puis les physiciens français Frédéric et Irène Joliot-Curie ont établi que ce rayonnement peut engendrer des protons rapides pouvant parcourir jusqu'à 26 *cm* dans l'air si on dirige le rayonnement sur une matière contenant de l'hydrogène, par exemple de la paraffine.

En 1932, le physicien anglais Chadwig a découvert que le rayonnement obtenu par bombardement du béryllium avec des particules α crée non seulement des protons, mais aussi d'autres noyaux de recul : noyaux de lithium, de bore, de carbone et d'azote.

La mesure de l'énergie de ces noyaux de recul a incité Chadwig à conclure que le rayonnement découvert par Boethe et Becker est constitué non pas de quanta γ, mais de particules ayant la masse du proton, mais sans charge. On les a appelées neutrons.

Le schéma de la réaction d'obtention de neutrons et de formation de protons de recul a été représenté sur la fig. IV. 129. La formule de la réaction est :

$$_4Be^9 + {}_2He^4 \rightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1 ,$$

où $_0n^1$ est le symbole du neutron.

Actuellement, on obtient des neutrons par les trois procédés suivants : 1) bombardement du béryllium avec des particules α ; on mélange à cet effet dans une ampoule une préparation de radium avec

du béryllium pulvérisé ; 2) bombardement de différentes matières avec des protons rapides, des deutrons et des rayons γ obtenus au moyen d'accélérateurs de particules chargées ; 3) dans des réacteurs nucléaires, qui sont les sources les plus puissantes de neutrons.

Les neutrons ne possèdent pas de charge électrique, aussi ne produisent-ils pratiquement pas d'ionisation. Sur au moins $3m$ de parcours un neutron forme une paire d'ions dans l'air. Lorsqu'ils traversent la matière, les neutrons interagissent seulement avec les noyaux, mais comme les dimensions des noyaux sont très petites, les neutrons traversent librement des épaisseurs notables de matière (plusieurs centimètres).

Lorsqu'ils interagissent avec les noyaux, ils sont le plus souvent captés par ces derniers, mais, dans certains cas, par exemple lors de l'interaction avec des noyaux d'hydrogène, de deutérium (hydrogène lourd) et d'autres corps, les neutrons sont diffusés par suite de collisions élastiques. Alors les neutrons perdent une partie de leur énergie cinétique, qui est cédée aux noyaux.

Lorsqu'un neutron heurte centralement un proton, de masse presque égale, il cède toute son énergie au proton, qui est éjecté de la matière à la vitesse du neutron incident. Si la collision centrale du neutron a lieu avec un noyau de carbone de masse 12 fois plus grande, la perte d'énergie du neutron est de 28%.

L'étude des propriétés du neutron a permis d'établir que sa masse vaut $m_n = 1{,}00898$ unité de masse atomique (Amu). Elle est supérieure à la masse du proton $m_p = 1{,}00759$ de 0,00139 Amu. (l'unité de masse atomique est égale à 1/16 de la masse de l'isotope de l'oxygène O^{16}. En grammes, 1 Amu $= 1{,}662 \cdot 10^{-24}$ g).

Il a été établi ensuite que le neutron est doué d'un moment cinétique propre (spin) ainsi que d'un moment magnétique. Le spin du neutron est $S = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$ et son moment magnétique $\mu = -\frac{1{,}913}{1836} M_e$, où M_e est le moment magnétique de l'électron.

Le signe moins signifie que le moment magnétique et le spin du neutron sont des vecteurs opposés.

Il a été également établi que le neutron se transmute spontanément en proton ; il y a alors émission d'un électron et d'un neutrino. La réaction s'écrit :

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu},$$

où $\bar{\nu}$ est le symbole du antineutrino, p celui du proton et e^- celui de l'électron.

Par conséquent, le neutron est radioactif. Sa période, comme il résulte d'expériences, est de 11,7 *min*.

Revenons-en aux réactions nucléaires. Actuellement, on a largement recours à la transcription abrégée de ces réactions selon la règle suivante : on écrit d'abord le noyau à bombarder (noyau-cible), puis on indique entre parenthèses, d'abord la particule incidente

(particule-projectile) et à sa suite toutes les particules éjectées à l'issue de la réaction ; on écrit après les parenthèses le noyau obtenu finalement (noyau-produit). La transcription abrégée des réactions est

$$N^{14}(\alpha, p)\,O^{17}; \quad Al^{27}(\alpha, p)\,Si^{30}.$$

Les symboles suivants ont été adoptés pour les particules : *d* deutéron (noyau d'hydrogène lourd H^2), *n* neutron, e^- électron, e^+ positron, *p* proton.

La réaction $Be^9(\alpha, n)\,C^{12}$, dite réaction du type (α, n), a conduit à la découverte du neutron.

Actuellement, on se représente une réaction nucléaire pour des énergies atteignant 8 *MeV* comme s'opérant en deux phases.

La première phase est la fusion de la particule-projectile avec le noyau-cible et la formation d'un nouveau noyau intermédiaire se trouvant habituellement en état énergétique d'excitation ; pendant la seconde phase, qui s'opère en un temps extrêmement court, le noyau continue à se transformer et il en résulte le noyau-produit ; cette transformation a lieu en général avec émission de telles ou telles particules.

On distingue les réactions nucléaires suivantes les plus fréquentes :

1. Réaction de *transmutation*. La particule incidente reste dans le noyau, mais le noyau intermédiaire émet une particule quelconque, et donc le noyau-produit est différent du noyau-cible. Telle est la réaction de Rutherford $N^{14}(\alpha, p)\,O^{17}$ de la transmutation de l'azote en oxygène, ou encore la réaction donnant le neutron $Be^9(\alpha, n)\,C^{12}$.

Telle est aussi la réaction donnant lieu à la formation d'un noyau d'hélium par suite du choc d'un noyau de deutérium *d* et de tritium $(H)^3$: $H^3(d, n)\,He^4$, s'opérant avec un dégagement intense d'énergie.

2. *Réaction de capture de la radiation*. Ici la particule incidente est captée par le noyau, mais le noyau excité rayonne l'excès d'énergie sous forme d'émission d'un photon γ. Telles sont les réactions du type (n, γ), très importantes dans les réacteurs nucléaires ; une partie des neutrons nécessaires à la réaction en chaîne peut être perdue lors du processus de capture et, en outre, il apparaît un rayonnement γ intense dangereux pour les personnes présentes.

Telle est la réaction de capture des neutrons par le cadmium ou le phosphore :

$$Cd^{113}(n, \gamma)\,Cd^{114}; \qquad P^{31}(n, \gamma)\,P^{32},$$

ainsi que la réaction d'interaction d'un proton et d'un neutron avec formation d'hydrogène lourd (deutérium)

$$H^1(n, \gamma)\,H^2.$$

Notons que, par suite de la réaction de capture, le noyau-produit peut être : 1) stable (par exemple réaction avec le cadmium), 2) ra-

dioactif (réaction avec le phosphore) avec une période de désintégration déterminée.

Ce dernier cas sert de base à l'obtention des isotopes radioactifs artificiels (atomes marqués) largement employés dans la science et la technique.

3. *Diffusion*. Dans ce cas le noyau intermédiaire émet une particule identique à la particule incidente et il peut y avoir : 1) diffusion élastique, l'énergie cinétique totale des particules en interaction ne changeant pas, et 2) diffusion inélastique, l'énergie cinétique totale des particules entrant en collision diminue, la différence d'énergie est rayonnée sous forme d'énergie d'un photon γ.

Un exemple de diffusion élastique est celle des neutrons par le carbone (graphite) ou par l'eau lourde utilisée dans les réacteurs pour ralentir les neutrons. La réaction de la diffusion élastique par le carbone s'écrit :

$$C^{12}(n, n)C^{12}.$$

On peut apporter comme exemple de diffusion inélastique le processus ayant lieu lors du choc d'un neutron rapide avec un noyau d'uranium-238 ; on a la réaction

$$U^{238}(n, n, \gamma)U^{238}.$$

4. Réaction de *fission*. Cette réaction, qui a toujours lieu avec dégagement d'énergie, est particulièrement intéressante, car elle est à la base de l'obtention technique et de l'utilisation de l'énergie nucléaire (elle sera examinée en détail au § 33). Au cours d'une réaction de fission, l'excitation du noyau composé intermédiaire est si grande qu'il se scinde en deux morceaux à peu près égaux, avec dégagement de quelques neutrons.

Pour que s'opère telle ou telle réaction, il faut qu'une particule vienne frapper un noyau-cible. Pour caractériser quantitativement la probabilité d'une telle collision, et donc celle de la réaction nucléaire, on a introduit une grandeur particulière appelée *section efficace* de la réaction (que l'on désigne par σ).

La section efficace est mesurée par le rapport du nombre d'actes d'interaction n de la particule dans l'unité de chemin parcouru dans la matière et du nombre N de noyaux (d'atomes) dans l'unité de volume de la matière : $\sigma = n/N$ cm^2.

Autrement dit : supposons qu'un faisceau de neutrons bombarde de l'azote gazeux. On sait que lors de certaines collisions entre les neutrons et les noyaux d'azote a lieu la réaction

$${}_0n^1 + {}_7N^{14} \rightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1.$$

La probabilité ΔW qu'un des neutrons incidents provoque la réaction est proportionnelle au nombre N de noyaux d'azote dans l'unité de volume et à l'épaisseur Δx de la couche d'azote :

$$\Delta W = \sigma N \, \Delta x,$$

le coefficient σ étant précisément la section efficace de cette réaction

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta x} \cdot \frac{1}{N}.$$

Or, $\frac{\Delta W}{\Delta x} = n$ est le nombre de réactions provoquées sur l'unité de longueur du trajet du neutron, ce qui prouve l'identité des deux expressions de σ.

La section efficace est mesurée en *barns*: 1 barn $=10^{-24}$ cm^2. Etant donné que le nombre d'actes d'interaction dépend du type de la réaction, on emploie les expressions : section efficace de fission, section efficace de capture, etc.

La section efficace pour chaque type de réaction dépend de l'énergie de la particule, étant donné que la variation de l'énergie (de la vitesse) d'une particule fait varier l'intensité de son interaction avec le noyau. Cette dépendance est généralement complexe, mais pour les neutrons thermiques la section efficace de réaction est dans plusieurs cas en raison inverse de la vitesse des neutrons. On observe parfois l'accroissement brusque de la section efficace dans un intervalle étroit de valeurs déterminées de l'énergie des neutrons. C'est le phénomène de résonance, et la section elle-même est dite section résonnante.

Il faut avoir en vue que le lien entre la grandeur σ et la section géométrique transversale du noyau-cible est complexe et que σ coïncide avec celle-ci seulement par son ordre de grandeur. Cela s'explique par le fait que la probabilité de réaction lorsque la particule se trouve près du noyau dépend aussi bien du type de cette réaction, que de la nature et de l'énergie de la particule incidente.

§ 31. Radioactivité artificielle. Positron

Etudiant les réactions nucléaires, Frédéric et Irène Joliot-Curie ont découvert en 1934 que dans nombre de cas les produits de réaction sont radioactifs. On les a appelés matières radioactives artificielles, à l'encontre des matières radioactives naturelles rencontrées dans la nature.

Les matières douées de radioactivité artificielle émettent des rayons β, γ et plus rarement des rayons α, qui caractérisent la radioactivité naturelle. Mais en radioactivité artificielle on rencontre aussi un autre type de fission, non spécifique pour les matières à radioactivité naturelle. Au cours de ce type de désintégration il y a émission de positrons, particules de même masse que l'électron mais portant une charge positive égale en valeur absolue à celle de l'électron.

Les positrons ont été découverts par Anderson en 1932 dans les rayons cosmiques, où ils se forment par suite de la transformation d'un photon γ en une paire électron+positron.

On peut donner comme exemple de formation de positrons le bombardement de l'aluminium par des particules α. Il est alors émis un neutron et il se forme un isotope du phosphore, de nombre massique 30, qui est radioactif. Ces réactions nucléaires s'écrivent :

$$_{13}Al^{27} + {_2}He^4 \rightarrow {_{15}}P^{30} + {_0}n^1;$$
$$_{15}P^{30} \rightarrow {_{14}}Si^{30} + e^+.$$

La période de demi-vie est égale à 2,5 *min* et le produit de désintégration est un isotope stable de silicium.

Une autre réaction semblable, découverte par Joliot-Curie, a lieu lors du bombardement du bore par des particules α : B^{10} (α, n) N^{13}

$$_5B^{10} + {_2}He^4 \rightarrow {_7}N^{13} + {_0}n^1.$$

L'isotope d'azote $_7N^{13}$ émet des positrons avec une période de désintégration de 10,1 *min*

$$_7N^{13} \rightarrow {_6}C^{13} + e^+.$$

En 1934, le physicien Fermi a montré que le phénomène de radioactivité artificielle a aussi lieu lors de la capture de neutrons.

Tel est le cas de la réaction de capture de neutrons par l'argent, donnant lieu à la formation d'un isotope d'argent avec désintégration β de période de demi-vie de 2,3 *min*. La réaction s'effectue selon le schéma

$$_{47}Ag^{107} + n \rightarrow {_{47}}Ag^{108}, \quad {_{47}}Ag^{108} \rightarrow {_{48}}Cd^{108} + e^-.$$

On a obtenu actuellement plusieurs isotopes radioactifs artificiels pour chaque élément du système périodique. Leur nombre dépasse 700. Beaucoup d'entre eux sont largement employés comme atomes marqués en médecine, biologie, etc.

32. Noyau atomique et sa constitution. Energie de liaison des noyaux atomiques

La découverte du phénomène de la radioactivité de l'étude dont elle a fait l'objet par la suite a montré d'une manière indiscutable que les noyaux atomiques sont des édifices complexes constitués de particules élémentaires.

Les caractéristiques les plus importantes du noyau de l'atome sont sa masse et sa charge électrique.

La masse du noyau représente la quasi-totalité de toute la masse de l'atome, la masse de tous les électrons de l'atome étant inférieure au centième de la masse de l'atome.

On exprime ordinairement la masse du noyau et des particules élémentaires en unités atomiques de masse (Amu).

La densité de la matière dans les noyaux atomiques est extrêmement grande, étant donné que les dimensions des noyaux sont très petites. On peut poser avec une erreur négligeable que le rayon du noyau atomique est égal à

$$r = 1{,}3 \cdot 10^{-13} \cdot \sqrt[3]{A}\ cm,$$

A étant le nombre total de protons et neutrons dans le noyau, égal au poids atomique exprimé en nombres entiers et appelé nombre de masse. Ainsi, on a pour le noyau de l'uranium :

$$r = 1{,}5 \cdot 10^{-13} \cdot \sqrt[3]{238} = 0{,}93 \cdot 10^{-13}\ cm,$$

et la densité de sa matière est :

$$\rho = \frac{m_n}{V_n} = \frac{1{,}66 \cdot 10^{-24} \cdot 238}{\frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}93 \cdot 10^{-13})^3} = 1{,}16 \cdot 10^{14}\ g/cm^3$$

(rappelons que la densité du platine est égale à 22,5 g/cm^3).

Comme le noyau de l'atome est entouré d'une couche électronique portant une charge négative, il doit posséder une charge égale mais positive. La charge du noyau est égale à Ze, où Z est le numéro atomique de l'élément, qui est égal au numéro d'ordre dans le système périodique de Mendéléev, e la charge élémentaire égale à celle de l'électron ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$C).

On admettait auparavant que le noyau était constitué de protons et d'électrons et que la force d'interaction électrostatique entre eux déterminait la stabilité du noyau. On considérait que le nombre d'électrons dans le noyau était inférieur au nombre de neutrons et que la charge positive excédentaire du noyau était compensée par celle des électrons périphériques extérieurs. Le phénomène de désintégration β semblait confirmer la présence d'électrons dans le noyau.

Toutefois, il s'est avéré que l'hypothèse de l'existence d'électrons dans le noyau contredit inconciliablement les faits expérimentaux et les considérations théoriques.

Le moment magnétique de tout le noyau est des milliers de fois plus petit que le moment magnétique d'un électron ; dans certains cas, quand le nombre d'électrons est pair, on peut se représenter que les moments s'annulent deux à deux. Mais, il y a beaucoup de noyaux dont le nombre d'électrons ne peut être pair ; leur moment magnétique doit être du même ordre que celui de l'électron. Toutefois, cela n'est pas justifié par l'expérience : dans aucun noyau, qu'il ait un nombre pair ou impair d'électrons, les propriétés magnétiques de l'électron n'ont pu être décelées.

Cette contradiction disparut avec la découverte des neutrons. D. D. Ivanenko en 1932 a émis l'hypothèse, développée plus tard par Heisenberg, qu'il ne peut y avoir dans le noyau de particules légères et qu'il est constitué de protons et de neutrons. Cette hypothèse est généralement admise actuellement.

Puisque les masses des protons et des neutrons sont presque égales, connaissant la charge du noyau Ze et le nombre massique A, on peut facilement trouver le nombre de neutrons dans le noyau :

$$N = A - Z.$$

Le noyau le plus simple de l'atome d'hydrogène est consitué d'un seul proton ; le noyau de l'hydrogène lourd, d'un proton et d'un neutron ; le noyau de l'hélium de deux protons ($Z = 2$) et de deux neutrons ; le noyau le plus lourd des éléments d'uranium-238 jusqu'alors connus est formé de 92 protons et 146 neutrons.

Les protons et les neutrons sont communément dénommés nucléons. Ainsi, le noyau de l'hélium est constitué de 4 nucléons. Il est établi à l'heure actuelle que les nucléons dans un noyau peuvent se transmuter l'un dans l'autre ; alors : 1) s'il y a transformation d'un neutron en proton, il y a éjection d'un électron (d'une particule β^-) et d'un neutrino ; 2) si c'est un proton qui se transforme en neutron, il y a éjection d'un positron β^+. Ce sont ces transformations réciproques des nucléons à l'intérieur du noyau qui expliquent la désintégration radioactive β. Par conséquent, les électrons et les positrons n'existent pas dans le noyau mais sont engendrés par suite de l'interaction des nucléons. Parfois la transformation d'un proton en un neutron a lieu à la suite de la capture par le proton d'un électron se trouvant dans la couche immédiate K du noyau ; ce processus est appelé capture K.

Des atomes dont les noyaux ont le même nombre de protons (et donc la même charge) mais un nombre différent de neutrons sont appelés des *isotopes*. Ils jouissent de mêmes propriétés chimiques et occupent la même place dans le système périodique de Mendéléev. Les propriétés nucléaires des isotopes ne sont pas identiques, étant donné que ces propriétés sont déterminées par le nombre total de nucléons dans le noyau et que ce nombre diffère pour les divers isotopes d'un seul et même élément.

Des atomes dont les noyaux contiennent le même nombre de nucléons et possèdent donc le même nombre de masse sont appelés des *isobares*. Leurs propriétés chimiques sont différentes, étant donné qu'ils contiennent différents nombres de protons et qu'ils occupent différentes places dans le système périodique.

Les particules nucléaires — protons et neutrons — sont solidement maintenues dans le noyau, aussi des forces d'attraction considérables s'exercent-elles entre ces particules et s'opposent aux énormes forces de répulsion des protons chargés pareillement. Ces forces particulières, apparaissant à de petites distances entre les nucléons, sont dites *forces nucléaires*.

L'étude du noyau a montré que les forces nucléaires agissant entre deux nucléons possèdent les propriétés suivantes :

a) ce sont des forces à faible portée, se manifestant sur environ

10^{-13} *cm* et décroissant rapidement même lorsque la distance croît un tant soit peu ;

b) les forces nucléaires ne dépendent pas du fait que la particule (nucléon) possède ou non une charge. Cette propriété est appelée indépendance de charge.

Par conséquent, les forces nucléaires agissant entre un neutron et un proton, entre deux neutrons, entre deux protons sont égales. Le proton et le neutron sont identiques par rapport aux forces nucléaires.

Il n'a pas encore été créé de théorie tant soit peu complète des forces nucléaires. On suppose que ces forces sont conditionnées par l'échange entre les nucléons de particules élémentaires particulières — les mésons. Les calculs ont montré que ces particules doivent avoir une masse de 200 à 300 fois plus grande que celle de l'électron et de sa charge. Théoriquement prédits, les mésons ont été découverts peu après dans les rayons cosmiques. On a découvert de même qu'il existe deux sortes de mésons : les mésons $\mu^{\pm}$, dont la masse vaut 206,7 fois la masse de l'électron et de charge $e=\pm 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, et les mésons π de masse 273 fois celle de l'électron. Il existe des mésons π neutres (π^0) et chargés $\pm\pi^{\pm}$ de charge e.

L'action des forces nucléaires s'explique par l'échange de mésons. Alors l'interaction proton-neutron a lieu avec la participation de mésons $\pm\pi$, tandis que l'interaction proton-proton et neutron-neutron avec la participation des mésons π neutres, conformément aux schémas :

$$p \rightleftarrows n+\pi^{+}; \quad p \rightleftarrows p+\pi^{0}.$$

L'énergie de liaison est le critère de la stabilité du noyau atomique.

La mesure des masses des noyaux atomiques faite actuellement avec une très grande précision, a montré que la masse du noyau est toujours plus petite que la masse totale des nucléons libres composant le noyau atomique donné.

Pour le noyau d'hélium constitué de deux protons et deux neutrons, nous avons :

$$2\,(1{,}00759)+2\,(1{,}00898)=4{,}03314.$$

C'est la masse des nucléons composant le noyau ; la masse de l'hélium, elle, est égale à 4,00277 Amu.

Par conséquent, lors de la formation du noyau d'hélium il y a un défaut de masse de 4,03314—4,00277 =0,03037 Amu. A cette masse correspond une énergie donnée par la relation connue $E=mc^2$.

Dans notre cas $E=0{,}03037\cdot 1{,}66\cdot 10^{-24}\cdot 9\cdot 10^{20}=28{,}2$ *MeV*.

Cette énergie est libérée lors de la formation du noyau d'hélium par deux protons et deux neutrons. Elle est égale à l'énergie de liaison du noyau d'hélium, puisque pour la désintégration de ce noyau en nucléons initiaux il faut dépenser la même quantité d'énergie.

Dans le cas général, l'énergie de liaison du noyau peut être calculée par la formule :

$$E = [Zm_p + (A - Z)\, m_{neut} - m_n]\, c^2,$$

Z étant le nombre de protons dans le noyau, A le poids atomique, m_p, m_{neut}, m_n respectivement les masses du proton, du neutron et du noyau, c la vitesse de la lumière dans le vide.

En tenant compte de ce qu'à une unité de masse atomique est liée une énergie égale à $1{,}66 \cdot 10^{-24} \cdot 9 \cdot 10^{20}$ *erg*=931 *MeV*, on peut écrire ainsi la formule précédente :

$$E = 931\, [Zm_p + (A - Z)\, m_{neut} - m_n]\, MeV.$$

On peut aussi juger de la stabilité du noyau d'après l'énergie de liaison moyenne par nucléon du noyau

$$\bar{E} = \frac{E}{A}.$$

Pour l'hélium $\bar{E} = \frac{28{,}2}{4} = 7$ *MeV*, pour l'hydrogène lourd 1,09 *MeV*, pour l'oxigène 8 *MeV*.

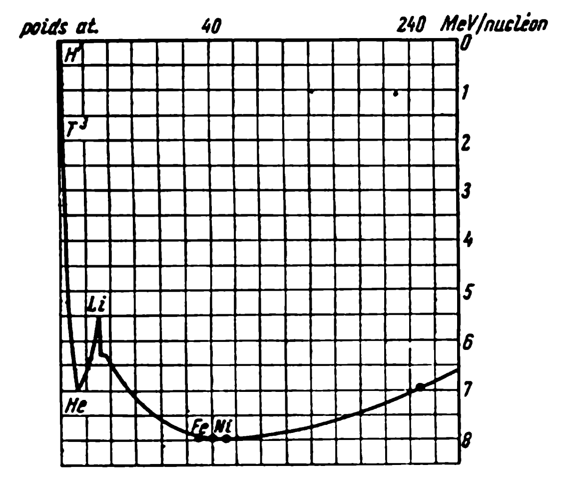


Fig. IV. 130.

La fig. IV. 130 donne le graphique de l'énergie de liaison moyenne par nucléon en fonction du poids atomique.

L'on voit que les noyaux situés aux extrémités de la courbe sont moins stables, leur énergie de liaison est plus petite que celle des noyaux ayant une valeur intermédiaire du nombre de masse. Les noyaux les plus stables sont ceux du fer et du nickel : leur énergie de liaison est d'environ 9 *MeV* par nucléon.

L'énergie libérée dans n'importe quelle transmutation du noyau est appelée *énergie nucléaire*. On voit (sur la fig. IV. 130) que pour obtenir de l'énergie nucléaire, on peut, à part la synthèse des noyaux avec des nucléons, se servir de la fission de noyaux lourds et doués d'une faible énergie de liaison en noyaux plus légers et doués d'une plus grande énergie de liaison.

Ainsi, dans le noyau d'uranium l'énergie de liaison est égale à 7,6 *MeV* par nucléon, celle du noyau du fer ou du nickel à 8,75 *MeV*.

Par conséquent, si l'on réalise la fission du noyau de l'uranium en deux noyaux de nombre massique voisin de celui de fer, l'énergie nucléaire en excès libérée à chaque fission est égale à $8{,}75-7{,}6=$ $=1{,}15$ *MeV* par nucléon ou plus de 200 *MeV* pour chaque partie du noyau d'uranium scindé.

Un tel procédé d'obtention de l'énergie nucléaire est actuellement très utilisé en technique.

Le second procédé d'obtention d'énergie nucléaire est basé sur la fusion de noyaux légers (extrémité gauche de la courbe) en noyaux plus lourds. Telle est la fusion de noyaux d'hydrogène ou de ses isotopes en noyaux d'hélium.

De toutes les sources connues, les réactions nucléaires sont la seule réserve d'énergie suffisante pour entretenir le rayonnement du Soleil et des autres étoiles pendant leur existence de plusieurs milliards d'années.

§ 33. Réaction de fission des noyaux. Réacteurs nucléaires. Réactions thermonucléaires

Comme il a été dit, l'essence de la réaction de fission consiste en ce que le noyau intermédiaire formé par la capture de la particule-projectile, par le noyau-cible se trouve dans un état d'excitation tel qu'il se scinde en deux fragments comparables quant à leur grandeur.

Cette réaction a été trouvée au cours des années 1938—1939, grâce aux travaux de Fermi, Hahns et Strassman, Joliot-Curie. Il a été démontré que le noyau d'uranium se scinde en deux fragments à peu près égaux lors de la collision avec un neutron.

Les études ultérieures ont conduit à l'explication d'un certain nombre de particularités importantes caractérisant les réactions de ce type.

1. La fission est accompagnée de la libération d'une grande quantité d'énergie : environ 200 *MeV* pour chaque noyau scindé.

2. Les noyaux de l'isotope de l'uranium-235 se scindent aussi bien sous l'action de neutrons lents que de neutrons rapides, tandis que les noyaux de l'uranium-238 se scindent seulement lorsqu'ils sont heurtés par des neutrons rapides d'énergie supérieure à 1,5 *MeV*.

3. Lors de la fission des noyaux il y a émission de 1 à 3 neutrons secondaires pendant chaque acte de fission. Ces neutrons secondaires entrant en collision avec d'autres noyaux d'uranium peuvent provo-

quer à leur tour la fission d'autres noyaux, ce qui, dans des conditions connues, entraîne une réaction en chaîne.

4. Les fragments de fission peuvent être très divers. On rencontre parmi eux des isotopes, à commencer par le zinc (*Z*-30) et terminer par le samarium (*Z*-62). Leurs nombres de masse sont compris entre 72 et 158. Cela montre que la fission n'a pas lieu d'une manière univoque.

Ainsi, on peut avoir les réactions de fission suivantes :

$$_{92}U^{235} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_{54}Xe^{139} + {}_{38}Sr^{95} + \boxed{2_0n^1}$$

$$_{92}U^{235} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_{56}Ba^{139} + {}_{36}Kr^{94} + \boxed{3_0n^1} \longleftarrow \text{neutrons secondaires.}$$

Une propriété importante des éclats de fission est leur radioactivité ; étant donné que les noyaux des éclats sont dans un état d'excitation extrême, revenant à un état stable, ils émettent des neutrons, des électrons et des photons γ. Ces neutrons sont émis pendant plusieurs dizaines de secondes après la fission avec une intensité décroissante. De tels neutrons *retardés* ne doivent pas être confondus avec les neutrons apparaissant lors de la fission même, appelés neutrons *instantanés*. Ces derniers sont éjectés au moment de la fission pendant un laps de temps très court de $10^{-14}s$ et constituent environ 99% du nombre total des neutrons de fission. La plupart des neutrons instantanés possèdent une énergie initiale allant de 1 à 2 *MeV*.

Les éclats de fission ont pour vitesse initiale environ 10^9 *cm/s*. Par suite de ces grandes vitesses, ils perdent une partie de leurs électrons de leurs couches et s'ionisent fortement. Ceci étant, les éclats interagissent fortement avec la matière et ont un faible parcours. Ainsi, une feuille d'aluminium de 0,013 *mm* d'épaisseur arrête tous les éclats de fission. On tient compte de ce fait lorsqu'on construit des réacteurs nucléaires.

5. A part les noyaux d'uranium 238 et 235, d'autres éléments lourds peuvent être également désintégrés sous l'action de neutrons. Les plus importants en pratique sont l'isotope de l'uranium 233 et le plutonium Pu-239.

Considérons en détail le processus de fission d'un noyau. Son mécanisme est fondé sur le modèle de la goutte, proposé par Franckel et Bohr. Il existe dans le noyau entre les nucléons deux espèces de forces : les forces électrostatiques de répulsion agissant entre protons et les forces nucléaires d'attraction de très petit rayon d'action agissant entre tous les nucléons voisins.

Sous l'action de ces forces, le noyau prend une forme sphérique qui résiste aux déformations, de même qu'une goutte de liquide soumise à l'action de forces de tension superficielle. Si l'on communique au noyau ou à la goutte une énergie suffisante, ils peuvent se scinder en deux parties.

Un neutron pénétrant dans un noyau y apporte de l'énergie qui

se répartit en un temps très court entre tous les nucléons, et il se forme un noyau intermédiaire excité.

Si l'énergie d'excitation n'est pas grande, il n'y a pas de fission du noyau, et ce dernier, perdant l'excès d'énergie sous forme d'émission d'un photon γ ou d'un neutron revient à son état normal ; mais si l'énergie apportée par le neutron est grande, le noyau-goutte excité commence à se déformer, il se distend et finit par se scinder en deux morceaux éjectés à grande vitesse, étant donnée la force électrostatique de répulsion (fig. IV. 131).

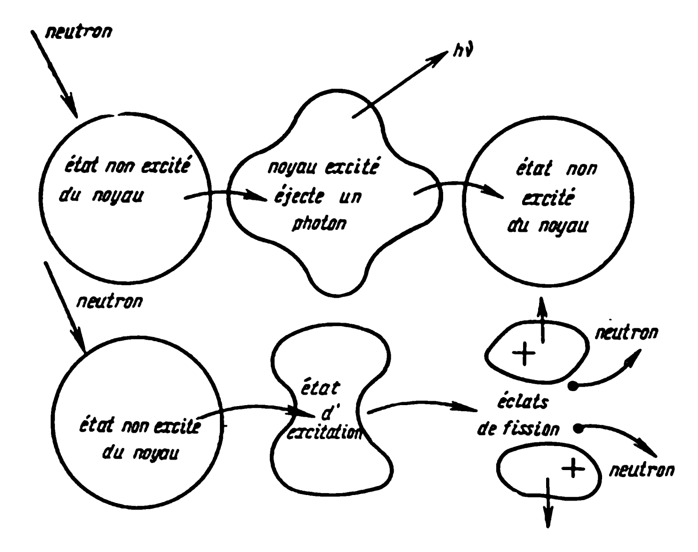


Fig. IV. 131.

L'énergie de l'état d'excitation du noyau permettant la fission est appelée *énergie critique*.

Il résulte de calculs que l'énergie critique pour l'uranium-235 est égale à 6,5 *MeV* et à 7 *MeV* pour l'uranium-238.

Par ailleurs, l'énergie introduite par un neutron au repos* est égale pour U^{235} à 6,8 *MeV* et pour U^{238} à 5,5 *MeV*. C'est pourquoi la fission de U^{235} peut être provoquée aussi bien par des neutrons lents que par des neutrons rapides, la fission de U^{238} ne pouvant être provoquée que par des neutrons rapides d'énergie cinétique non inférieure à 7 — 5,5 *MeV* = 1,5 *MeV*.

La grandeur de l'énergie libérée lors de la fission de noyaux peut être calculée d'après le défaut de masse.

Le calcul pour la fission de U^{235} en deux éclats de nombres de masse 95 et 139 donne :

---

* Energie de liaison du noyau avec le neutron.

1) masses des particules avant la réaction

$$U^{235} — 235{,}124 \text{ Amu} ; \ n — 1{,}0089 \text{ Amu} ;$$

2) masses des particules après la réaction : l'éclat 95 a un isotope stable de masse 95,945 Amu ; l'éclat 139 a un isotope de masse 139,955 Amu ; les deux neutrons éjectés ont pour masse 2 ·1,0089 Amu ;

3) l'énergie est égale à $E=\Delta m\,931\ MeV=[(235{,}124+1{,}0089)-(95{,}945+139{,}955+2\cdot1{,}0089)]931=0{,}215\cdot931\approx200\ MeV$.

Lors de la fission du noyau en d'autres fragments l'énergie libérée va de 195 à 200 *MeV*.

Le calcul de l'énergie de fission d'après l'énergie moyenne de liaison par nucléon fait au § 32 donne la même grandeur.

Cette énergie est répartie comme suit :

1) énergie cinétique des éclats	162 *MeV*
2) énergie des neutrons de fission	6 *MeV*
3) énergie de rayonnement radioactif	30 *MeV*
Energie totale de fission	198 *MeV*

Le plus grand intérêt pratique est représenté par la réaction autopropagatrice de fission dite *réaction en chaîne*. Pour la réaliser, il faut que de tous les neutrons secondaires formés par un acte de fission au moins l'un d'entre eux puisse provoquer un nouvel acte de fission. Bien que lors de la fission de l'uranium il apparaisse 2 à 5 neutrons en moyenne, tous ne produisent pas la fission d'autres noyaux, étant donné qu'une partie de ces neutrons participent à des réactions nucléaires n'aboutissant pas à une fission (par exemple dans les réactions de capture).

Quantitativement, la condition d'existence de la réaction en chaîne s'exprime par ce qu'on appelle le *facteur de* multiplication. Le facteur (k) de multiplication de neutrons est le rapport du nombre N_1 de neutrons d'une génération au nombre N de neutrons de la génération précédente : $k=\frac{N_1}{N}$. Lorsque $k<1$ il ne peut y avoir de réaction en chaîne ; lorsque $k=1$ la réaction s'entretient avec un nombre constant de neutrons (application dans les réacteurs nucléaires). Lorsque $k>1$, le nombre de neutrons, et donc le nombre de fissions, croît continuellement et la réaction peut être explosive.

Il résulte de la définition du facteur de multiplication que l'accroissement du nombre de neutrons provoquant la fission au cours d'une génération est égale à : $N_1-N=N(k-1)$.

Si l'on désigne le temps moyen entre deux fissions consécutives par τ, l'accroissement du nombre de neutrons (du nombre de fissions) pendant le temps dt s'écrit

$$dN=N(k-1)\frac{dt}{\tau}.$$

On obtient en intégrant

$$N = N_0 e^{\frac{k-1}{\tau} t},$$

N_0 étant le nombre de fissions pendant la génération à partir de laquelle ont commencé les observations (fig. IV. 132).

Le coefficient de multiplication dépend d'un certain nombre d'autres facteurs, notamment, pour un isotope donné, il dépend de la quantité de la matière fissile et de sa forme géométrique. En effet, avant de heurter des noyaux, les neutrons font habituellement dans la matière un trajet de plusieurs centimètres, et si les dimensions de la matière fissile sont petites, un grand nombre de neutrons secondaires échappent à la surface et la réaction en chaîne s'interrompt étant donné que k devient inférieur à l'unité. Il est naturel que, pour une seule et même masse, ces pertes soient d'autant plus faibles que la surface de la matière fissile est plus petite, aussi la forme sphérique est-elle la plus avantageuse pour le développement de la réaction en chaîne.

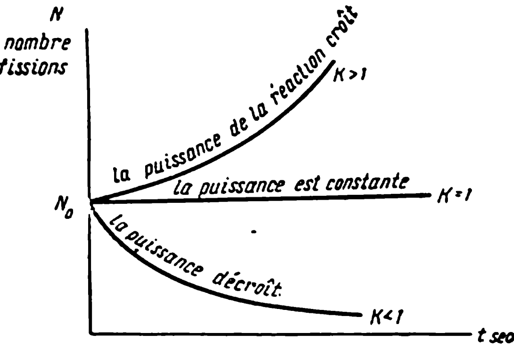


Fig. IV. 132.

En augmentant la masse de l'uranium on obtient les dimensions pour lesquelles $k=1$ et la réaction de fission ne s'éteint plus : c'est la *masse critique*. Si la masse d'uranium est plus grande que la masse critique, $k>1$, la réaction de fission se développe brutalement et il y a explosion. Ceci est utilisé dans la bombe atomique. Pour qu'une bombe atomique ne puisse exploser lorsqu'elle est en conservation, il faut diviser son uranium en deux ou plusieurs parties de masses plus petites que la masse critique et éloigner ces parties. La bombe explose lorsqu'on rapproche brutalement ses différentes parties au moyen d'une matière explosive ordinaire, car il y a alors une réaction de fission en chaîne quasi instantanée. Les neutrons initiaux nécessaires pour cela existent toujours grâce au rayonnement cosmique ou à la fission spontanée du noyau d'uranium. Une charge atomique de 1 kilo de U^{235} équivaut à 20 mille tonnes d'explosif TNT (trinitrotoluène). La température lors de l'explosion d'une bombe atomique atteint 10 millions de degrés, la pression croît jusqu'à un million d'atmosphères à cause de la haute température et de l'accroissement brutal de la concentration des particules par

suite de la désintégration des atomes et des molécules en noyaux et électrons. En outre, l'explosion atomique est une source intense de radiations pénétrantes : rayons γ, neutrons et particules β.

A des fins industrielles, il importe de réaliser une réaction en chaîne de type non explosif. A cet effet, il faut régler la vitesse de la réaction de sorte que $k=1$. Des réactions nucléaires en chaînes de ce genre à vitesse réglable sont réalisées dans les réacteurs (piles) nucléaires, qui sont largement utilisés pour la production d'énergie atomique à des fins pacifiques (centrales atomiques, moteurs atomiques, etc.).

Les réactions de fission de l'uranium que l'on vient de considérer sont réalisées avec l'isotope $_{92}U^{235}$. L'uranium naturel ne contient pas plus de 0,7% de cet isotope, la masse principale d'uranium étant constituée de l'isotope $_{92}U^{238}$. Cet isotope absorbe facilement les neutrons, mais il n'y a pas alors de fission, il se forme seulement un nouvel isotope radioactif artificiel $_{92}U^{239}$. Par conséquent, la réaction de fission dans l'uranium naturel s'éteint, étant donné que la plus grande partie de neutrons secondaires est absorbée par l'uranium-238 sans donner lieu à de nouvelles fissions. Pour utiliser l'uranium naturel pour la réaction de fission il faut l'enrichir avec de l'isotope U^{235}. En général, on a recours au ralentissement des neutrons secondaires avec du graphite, de l'eau lourde ou du béryllium, que l'on appelle des ralentisseurs. Heurtant un noyau d'un des ralentisseurs mentionnés ci-dessus, un neutron rapide lui cède une partie de son énergie, et lorsque ce processus se répète plusieurs fois, le neutron est ralenti à des vitesses thermiques, c'est-à-dire à des vitesses d'agitation moléculaire. Les neutrons thermiques de ce genre provoquent très activement la fission de U^{235}, alors qu'ils sont relativement peu absorbés par U^{238}. C'est pourquoi l'utilisation des ralentisseurs permet de réaliser une réaction en chaîne avec de l'uranium naturel.

Les réacteurs nucléaires sont essentiellement constitués des parties suivantes (fig. IV. 133) : 1) d'une zone active contenant de l'uranium et un ralentisseur de neutrons : graphite, eau lourde ou oxyde de béryllium. Si le combustible nucléaire est un mélange homogène, par exemple une solution de sel uranique dans de l'eau lourde, le réacteur est dit homogène. Si le combustible nucléaire est situé en différentes zones sous forme de barres ou de blocs entourés de ralentisseurs, le réacteur est dit hétérogène (fig. IV. 133) ;

2) d'un *réflecteur*, pour renvoyer les neutrons échappés dans la zone active. Les matériaux de réflexion sont quelquefois les mêmes que ceux des ralentisseurs ;

3) d'un *système de refroidissement*, constitué de tubes parcourus d'un gaz, d'eau ou d'un métal fondu pour évacuer la chaleur. Traversant la zone active , le fluide s'échauffe et transmet la chaleur par un dispositif spécial à un corps travaillant (par exemple à l'eau d'une turbine à vapeur) puis retourne dans la partie active du réacteur ;

4) d'un système de réglage, constitué d'un certain nombre de dispositifs, dont le rôle est de contrôler le développement de la réaction en chaîne, il contient des appareils pour la mesure du flux neutronique, le réglage des barres contenant du cadmium ou du bore, corps capables d'absorber fortement les neutrons, ainsi qu'un certain nombre d'appareils automatiques et électromécaniques ;

5) d'un système de protection biologique mettant le personnel à l'abri des radiations.

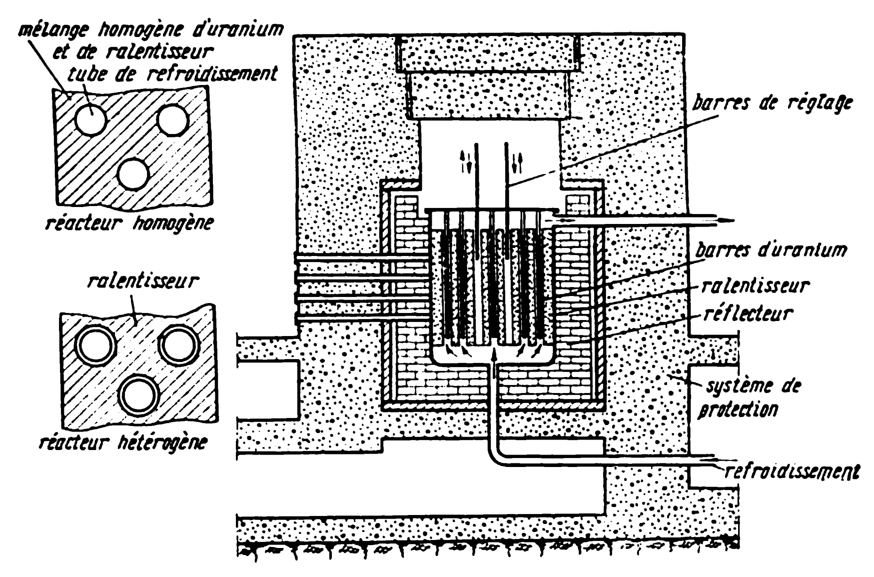


Fig. IV. 133.

Les réacteurs à uranium sont utilisés non seulement comme sources d'énergie, mais encore pour la production d'éléments transuraniens, par exemple du plutonium, qui est lui-même un élément fissile et peut être utilisé pour la fabrication d'armes atomiques.

Le processus d'accumulation du plutonium ($_{94}Pu^{239}$) se réduit en gros à ce qui suit. Comme il a été dit plus haut, lorsqu'un neutron est absorbé par l'uranium U^{238}, ce dernier se transforme en l'isotope radioactif $_{92}U^{239}$, qui, subissant une désintégration β de période de demi-fission, égale à 23 minutes, se transforme en l'élément transuranien nouveau neptunium $_{93}Np^{239}$. Ce dernier aussi a une activité β de période 2,3 jours. Lors de la désintégration du neptunium il y a formation de l'élément $_{94}Pu^{239}$ appelé plutonium. Il a été découvert en 1941. Le plutonium présente une activité α de période 24 000 ans, aussi peut-on en faire de grandes réserves.

La valeur du plutonium est qu'il est bon « combustible nucléaire », étant donné qu'il subit, tel U^{235}, la fission sous l'action de neutrons

lents et qu'il est susceptible de donner une réaction en chaîne. Le plutonium est utilisé dans les réacteurs nucléaires et les bombes atomiques. A part le plutonium, on connaît encore plusieurs autres éléments transuraniens obtenus par synthèse, jusqu'à l'élément 101 appelé Mendéléev.

Actuellement, en URSS et dans d'autres pays on mène avec succès des travaux de synthèse de nouveaux éléments à numéros atomiques plus élevés.

Les réactions nucléaires examinées ci-dessus, qui ont lieu avec libération d'énormes quantités d'énergies, sont des réactions de fission de noyaux lourds. En outre, on peut obtenir de l'énergie nucléaire par réaction de synthèse de noyaux légers, par exemple de noyaux d'hélium avec des noyaux d'hydrogène. Pour qu'il y ait fusion de noyaux, il faut leur communiquer une énergie cinétique suffisante pour vaincre les forces électriques de répulsion. Alors, lorsque le rapprochement est suffisant, les forces nucléaires d'attraction entrent en jeu et il y a synthèse de noyaux légers en noyaux plus lourds avec libération d'énergie égale à l'énergie de liaison. Pour réaliser de telles réactions de synthèse à grande échelle, on chauffe les matières réagissantes à haute température. Ce sont les réactions dites thermonucléaires. De toute évidence, ce sont de telles réactions qui s'opèrent au sein des étoiles. On les réalise artificiellement dans les bombes à hydrogène, dans lesquelles on fait exploser préalablement une bombe à uranium ou au plutonium, ayant pour effet d'augmenter considérablement la température et la pression, c'est-à-dire qu'on crée artificiellement les conditions de déroulement de la réaction thermonucléaire..Cette réaction s'opère le plus facilement entre les isotopes de l'hydrogène : deutérium (${}_1H^2$) et tritium (${}_1H^3$), selon le schéma :

$$ {}_1H^2 + {}_1H^3 \longrightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1 + 14,6\ MeV. $$

La possibilité de la réalisation de réactions thermonucléaires en laboratoire et de leur contrôle fait l'objet d'intenses recherches. La résolution de ce problème fournira une nouvelle source d'énergie pratiquement inépuisable.

§ 34. Utilisation de l'énergie atomique à des fins pacifiques

Aujourd'hui, l'énergie atomique est en passe de devenir un élément important de l'économie.

Une utilisation très importante de l'énergie atomique consiste dans la production d'énergie électrique dans des centrales électriques atomiques ; la première centrale du monde de ce genre, d'une puissance de 5000 *kW*, a été érigée par les savants et ingénieurs soviétiques et mise en service en 1954. Depuis on est passé à l'exploitation à l'échelle industrielle de centrales atomiques.

Une autre application de l'énergie atomique est la création de moteurs atomiques pour équiper les navires, brise-glaces, sous-marins, etc.

Les isotopes radioactifs artificiels, appelés atomes marqués, sont largement employés dans l'industrie ; ils rendent des services inappréciables dans l'élaboration de nouvelles méthodes de production industrielle, le contrôle, l'automation de l'industrie. Prenons un exemple.

Les moteurs d'automobiles et d'avions subissent des essais très coûteux. Au cours de tels essais, on démonte un moteur et on mesure avec précision les dimensions des pièces, puis on remonte le moteur et on le soumet à des essais prolongés. Tous ces essais d'usure se font bien plus vite et à meilleur marché au moyen de la méthode des isotopes radioactifs. A cet effet, par exemple, on irradie un segment supérieur du moteur avec des neutrons, obtenant ainsi l'isotope radioactif de fer Fe^{59} (atomes marqués de fer). Lorsque le segment s'use, les atomes marqués pénètrent dans la couche de graisse sur les parois du cylindre. Prélevant de temps à autre un peu de graisse et étudiant sa radioactivité au moyen d'un compteur, on peut juger de l'usure du segment en milligrammes par heure avec une précision d'un dix millionième de gramme.

On étudie par la même méthode l'usure des paliers, le mécanisme de frottement, la corrosion des métaux dans des conditions très variées. Les atomes marqués sont également utilisés dans les industries chimique, métallurgique, alimentaire, l'industrie légère, ainsi qu'en agriculture, biologie et médecine.

§ 35. Rayons cosmiques. Particules élémentaires

L'étude des rayons cosmiques joue un grand rôle dans la connaissance de la nature du noyau atomique. Il suffira de dire que la découverte de particules élémentaires telles que le positron et les mésons est liée au rayonnement cosmique.

Au début de notre siècle, il a été établi que l'ionisation de l'air atmosphérique augmente avec l'altitude ; elle est 10 fois plus intense à 9 kilomètres qu'au niveau de la mer et elle devient maximum à 22 kilomètres.

Une telle allure de la courbe d'ionisation ne peut être expliquée par les radiations radioactives du sol. Aussi a-t-on avancé l'hypothèse qu'un rayonnement venu de l'Univers pénètre dans l'atmosphère terrestre et ionise l'air. C'est ce qu'on a appelé « rayons cosmiques » ; cette hypothèse a été pleinement confirmée par la suite.

Pour détecter et utiliser les rayons cosmiques, on utilise la chambre de Wilson, des compteurs à gaz (compteurs de Geiger-Muller), des chambres à ionisation et, souvent, des plaques photographiques à émulsion spéciale épaisse. Cette méthode repose sur le fait que toute particule chargée traversant une émulsion photographique spéciale y laisse une trace pouvant être décelée au microscope après dévelop-

pement de la plaque. Ces traces ont la forme de chaînettes ou d'étoiles et, selon leur caractère, on peut établir la nature de la particule, son énergie, sa charge et sa masse.

L'étude des rayons cosmiques a permis d'établir les faits suivants :

1) l'effet ionisant des rayons cosmiques au niveau de la mer est en moyenne de 1,8 paire d'ions par seconde et par cm^3 ; cet effet croît avec l'altitude et passe par un maximum à 22 kilomètres, puis décroît et s'uniformise à partir de 60 kilomètres ;

2) en ce qui concerne la composition, on distingue le rayonnement *primaire* venu de l'univers et le rayonnement *secondaire* engendré par un certain nombre de processus lorsque le rayonnement primaire traverse l'air.

Le rayonnement primaire est constitué de particules chargées : de noyaux atomiques de différents éléments, principalement de protons, en partie de noyaux d'hélium et d'une très petite quantité de noyaux d'éléments légers de numéros atomiques de 1 à 8.

Le rayonnement secondaire, constituant la plus grande partie de tous les rayons cosmiques au-dessous de 25 kilomètres, est formé de diverses particules élémentaires : photons, électrons, positrons, divers mésons, protons et neutrons. La classification des rayons cosmiques en rayons primaires et secondaires est conventionnelle ; ils ne peuvent être nettement délimités ;

3) le rayonnement secondaire peut être divisé grosso modo en deux composantes ; composante « molle » (facilement absorbable), principalement constituée d'électrons, de positrons et de photons, et composante « dure » (pénétrante) constituée essentiellement de mésons μ (particules dont la masse est à peu près 200 fois celle de l'électron et douées d'une énergie énorme : $\approx 10^3$ *MeV*) ;

4) l'énergie moyenne des particules du rayonnement primaire est environ de 10^{10} *eV*, bien qu'on rencontre des particules d'énergies énormes atteignant 10^{13} *eV* ;

5) l'intensité des rayons cosmiques ne varie presque pas au cours de la journée et de l'année ;

6) l'intensité du rayonnement cosmique décroît fortement au fur et à mesure qu'on se rapproche de l'équateur, notamment dans les couches supérieures de l'atmosphère. On explique cet effet de latitude par l'action du champ magnétique terrestre sur les particules chargées dont est constitué le rayonnement primaire.

On a décelé dans les rayons cosmiques un grand nombre de particules dites élémentaires.

Etudiant les rayons cosmiques, on a retrouvé en laboratoire un grand nombre de particules dites élémentaires : positron (antiparticule de l'électron dont il n'en diffère que par le signe de la charge), mésons μ (dits muons), mésons π (pions), mésons K (ou particules K), hypérons, etc.

Les mésons μ sont de 2 types : positifs et négatifs de même masse valant 206,7 fois celle de l'électron. Les mésons π existent sous trois

formes : positifs π^+, négatifs π^- et neutres π^0. La masse des mésons π chargés vaut 273,2 fois celle de l'électron, et celle du méson neutre 264,2 fois.

Les mésons μ positifs et négatifs sont réciproquement particule et antiparticule ; il en est de même des mésons π^+ et π^-. Le méson neutre, lui, coïncide avec son antiparticule. Le spin des mésons μ est égal à 1/2, celui des mésons π est nul.

Il est très important de remarquer que tous les mésons sont des particules instables ; elles se désintègrent et se transmutent en d'autres particules. La durée de vie moyenne des mésons μ est de $2{,}2 \cdot 10^{-6}$s, celle des mésons $\pi^\pm$ de $2{,}6 \cdot 10^{-8}$s ; celle du méson neutre π^0 n'est que de 10^{-15} s.

Les formules de désintégration des mésons sont :

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu \qquad (\nu\text{— neutrino})$$
$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu} \qquad (\bar{\nu}\text{— antineutrino})$$

De nouvelles particules et antiparticules ont été découvertes plus tard dans les rayons cosmiques et en laboratoire.

Les mésons K ($K^\pm$, K^0) de masse 966,5 *me* et de charge *e* (*me* étant la masse de l'électron), les hypérons de masse 2181, 2325, 2585 *me* et de charge *e*.

En 1955, l'existence de l'antiproton et de l'antineutron a été démontrée en laboratoire. L'antiproton a mêmes masse et spin que le proton, mais sa charge est négative. L'antineutron diffère du neutron par le signe du moment magnétique : les orientations des moments magnétique et mécanique (spin) du neutron sont contraires, tandis que pour l'antineutron elles coïncident.

La particularité caractéristique des paires particule-antiparticule est leur pouvoir d'annihilation.

Pour la première fois le phénomène d'annihilation a été découvert lors de l'interaction du positron et de l'électron, ces particules s'étant évanouies, se transformant en quanta γ :

$$e^+ + e^- \longrightarrow 2\gamma.$$

Il a été établi plus tard qu'à l'issue de la rencontre de toute particule avec son antiparticule elles se transforment en photons γ : mésons μ^+ et μ^-, mésons π^+ et π^-, mésons K^+ et K^- donnent des photons γ. A l'issue de leur interaction, les nucléons et les antinucléons se transforment, eux, en deux mésons π^0 neutres.

$$\text{nucléon} + \text{antinucléon} \rightarrow 2\pi^0.$$

Dans tous les cas, pendant l'annihilation, la masse, l'énergie, la quantité de mouvement et le moment de la quantité de mouvement sont conservés.

On a donné ci-dessous le tableau des particules élémentaires. Elles sont divisées en groupes :

1) les barions (lourds) : nucléons, antinucléons, hypérons et antihypérons ;
2) les mésons (moyens) : mésons π et mésons K ;
3) les leptons (légers) : électron, positron, neutrino, antineutrino et mésons μ ;
4) les photons.

Tableau 5

Particules élémentaires

	Nom	Symbole	Masse au repos en masses électroniques	Charge	Spin	Durée moyenne de vie en sec	Schéma de désintégration
	Photon	γ	0	0	1	Stable	
Leptons	Neutrino	ν	0	0	1/2	stable	
	Antineutrino	$\bar{\nu}$	0	0	1/2	»	
	Electron	e^-	1	—1	1/2	»	
	Positron	e^+	1	+1	1/2	»	
	Mésons μ	μ^+	206,7	+1	1/2	$2,2 \cdot 10^{-6}$	
	(muons)	μ^-	206,7	—1	1/2		$\mu^\pm \longrightarrow e^\pm + \nu + \bar{\nu}$
Mésons	Mésons π	π^0	264,2	0	0	$\sim 10^{-15}$	$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma$
	(pions)	π^+	273,2	+1	0	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu$
		π^-	273,2	—1	0	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}$
	Mésons K	K_1^0	974,8	0	0	10^{-10}	$K_1^0 \longrightarrow \pi^+ + \pi^-$
		K_2^0				$6 \cdot 10^{-8}$	$K_2^0 \longrightarrow 2\pi^0$
		K^+	966,5	+1	0	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$K^\pm \longrightarrow \begin{cases} \mu^\pm + \nu; \\ \pi^\pm + \pi^0 \\ e^\pm + \pi^0 + \nu \end{cases}$
		K^-		—1	0		
Barions	Proton	p	1836,1	+1	1/2	stable	
	Antiproton	$\bar{p}$	1836,1	—1	1/2	»	
	Neutron	n	1836,6	0	1/2	1040	$n \longrightarrow p + e^- + \nu$
	Antineutron	$\bar{n}$	1838,6	0	1/2	—	
	Hypéron lambda	Λ	2182	0	1/2	$2,5 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda \longrightarrow p + \pi^-$
	Hypérons sigma	Σ^0	2324	0	1/2	10^{-10}	
		Σ^+	2327	+1	1/2		
		Σ^-	2341	—1	1/2		
	Hypérons ksi	Ξ	2582	—1	1/2	$1,3 \cdot 10^{-10}$	

TABLE DES MATIÈRES

Pages

Première partie

FONDEMENTS PHYSIQUES DE LA MÉCANIQUE

Deuxième partie

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE ET THERMODYNAMIQUE

Troisième partie

ELECTRICITÉ ET MAGNÉTISME

Chapitre I. **Electrostatique**

Chapitre II. **Le courant électrique**

Chapitre III. **Electromagnétisme**

Quatrième partie

OPTIQUE ET PHYSIQUE DE L'ATOME

Chapitre IV. **Eléments de la mécanique quantique**

Chapitre V. **Eléments de physique nucléaire**

Рубен Георгиевич Геворкян
Владимир Владимирович Шепель

КУРС
ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

На французском языке
2-е издание

Редактор *Н. М. Жукова*
Издательский редактор *Т. С. Бровкина*
Технический редактор *Э. М. Чижевский*
Корректор *Г. Г. Коняхина*

Сдано в набор 3/IV-67 г. Подп. к печати 4/IX-67 г. Формат $60\times90^{1}/_{16}$. Объем 35,25 печ. л. Уч.-изд. л. 35,71. Изд. № Р-41. Тираж 19 700 экз. Заказ № 1601. Цена 2 р. 85 к.

Тематический план издательства «Высшая школа» (вузы и техникумы) на 1967 г. Позиция № 283а.

Издательство «Высшая школа».
Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14

Ордена Трудового Красного Знамени
Первая Образцовая типография
имени А. А. Жданова
Главполиграфпрома Комитета по печати
при Совете Министров СССР.
Москва, Ж-54, Валовая, 28.